

УДК 004.6, 004.9, 538.9, 004.932

ВЛАСТИВОСТІ МЕРЕЖ, ПОБУДОВАНИХ НА ЦИФРОВИХ ЗОБРАЖЕННЯХ

Олег Кушнір*, Олексій Кравчук, Володимир Франів

Кафедра оптоелектроніки та інформаційних технологій,
Львівський національний університет імені Івана Франка
вул. Ген. Тарнавського, 107, 79017 м. Львів, Україна

Кушнір, О. С., Кравчук, О. М., Франів, В. А. (2025). Властивості мереж, побудованих на цифрових зображеннях. *Електроніка та інформаційні технології*, 29, 13–28.
<https://doi.org/10.30970/eli.29.2>

АНОТАЦІЯ

Вступ. Відомо, що деякі важливі властивості текстів, написаних природними мовами, можна виявити при відображенні тексту на мережу та вивченні властивостей цієї мережі. Тут слова тексту розглядають як вузли, а їхнє спільне випадання в тексті – як зв'язки.

Матеріали та методи. Проводячи аналогію між текстами та цифровими зображеннями, у цій роботі ми експериментально вивчили та феноменологічно проаналізували властивості мережі, побудованої на зображенні. У цій мережі вузлами є значеннями пікселів, а зв'язки приписують тим значенням пікселів, які просторово прилягають одне до одного на зображенні. При цьому сусідство пікселів визначають радіусом r ($r = 1, 2, \dots$). Ми побудували мережі для інформативного тестового зображення та відповідних зображень, одержаних із початкового зображення шляхом додавання каліброваних порцій білого Гаусового шуму. Проаналізовано і зважені, і незважені мережі, а також порівняно низку практичних методів побудови мережі зображення і додавання шуму до зображення.

Результати та обговорення. Знайдено основні параметри мережі, такі як середній коефіцієнт кластеризації та середня довжина найкоротшого шляху, як функції параметра відносного шуму. Проаналізовано основні якісні та кількісні ознаки цих залежностей. Характеристики мереж критично порівняно з характеристиками лексичних мереж, побудованих на текстах природними мовами (ТПМ) і рандомізованих текстах, одержаних шляхом випадкових перестановок слів у початковому ТПМ. Розглянуто основні подібності та відмінності лексичних мереж і мереж для зображень.

Висновки. Показано, що за середнім коефіцієнтом кластеризації та довжиною шляху мережі, побудовані на основі початкового інформативного зображення та відповідних зашумлених зображень, є «тісними світами». Незважаючи на цю подібність, згадані мережі виявляють низку відмінних особливостей, завдяки яким залежності параметрів мережі зображень від рівня шуму можна використати для розрізнення інформативних і зашумлених зображень. Нарешті, ми проаналізували низку віддалених наслідків наших емпіричних результатів і деякі дані, відомі з літератури. Оскільки і інформативні, і зашумлені зображення виявляють ефект «тісного світу», цей ефект навряд чи доцільно було би пов'язувати з інформаційним навантаженням зображення.

Ключові слова: складні мережі, аналіз і класифікація зображень, розпізнавання зображень, виявлення інформації та шуму, семантика, рандомні моделі.



1. ВСТУП І ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Технології цифрового опрацювання зображень, комп'ютерного зору та розпізнавання образів, а також опрацювання природної мови [1, 2] є важливими напрямками сучасної інформатики. Вони лежать в основі інноваційних рішень, що впливають на різні сфери нашого життя. Слід зазначити, що алгоритми, підходи та методи, які використовують галузі опрацювання зображень і мови, переважно різні, а випадки впливу напрацювань в одній із галузей на розвиток іншої галузі поодинокі (див. [3, 4]). Це зрозуміло хоча би з того, що тексти є одновимірними, а зображення – двовимірними об'єктами.

Цікавою в цьому плані була спроба [5] розвинути аналогії між зображеннями і текстами та адаптувати методи опрацювання природної мови до аналізу цифрових зображень. При цьому зображення пропонувалося зводити до одновимірного піксельного ряду (який є аналогом часового ряду в класичній обробці сигналів) шляхом його пострічкової або постовпцевої розгортки, а «словами» у відповідному синтетичному «тексті» були числа, що відповідають значенням яскравості пікселів. Основна ідея цього підходу полягала в тому, що математичні прийоми та методики, придатні до аналізу одновимірних об'єктів, простіші та ліпше розвинуті. Як приклад, автори [5] застосовували методи статистичної лінгвістики для вивчення т. зв. «спалахів» (в інших термінах, кластеризації або intermittency) «часового ряду» яскравостей пікселів у «тексті». Було показано, що відповідні кількісні характеристики простого інформативного зображення і шуму помітно різні.

Слід зазначити, що розв'язання задачі розрізнення інформативних зображень від зашумлених (тобто інформативних зображень із внесеними шумами) має вагомі теоретичні та практичні виміри (див., наприклад, огляд [6]). Уявімо стандартну схему, за якою ми виходимо з деякого «безшумного» зображення, що містить всю потрібну нам інформацію. Далі на це зображення багаторкратно та дозовано накладають деякий шум (білий гаусовий шум, імпульсний шум «сіль і перець», мультиплікативний шум тощо), щоразу слідкуючи за деяким кількісним параметром зображення. Хоча зі зростанням частки шуму на перетворених зображеннях все ще можна буде ідентифікувати важливі для нас об'єкти або структури, загалом ці зображення міститимуть все менше інформації. Подальше зростання рівня шуму значно ускладнить або й зробить неможливим розпізнавання елементів початкового зображення, зрештою повністю приховавши його інформаційну складову. Так от, завдання полягає в тому, аби знайти деякий кількісний параметр, який виявиться помітно різним для зображень із різними частками шуму. Завданням-максимумом є розв'язання оберненої задачі – кількісного знаходження наперед невідомої частки шумів на зображенні, виходячи зі значення згаданого параметра.

Звісно, описану задачу можна розв'язувати за стандартними підходами опрацювання зображень [1], проте всі вони виявляють певні нестрогості та недоліки, так чи інакше пов'язані з проблемами розрізнення шумів на тлі складних і дрібних інформативних деталей зображення (див. [6, 7]). Це стосується і аналізу гістограм зображень або їхньої інформаційної ентропії, і відношення сигнал/шум (ВСШ або signal-to-noise ratio), і інших підходів [1]. Так, хоча математичні та алгоритмічні основи підходу ентропії нормалізованої гістограми бездоганні і це справді автоматизований підхід (див. [1]), але ентропія інваріантна щодо рандомізації зображення, тобто її величина та сама і для початкового (припустимо, інформативного) зображення, і для його повністю рандомізованого аналогу, який не містить жодної інформації. Зі схожих причин для розпізнавання інформативних і шумових зображень не годиться й контраст.

З іншого боку, визначення дисперсії яскравостей і ВСШ не є повністю автоматизованим підходом, бо їхнє оцінювання часто засноване на «ручному» виділенні «ділянок сигналу» і відносно однорідної ділянки (або ділянок) зображення, де

відсутній інформаційний сигнал і всі зміни яскравості викликані виключно шумами. Крім того, в ідеалі ВСШ можна знайти найточніше, порівнюючи зашумлене зображення із зображенням, на якому шуми завідомо відсутні. У дещо інших термінах, ВСШ дає швидше відносну оцінку шуму для двох зображень, але не абсолютну оцінку шуму для єдиного зображення, що є однією з наших задач.

Отже, подальша розробка методів оцінювання рівнів шумів на зображеннях є актуальною. Дане дослідження продовжує розвивати напрям перенесення методів аналізу текстів на зображення [5]. Нижче ми зосередимося на короткому описі методики вивчення мережевих характеристик текстів і на аналізі залежностей мережевих характеристик цифрових зображень від відносного вмісту гаусового шуму на них.

2. СКЛАДНІ МЕРЕЖІ ТА МЕРЕЖЕВІ ПАРАМЕТРИ. ЛІНГВІСТИЧНІ МЕРЕЖІ

Мережі – це універсальний інструмент моделювання складних систем із виразними взаємозв'язками між їхніми елементами. Мережа складається з вузлів, які є деякими об'єктами, та зв'язків, які відображають взаємодії між ними. Перерахуємо головні мережні параметри, які ми будемо аналізувати (точні означення див., наприклад, у [8, 9]):

- кількість V вузлів у мережі;
- середній коефіцієнт кластерності C мережі;
- середня довжина l найкоротшого шляху між вузлами мережі;
- середня довжина l_w найкоротшого шляху для зваженого варіанту мережі;
- середній ступінь k вузлів мережі;
- середня кратність M зв'язків у зваженій мережі.

Тут параметри C , l , l_w , k і M усереднюють локальні параметри C_i , l_i , l_{wi} , k_i і M_i , що стосуються вузлів i ($i = 1..V$). Зазначимо, що за означенням кратність усіх зв'язків у незваженій мережі дорівнює одиниці ($M_{ij} = M = 1$). Нарешті, на противагу до незваженої (бінарної) мережі, найкоротші шляхи між вузлами в зваженій мережі ми модифікуємо так, що довжина $l_{w,ij}$ зв'язку між деякими найближчими сусідніми вузлами i та j дорівнює $l_{w,ij} = 1/M_{ij}$, де M_{ij} – кратність зв'язку між цими вузлами. Іншими словами, чим більшою кількістю зв'язків пов'язані вузли i та j , тим менша «зважена відстань» між ними. Ця дефініція стає зрозумілішою, якщо залучити аналогію. Так, логічно припустити, що «відстань» між студентом та його батьком, між якими є багатократні зв'язки, коротша за відстань між цим студентом і його викладачем, або що вузли деякої мережі постачання, зв'язані трубопроводами більшого діаметру, є «ближчими», аніж у разі тонших трубопроводів (принаймні швидкість або ефективність постачання в першому випадку буде вищою). Водночас, довжина l_{ij} зв'язку між найближчими сусідами в незваженій мережі дорівнює $l_{ij} = 1$,

Одна з важливих властивостей багатьох складних мереж – це ефект «тісного світу». Він описується двома ознаками: малим середнім шляхом у мережі, порівняним зі шляхами, типовими для випадкових графів (ВГ), і набагато вищим коефіцієнтом кластерності, ніж для ВГ. Порівнюючи мережу «тісного світу» та ВГ із однаковими розмірами, матимемо властивості $l \sim l_{ВГ}$ і $C \gg C_{ВГ}$. Крім того, складні мережі часто виявляють важкий (степеневий) хвіст масового розподілу ймовірності $\text{pmf}(k_i)$ ступенів вузлів. Такі мережі називають безмасштабними, що означає відсутність характерного просторового масштабу в мережі.

Лінгвістичні мережі – це частковий випадок мереж, у яких вузлами є лінгвістичні елементи (переважно слова), а зв'язки найчастіше відображають сусідство слів у тексті (в т.ч. появу слів у тому ж реченні), або зрідка – семантичні відносини між ними. Дослідження [9–11] засвідчили, що лінгвістичні мережі також є «тісними світами» і виявляють безмасштабність. В останнє десятиліття лінгвістичні мережі привертати

значну увагу дослідників. Зокрема, їх вивчали з метою розрізнення природних мов, типів текстових документів і якісних характеристик текстів [12–15]. Що важливо, було проаналізовано й проблему розрізнення ТПМ (які є семантично наповненими) від рандомізованих (тобто семантично порожніх) текстів [16–19]. Тоді як ТПМ зі змістом фактично можна вважати деяким аналогом інформативних зображень, рандомізовані тексти представляють собою випадкові послідовності лінгвістичних символів, а тому є аналогами шумових зображень. Хоча автори [16, 18, 19] і констатували відсутність значних успіхів у розрізненні ТПМ і деяких конкретних рандомізованих моделей природної мови за мережевими методами, все ж цікаво було би спробувати застосувати ці підходи до розв'язання задачі розрізнення інформативних і шумових зображень.

3. МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕНЬ

3.1. Побудова мережі на цифровому зображенні

Ми пропонуємо застосувати мережевий підхід до аналізу цифрових зображень, у рамках якого різні числові значення яскравостей пікселів зображення (аналоги слів або word types у тексті) є вузлами мережі, а зв'язки вузлів відповідають їхньому сусідству на зображенні. «Сусідами» деякого пікселя називають усі пікселі на зображенні, що перебувають на відстані («радіусі») r від цього пікселя (наприклад, $r = 1, 2, \dots$). Далі можна використати такі мережеві параметри як коефіцієнт кластеризації, середню довжину шляху та ін. для оцінювання рівня шуму на зображенні та спробувати відрізнити інформативні зображення від шумових.

Найперше слід вирішити стандартну задачу відображення (mapping) цифрового зображення на мережу. Тут існує два можливі виходи.

1. У дусі підходу [5], ми можемо одразу перетворити двовимірний масив рівнів яскравості пікселів (матрицю цифрового зображення – див. Рис. 1) на одновимірний масив («текст»), вважаючи ці яскравості аналогами слів у тексті. Це можна здійснити пострірковою (або постовпцевою) розгорткою зображення в одновимірний масив чисел-«слів». У разі постріркової розгортки матимемо «текст» на зразок «42 14 252 24 14 63 52 42 52 41 67 64 12 ...» (див. Рис. 1). Далі можна застосовувати стандартні означення лінгвістичної мережі (див. [9]) і будувати цю мережу, виходячи із сусідства значень пікселів у сформованому «тексті». Проте такий спосіб побудови мережі виявляє проблеми спотворення сусідства пікселів, які мають два вияви:

а) пропуски сусідів – тобто пікселів, які були сусідніми в зображенні, проте не є такими у створеному нами синтетичному «тексті»; у разі розгортання зображення по рядках прикладами будуть перші пікселі зліва «12» і «15» у рядках №3 і №4 (див. Рис. 1); на додаток, пікселі, які є діагональними сусідами в зображенні, також перестануть бути сусідами в такому «тексті»;

б) поява оманливих сусідів – пікселів, які не були сусідніми в зображенні, проте стали такими в «тексті»; при розгортанні зображення по рядках прикладами будуть останній піксель справа «64» на зображенні в рядку №2 і перший піксель зліва «12» у наступному рядку №3 (див. Рис. 1).

2. Дещо технічно складнішою альтернативою є урахування істинного 8-сусідства на Рис. 1а (або ширшого сусідства на Рис. 1б) пікселів на зображенні [1] (див. Рис. 1а). Червоні квадрати на Рис. 1а і Рис. 1б ілюструють відповідно випадки радіусів сусідства $r = 1$ і $r = 2$. Ми створили програму, яка обліковує та виписує всі сусідства пікселів на зображенні (див. Рис. 1а), а далі записує їх до «тексту», формат якого дещо інший: «42 14. 42 252. 42 52.». Цей «текст» служить виключно для того, аби врахувати сусідства значень пікселів; сусідами ж у ньому ми вважатимемо лише ті пікселі, які трапляються в тому ж реченні (тобто в наведеному прикладі зв'язаними будуть вузли «42» і «13», «42» і «252» тощо). Як і в методі (1), цей формат

42	14	252	24	14	63
52	42	52	41	67	64
12	35	146	53	54	53
15	37	41	42	211	11
63	42	75	13	67	123
13	13	52	53	31	53

(а)

42	14	252	24	14	63
52	42	52	41	67	64
12	35	146	53	54	53
15	37	41	42	211	11
63	42	75	13	67	123
13	13	52	53	31	53

(б)

Рис. 1. Схематичне представлення зображення: на панелях (а) і (б) червоними квадратами обмежено всіх сусідів пікселів з яскравостями «42» і «146», які виділені зеленим фоном.

Fig. 1. Schematic representation of an image: in panels (a) and (b) all neighbors of the pixels with brightnesses of “42” and “146”, which are highlighted by a green background, are bounded by red squares.

«тексту» дає змогу використовувати існуючі програми для розрахунку мережових характеристик звичайних текстів.

Отже, метод (2) визначення сусідства усуває всі проблеми спотворення сусідства пікселів за методом (1), описані вище. Звісно, масштаби цих спотворень не мали би бути значними, проте впливу факторів (а) і (б) слід або уникнути, або оцінити його – прямо – або опосередковано, порівнюючи результати для мереж, створених за методами (1) і (2).

Кількість вузлів у мережі, побудованій на зображенні, – це повний набір різних яскравостей пікселів («словник»), що трапляються в ньому. Так, у 8-бітному зображенні може бути максимум $V = 256$ вузлів. Нарешті, зазначимо, що вплив радіуса r на експериментальні дані для мережових параметрів є окремим предметом інтересу.

3.2. Накладання шуму на зображення

Для дослідження було обрано стандартне 8-бітне тестове RGB-зображення «Lena» розміром 512x512 пікселів (див. Рис. 2а), яке аналізували по червоному каналу. Природно вважати це початкове зображення вільним від шумів або принаймні таким, шумами в якому можна знехтувати, тобто вважати, що стандартне відхилення яскравостей пікселів у ньому зумовлене тільки інформативною складовою.



Рис. 2. Початкове досліджуване зображення (а) і приклади зображень із ґаусовим шумом, додатково накладеним на зображення на панелі (а): робочий параметр шуму *noise* (див. пояснення в тексті) складає $3,86 \cdot 10^{-3}$ (б), 0,974 (в) і 60,3 (г).

Fig. 2. Original test image (a) and examples of images with Gaussian noise additionally superimposed on the image shown in panel (a): the operating parameter *noise* (see explanations in the text) is equal to $3,86 \cdot 10^{-3}$ (б), 0,974 (в) і 60,3 (г).

Далі на початкове зображення дозованими порціями накладали білий ґаусовий шум: до яскравості кожного пікселя на зображенні додавали нормально розподілену випадкову величину з нульовим середнім значенням і різними стандартними відхиленнями σ як аргументами функції шуму `numpy.random.normal(0,  $\sigma$ , img.shape)` у Python, де змінна `img.shape` стосується розмірності зображення (див. ілюстрації на Рис. 2б–г). Для зручності величину ґаусового шуму *noise* виражали у відносних одиницях ($noise = \sigma/\sigma_0$) – як частку стандартного відхилення σ_0 яскравостей пікселів початкового зображення, тобто аргумент σ функції шуму визначали за формулою

$$\sigma = \sigma_0 noise,$$

де для зображення «Lena» маємо $\sigma_0 \approx 60,3$.

Робочу змінну *noise* змінювали в діапазоні 0..60, верхньої межі цього діапазону ($noise \approx \sigma_0$ і $\sigma \approx \sigma_0^2$) цілком вистачало для того, аби шум у зображенні домінував, а інформативна складова зображення була повністю пригнічена (див. Рис. 2г). Для докладного вивчення впливу шуму на мережеві параметри було згенеровано 60 зашумлених зображень з різними параметрами *noise* білого шуму.

Зазначимо, що ми розглядали два альтернативні алгоритми накладання шуму:

А. Режим «обмеження» значень пікселів: якщо після додавання шуму деякі з цих значень у матриці 8-бітного зображення стають від'ємними, то їм присвоюють значення «0»; якщо ж значення стають більшими за «255», то їх прирівнюють до «255».

Б. Режим «відсутності обмеження» значень пікселів: якщо після додавання шуму деякі значення пікселів виходять за межі [0; 255], то їх переозначають за принципом «періодичних граничних умов» (див., наприклад, [20]); наприклад, неприпустиме значення «256» перетворюють на «0», «257» – на «1» тощо; так само значення «-1» перетворюють на «255», значення «-2» – на «254» і т.д.

Хоча інтуїтивні міркування підказують, що режим обмеження (А) може дещо порушити випадковий характер процедури зашумлення зображення, ми все ж аналізували цей режим і потім порівнювали відповідні дані з даними для альтернативного режиму (Б).

4. РЕЗУЛЬТАТИ ТА ЇХНІЙ АНАЛІЗ

На Рис. 3–5 представлено основні результати для мережевих властивостей, одержані за умови радіуса сусідства $r = 1$, а Таблиця 1 підсумовує кількісно основні мережеві дані для наших зображень. Логарифмічну шкалу по осях абсцис на Рис. 3–5 використано для зручності одночасного спостереження за ділянками рівнів шумів, які істотно відрізняються. Відповідно, точку $noise = 0$ для можливості відображення на графіках замінено на $noise = 10^{-5}$. Зокрема, на Рис. 3 показано залежності мережевих параметрів від відносної кількості ґаусового шуму на зображенні для випадку, коли сусідство пікселів означають за методом (1) і не обмежують значення пікселів при накладанні шуму (метод (Б)). Тут зображення розгортати по стовпцях. Зазначимо, що у разі здійснення розгортки по рядках результати для мережевих параметрів схожі до даних Рис. 3. На Рис. 4 і Рис. 5 представлено ті самі залежності для альтернативного випадку, коли сусідство пікселів встановлюють за методом (2). Зокрема, дані Рис. 4 відповідають відсутності обмеження значень пікселів при зашумленні (тобто періодичним граничним умовам), а дані Рис. 5 – наявності такого обмеження.

Якщо трохи спрощено говорити про головні спільні якісні риси залежностей на Рис. 3–5, то всі вони містять початкову ділянку малих шумів, на якій мережевий параметр слабо залежить від рівня шуму, ділянку різких змін (зростання або спадання) цього параметра, а також прикінцеву ділянку практичної незмінності параметра, що відповідає найвищим рівням шумів.

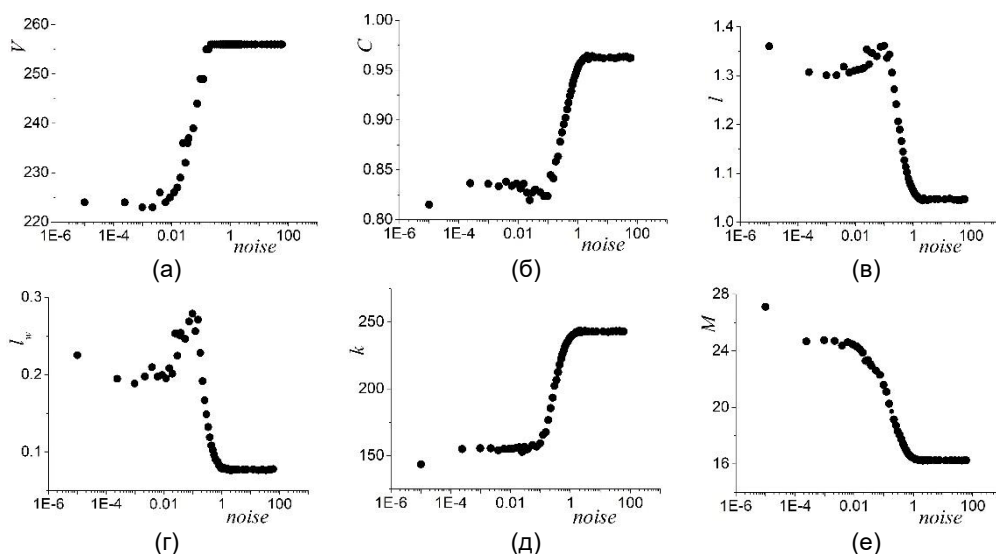


Рис. 3. Залежності основних мережевих параметрів зображення від відносної кількості *noise* гаусового шуму на ньому: означення сусідства яскравостей пікселів за методом (1); значення пікселів при накладанні шуму не обмежують. Тут і на всіх інших рисунках опрацьовують червоний канал початкового зображення, а радіус сусідства $r = 1$,

Fig. 3. Dependences of the main parameters of the image network on the relative amount *noise* of Gaussian noise in the image: definition of the neighborhood of pixel brightnesses is given by the method (1); pixel values are not limited when applying noise. In this and in all the other figures, the red channel of the original image is processed, and the neighborhood radius is $r = 1$,

На початковій ділянці шумів кількість V вузлів мережі $V \approx 223..225$, що є характеристикою конкретного початкового зображення, а на кінцевій ділянці вона зростає до максимально можливої кількості яскравостей у 8-бітному зображенні,

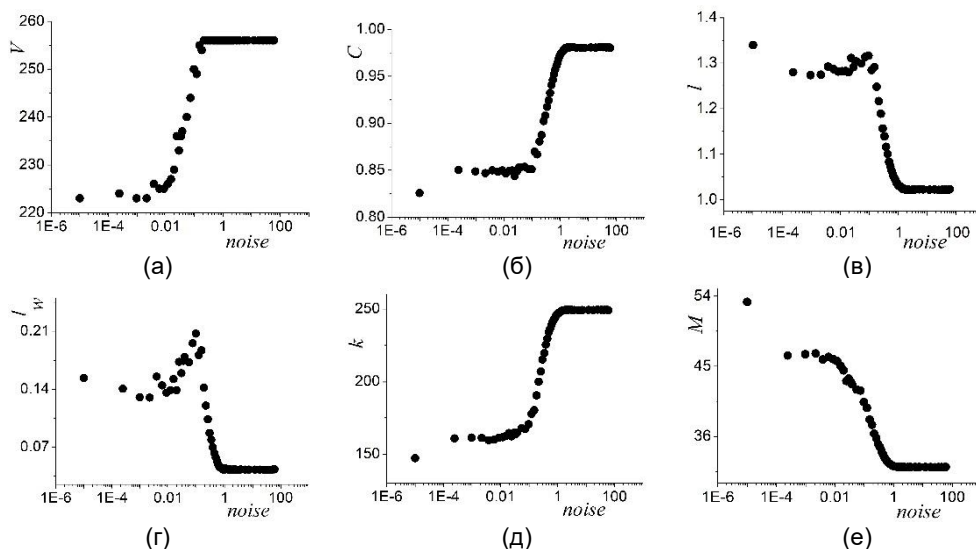


Рис. 4. Залежності основних мережевих параметрів зображення від відносної кількості *noise* гаусового шуму на ньому: означення сусідства яскравостей пікселів за методом (2); значення пікселів при накладанні шуму не обмежують.

Fig. 4. Dependences of the main parameters of the image network on the relative amount *noise* of Gaussian noise in the image: definition of the neighborhood of pixel brightnesses is given by the method (2); pixel values are not limited when applying noise.

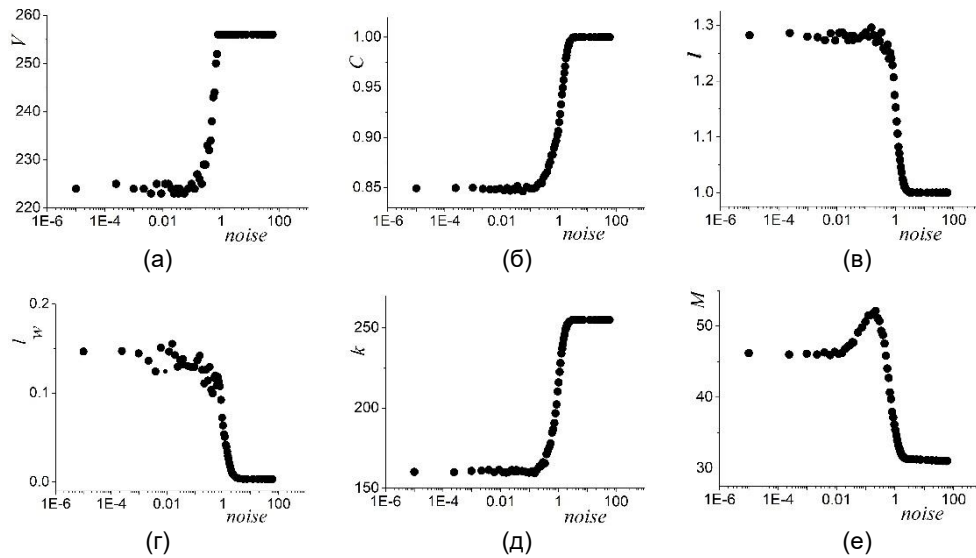


Рис. 5. Залежності основних мережових параметрів зображення від відносної кількості *noise* гаусового шуму на ньому: означення сусідства яскравостей пікселів за методом (2); значення пікселів при накладанні шуму обмежують.

Fig. 5. Dependences of the main parameters of the image network on the relative amount *noise* of Gaussian noise in the image: definition of the neighborhood of pixel brightnesses is given by the method (2); pixel values are limited when applying noise.

тобто 256 (див. Рис. 3а–5а). Звісно, що остання ситуація завдячує домінуючому впливові гаусового шуму, який завдяки випадковому характеру породжує всі ті значення пікселів, яких не було на початковому зображенні. Коефіцієнт кластерності C для безшумових зображень складає $\sim 0,8$, а для максимально зашумлених він сягає значень 0,96 для мереж, побудованих за означенням сусідства (1), і 0,98 або навіть 1,00 для мереж із означенням (2) відповідно у випадках відсутності або наявності обмеження значень пікселів під час зашумлення (див. Рис. 3б–5б і Таблицю 1). Це означає екстремально високу кластеризацію вузлів або транзитивність випадкової мережі (див. [8]): всі сусіди деякого вузла є також сусідами один одного. Зростання C при великих значеннях параметра шуму *noise* є непрямым наслідком випадкового, невибіркового характеру просторового поєднання різних яскравостей у відповідних мережах (див. також нижче). Водночас, у мережі для початкового зображення багато яскравостей «не поєднуються».

Середня довжина найкоротшого шляху l у мережах, побудованих для початкового зображення за всіма методами, дорівнює $\sim 1,3$, а для мереж максимально зашумлених зображень на Рис. 3в–5в вона близька до одиниці (Таблиця 1). Умови $l \approx 1$ або $l = 1$ означають екстремально малі шляхи в мережі, коли майже всі або всі значення пікселів у білому шумі є найближчими сусідами один одного. На відміну від коефіцієнта кластерності C , найкоротший шлях l у мережі зменшується зі зростанням рівня шуму в зображенні. Як і в поясненнях для параметра C , це означає невибіркові зв'язки буквально всіх вузлів-пікселів із довільними яскравостями.

Середні шляхи l_w для зважених мереж істотно менші за відповідні шляхи l для незважених мереж. Це природний наслідок нашого означення шляху в зваженому випадку: чим більше зв'язків існує між деякими вузлами, тим коротший шлях між ними. У кількісному плані маємо $l_w \sim 0,2$ для мереж початкового зображення і $l_w \approx 0,08$; 0,04 і 0,003 відповідно для мереж білого шуму на Рис. 3г–5г (див. Таблицю 1). Останні екстремально низькі значення сигналізують про те, що всі вузли в такій випадковій мережі надзвичайно тісно (багатократно) пов'язані один із одним.

Цікаво, що грубий статистичний аналіз кратності зв'язків між вузлами в повністю випадковій мережі (див. нижче) та відповідна формула

$$l_w \approx 1/M \quad (1)$$

дають оцінку $l \approx 1/32 \approx 0,03$, причому випадковий характер усіх зв'язків і гіпотетична статистична еквівалентність усіх вузлів у мережі мали би означати $l_{w,ij} \approx l_w$ і $M_{ij} \approx M$. Наведена вище оцінка найближча до значення l_w для мережі з означенням сусідства яскравостей пікселів за методом (2) і за відсутності обмеження значень пікселів при накладанні шуму (0,04 – див. Рис. 4г і Таблицю 1). Та ж формула (1) і значення $M = 16$ для кратності у випадку методу побудови мереж (1) і методу зашумлення (Б) (див. Рис. 3а) дають $l_w \approx 0,063$, що близьке до експериментального значення 0,08. Водночас, для випадку методів (2) і (А) маємо значення $l_w \approx 0,003$ (див. Таблицю 1), яке далеке від грубої теоретичної оцінки за формулою (1) і даними експериментів для кратності ($M = 31$). Нарешті, причини спадання довжини шляху l_w для зважених мереж за умови поступового зашумлення зображення подібні до причин для незважених мереж.

При низьких шумах середній ступінь k вузлів всіх трьох типів мереж на Рис. 3д–5д складає ~ 160 , а за умов максимального зашумлення він дорівнює ~ 250 (див. Таблицю 1). Пояснення зростання параметра k для високих рівнів шуму аналогічне до пояснень для коефіцієнта C , а тривіальна якісна оцінка k для повністю випадкової мережі (255 сусідів) найточніше виконується для мережі, побудованої за методом (2) у разі обмеження значень пікселів при зашумленні (Рис. 5д).

Кратність M зв'язків у зважених мережах інформативних зображень на Рис. 3е–5е наближено дорівнює відповідно 25, 47 і 46, а шумових зображень – 16, 32 і 31 (див. Таблицю 1). Зменшення кратності M з підвищенням рівня шуму можна інтерпретувати так. Очевидно, що кожному зображенню та його зваженій мережі відповідає деяка загальна кількість зв'язків n , яка залежить від розмірів зображення ($i = 1..L_1$, $j = 1..L_2$) і радіуса сусідства r . З урахуванням кратності зв'язків матимемо

$$n = \sum_{i,j} (j>i) n_{ij} M_{ij}, \quad (2)$$

де $n_{ij} = 1$ або $n_{ij} = 0$ відповідно якщо вузли i та j зв'язані або не зв'язані;

M_{ij} – це кратність зв'язку вузлів i та j .

Зі зростанням рівня шумів у зображенні все більше вузлів у мережі матимуть зв'язки, тобто все більше чисел n_{ij} у сумі (2) стануть ненульовими. Оскільки повне число n зв'язків при цьому незмінне, то кратності M_{ij} відповідно зменшаться. У граничному випадку повністю зашумленого зображення всі вузли будуть зв'язаними, а за додаткової гіпотетичної умови статистичної еквівалентності всіх зв'язків їхні кратності M_{ij} стануть статистично нерозрізними ($M_{ij} = M$ для будь-яких i та j).

Тепер грубо оцінимо число M для мереж максимально зашумлених зображень. Базовим тут є припущення про повністю випадковий характер цих зображень, тобто просторового розміщення всіх їхніх елементів, а також випадковий характер відповідних мереж і зв'язків у них. Замість строгого розгляду ґаусового розподілу ймовірності появи різних значень пікселів у зображенні (ґаусової нормалізованої гістограми) вважаємо, що цей розподіл рівномірний, тобто маємо гіпотетичну границю нормального розподілу за умови безмежно великого стандартного відхилення. У такому разі всі пікселі, вузли мережі і зв'язки між ними статистично однакові. Зокрема, кожен вузол у такій мережі зв'язаний із кожним іншим вузлом, а кратності цих зв'язків однакові.

Таблиця 1, Параметри мереж, побудованих на досліджуваних зображеннях (радіус сусідства $r = 1$).Table 1, Parameters of the networks built on the images under study (neighborhood radius $r = 1$).

Мережевий параметр	Кількісні дані	Спосіб побудови мережі		
		Означення сусідства (1), метод зашумлення (Б)	Означення сусідства (2), метод зашумлення (Б)	Означення сусідства (2), метод зашумлення (А)
Кількість V вузлів у мережі	V на ділянці низьких шумів	223..225	223..225	223..225
	V на ділянці високих шумів	256	256	256
	Діапазон <i>noise</i> різких змін V	0,01..0,2	0,01..0,2	0,05..0,8
	Діапазон <i>noise</i> піку V	–	–	–
Середній коефіцієнт кластерності C мережі	C на ділянці низьких шумів	0,83..0,85	0,83..0,85	0,83..0,85
	C на ділянці високих шумів	0,96	0,98	1,00
	Діапазон <i>noise</i> різких змін C	0,1..1,5	0,1..1,5	0,15..3,0
	Діапазон <i>noise</i> піку C	–	–	–
Середня довжина l найкоротшого шляху між вузлами мережі	l на ділянці низьких шумів	~ 1,3	~ 1,3	~ 1,3
	l на ділянці високих шумів	1,05	1,02	1,00
	Діапазон <i>noise</i> різких змін l	0,1..2,0	0,1..1,6	0,2..3,0
	Діапазон <i>noise</i> піку l	0,02..0,17	0,02..0,16	–
Середня довжина l_w найкоротшого шляху для зваженої мережі	l_w на ділянці низьких шумів	0,20	0,15	0,14
	l_w на ділянці високих шумів	0,08	0,04	0,003
	Діапазон <i>noise</i> різких змін l_w	0,1..1,0	0,1..1,0	0,12..3,0
	Діапазон <i>noise</i> піку l_w	0,02..0,17	0,02..0,16	–
Середній ступінь k вузлів мережі	k на ділянці низьких шумів	155	160	160
	k на ділянці високих шумів	243	249	255
	Діапазон <i>noise</i> різких змін k	0,08..1,4	0,09..1,4	0,2..2,5
	Діапазон <i>noise</i> піку k	–	–	–
Середня кратність M зв'язків у зваженій мережі	M на ділянці низьких шумів	25	47	46
	M на ділянці високих шумів	16	32	31
	Діапазон <i>noise</i> різких змін M	0,01..1,0	0,01..1,0	0,2..2,0
	Діапазон <i>noise</i> піку M	–	–	0,02..0,5

Скільки разом зв'язків є у зваженій мережі шумового зображення, яке містить $512 \cdot 512 = 2^{18}$ пікселів? Якщо не враховувати крайових ефектів (працювати в грубому наближенні «безмежно великого» зображення), то за умов дефініції сусідства (2) і радіуса сусідства $r = 1$ кожен піксель у зваженій мережі зв'язаний із $8 = 2^3$ сусідніми пікселями. Тому разом буде $2^{18} \cdot 2^3 \approx 2^{21}$ зв'язків, а на кожен із $256 = 2^8$ вузлів мережі 8-бітного зображення припадатиме $2^{21}/2^8 \approx 2^{13}$ зв'язків. Тут не враховано, що зв'язок пікселя з яскравістю i із тим же пікселем i неможливий, проте похибка такого наближення незначна.

2^{13} зв'язків деякого довільного вузла нашої гіпотетичної зваженої мережі статистично рівномірно розподілені між $255 \approx 2^8$ іншими вузлами, а тому кількість усіх зв'язків цього вузла (2^{13}) дорівнює добутку кількості його вузлів-сусідів (2^8) і кратності M його зв'язків із кожним іншим вузлом. Отже, кратність M кожного зв'язку в зваженій мережі такого гіпотетичного шумового зображення наближено дорівнює $2^{13}/2^8 = 2^5 = 32$. Цікаво, що це число, одержане у вкрай грубому наближенні рівномірної гістограми, фактично збігається з даними, одержаними для обох мереж, побудованих на зображенні за методом (2) (див. Рис. 4е і 5е), а параметр M для мережі, побудованої за методом (1) (див. Рис. 3е), є вдвічі меншим.

Зазначимо, що режим обмеження значень пікселів сприяє більш рівномірному «заселенню» екстремально малих і великих значень «0» і «255», порівняно з гаусовим розподілом, тобто розподіл значень пікселів стає дещо ближчим до рівномірного, для якого й було проведено наближені розрахунки. Попри те, дані для кратності зв'язків у цій зваженій мережі істотно відхиляються від результату розрахунку за формулою (1).

Перейдемо до аналізу діапазонів різких змін мережевих параметрів зашумлених зображень, унаслідок яких початкове інформативне зображення перетворюється на шум (див. Таблицю 1). На тлі деяких ознак універсальності, ці діапазони залежать і від самого параметра, і від способу побудови мережі та зашумлення зображення. Дещо спрощуючи ситуацію, бачимо, що всі мережеві параметри, крім кількості вузлів V і кратності M зв'язків у зважених мережах, швидко змінюються в діапазоні $\sim 0,1..1,0$, а діапазони помітних змін параметрів V і кратності M трохи зміщені і/або ширші (відповідно, $\sim 0,01..0,5$ і $\sim 0,01..1,0$).

Крім ділянки різкого зменшення для істотно зашумлених зображень, параметри l , l_w і M виявляють вузькі піки безпосередньо перед цією ділянкою для деяких способів побудови мереж і зашумлення зображень (див. панелі (в), (г) і (е) на Рис. 3–5). Тому залежності цих параметрів від рівня шуму мають більш чи менш виразний немонотонний характер. Діапазони змінної *noise*, у яких спостерігаємо ці піки, показано в Таблиці 1. Причини появи згаданих піків потребують докладнішого вивчення, проте можна помітити, що діапазони піків приблизно відповідають діапазнам, у яких різко змінюється кількість вузлів V . Можливо, існують деякі непрямі механізми впливу змін V на появу згаданих піків.

Чи не найперше практичне питання, пов'язане з оцінюванням наперед невідомого рівня шумів у деякому зображенні, таке: наскільки сильно впливає зашумлення зображення на його мережеві параметри? У Таблиці 2 представлено відповідні результати лише для параметрів C , l і k за умови різних радіусів сусідства $r = 1..5$. Тут фігурують абсолютні ($\Delta C' = C(60) - C(0)$ тощо) і відносні ($\Delta C'' = (C(60) - C(0))/C(0)$, % тощо) відмінності C , l і k , узяті для початкового інформативного (*noise* = 0) та істотно зашумленого (*noise* = 60) зображень. Із даних Таблиці 2 випливає, що задачу розрізнення інформативних і шумових зображень на основі їхніх мережевих властивостей слід вирішувати за умови найменших радіусів сусідства.

У плані порівняння властивостей мереж, побудованих за різними методами і для зображень, зашумлених за різними способами, слід зазначити відносну стійкість мережевих характеристик до цих факторів: хоча при цьому й спостерігаємо деякі кількісні зміни в залежностях мережевих параметрів від рівня шуму, проте всі ці залежності якісно схожі. Чи не єдиним винятком є поява або зникнення піків перед ділянкою різких змін на залежностях $l(\text{noise})$, $l_w(\text{noise})$ і $M(\text{noise})$. Зауважимо, що відповідні немонотонності функцій $l(\text{noise})$, $l_w(\text{noise})$ і $M(\text{noise})$ утруднюють однозначне розв'язання нашої оберненої задачі — визначення рівня шуму за величиною мережевого параметра.

Корисними є порівняння вивчених мережевих властивостей зображень із відповідними властивостями для ТПМ і рандомізованих текстів, які можна вважати

Таблиця 2. Відмінності кількох мережевих параметрів інформативного ($noise = 0$) та істотно зашумленого ($noise = 60$) зображень для різних радіусів сусідства r .

Table 2. Differences of several network parameters for the informative ($noise = 0$) and essentially noisy ($noise = 60$) images, as obtained at different neighborhood radii r .

Радіус сусідства r	Відмінність мережевих параметрів при рівнях шумів $noise = 60$ і $noise = 0$					
	Абсолютні зміни C	Відносні зміни C , %	Абсолютні зміни l	Відносні зміни l , %	Абсолютні зміни k	Відносні зміни k , %
1	0,120	15,0	-0,258	-19,3	75,3	47,8
2	0,074	8,01	-0,144	-12,6	49,6	24,4
3	0,046	4,85	-0,087	-8,07	36,0	16,5
4	0,034	3,57	-0,060	-5,70	29,5	13,1
5	0,027	2,82	-0,045	-4,33	25,9	11,3

деякими аналогами інформативних і шумових зображень, відповідно. Для простоти обмежимося лише найпростішою моделлю «мішка зі словами», у якій рандомізовані тексти одержують із ТПМ багатократною перестановкою слів [21]. Порівнюючи наші дані з даними, наведеними у праці [21] для багатьох текстів при $r = 2, 3$, бачимо, що закономірності для лінгвістичних мереж і мереж, побудованих на зображеннях, бувають і схожими, і помітно, а іноді навіть радикально відмінними:

1) відмінності окремих мережевих параметрів для ТПМ і рандомізованих текстів незначні або й відсутні: кількість вузлів V однакова, коефіцієнти кластерності C відмінні на 6%, а довжини l найкоротшого шляху – лише на 3%; це помітно відрізняється від ситуації для мереж зображень (порівн. із даними Таблиці 2);

2) при переході від ТПМ до рандомізованих текстів довжина l_w найкоротшого шляху у зваженій мережі зростає на 26%, а для зображень – помітно (на $\sim 25\%$) зменшується (див. Таблицю 1);

3) за тих же умов параметр k лінгвістичних мереж зростає на 18%, а параметр M спадає на 17%, що загалом схоже до ситуації для мереж зображень (див. Таблиці 1 і 2);

4) порівняно з мережами для природних текстів, шляхи l і зважені шляхи l_w для мереж нашого інформативного зображення помітно коротші (відповідно, $l \approx 1,3$ проти 1,8 і $l_w \approx 0,15$ проти 0,3); надзвичайно високими є коефіцієнти кластерності C мереж зображення (0,85 проти $\sim 0,5$);

5) мережеві властивості сильно зашумлених зображень вирізняються найбільшою специфікою: $C \rightarrow 1$, $l \rightarrow 1$, $l_w \rightarrow 1$ і $k \rightarrow V$, що радикально відмінно від властивостей лінгвістичних мереж рандомізованих текстів;

6) як і лінгвістичні мережі текстів, мережі інформативних і шумових зображень є «тісними світами»; якщо спрощено взяти відношення $\mu = C/l$ як параметр «тісноти світу» (див. [22]), ми бачимо, що мережеві «світи», побудовані на інформативних зображеннях, істотно тісніші за «світи» лінгвомереж, а «світи» зображень білого шуму екстремально «тісні» (параметр μ набуває мінімального теоретичного значення $\mu \sim 1$ – порівняно із даними $\mu \sim 0,3$ для мереж рандомізованих текстів). Це вкотре заперечує зв'язки явища «тісного світу» з семантикою тексту або інформативністю зображення (див. висновки [21]).

Нагадаємо означення основних модельних мереж. Це регулярна ґратка (великі l і великі C), ВГ (малі l і малі C) і «тісний світ» (малі l і великі C) [8, 23], причому приклади ще одного гіпотетичного модельного типу мереж (великі l і малі C) відсутні. Отже,

мережа Гаусового шуму – це екстремально «тісний світ», який виявляє дуже малі l і дуже великі C . По-суті це мережа, де кожен вузол зв'язаний з будь-яким іншим вузлом, а всі сусіди кожного вузла є також сусідами одне одного.

На завершення торкнемося опису шляхів практичного розв'язання оберненої задачі – знаходження невідомого рівня шуму в деякому зображенні. На початку зазначимо, що, взагалі кажучи, ми не можемо бути впевненими в тому, що наше початкове досліджуване зображення було повністю вільним від шумів. Тому існує деяка невизначеність абсциси $noise$ у всіх наших залежностях: можливо, її слід замінити на $(noise_0 + noise)$, де $noise_0$ – це шум початкового зображення. Відповідно, використовувати абсолютне значення деякого мережевого параметра для встановлення рівня шуму дещо ризиковано. До того ж, мережеві характеристики $V(noise)$, $C(noise)$, $l(noise)$, $l_w(noise)$, $k(noise)$ і $M(noise)$ для різних початкових зображень можуть бути зміщеними по обох осях абсцис і ординат.

Проте навіть якщо згадані функції матимуть різні початкові та кінцеві ординати зі зростанням шуму для різних зображень, для розв'язання оберненої задачі можна спробувати використати основну рису всіх мережевих характеристик, які ми позначимо як $p(noise)$: функція $p(noise)$ майже незмінна на ділянці низьких шумів, далі різко зростає (або спадає) і нарешті знову набуває майже постійних значень. Тому до досліджуваного зображення з невідомим шумом $noise_0$ слід дозовано додавати шум аж до дуже великих значень $noise$ і спостерігати за поведінкою функції $p(noise_0 + noise)$. Дещо спрощуючи картину, шум $noise_0$ початкового зображення можна оцінити, спостерігаючи, де саме розміщена перша точка $p(noise_0)$ на графіку, і порівнюючи цей графік зі стандартними залежностями на Рис. 3–5. Наприклад, якщо після першої точки $noise_0$ значення $p(noise_0 + noise)$ ще довго будуть порівняно малими і аж згодом почнуть різко змінюватися, то шум $noise_0$ початкового зображення гарантовано був низьким. Дещо важкою задача стане, якщо початкова точка $p(noise_0)$ буде розташована на ділянці різких змін: тоді доведеться визначати рівень шуму $noise_0$, аналізуючи найперше абсолютну величину $p(noise_0)$ і порівнюючи ширину $\Delta(noise)$ одержаної ділянки різких змін із відповідною шириною ділянки різких змін на графіках Рис. 3–5. Звісно, потрібні практичні уточнення такого підходу, суть яких буде найліпше збагнути, виконуючи систематичні дослідження та аналіз великого набору тестових зображень.

5. ВИСНОВКИ

У цій роботі запропоновано новий підхід до аналізу відносного вмісту Гаусового шуму в цифрових зображеннях на основі технічних засобів, запозичених зі статистичної лінгвістики, – визначення мережевих параметрів лінгвістичних мереж. Описано кілька методів побудови незважених і зважених мереж для зображень, а також звернуто увагу на особливості дозованого зашумлення зображень з метою вивчення залежностей мережевих параметрів від відносного рівня $noise$ білого шуму. Виявилось, що для більшості мережевих параметрів p одержуємо монотонно зростаючі або спадні функції $p(noise)$, які типово мають три основні діапазони: дві наближено горизонтальні ділянки при низьких і високих шумах і проміжну ділянку різких змін. Ці особливості, а також помітні відмінності величин p на ділянках малих і великих $noise$ дають змогу впевнено відрізнити інформативні зображення від зображень, які містять значну шумову компоненту – або навіть спробувати більш чи менш строго розв'язати обернену задачу встановлення абсолютної величини початкового рівня шуму в досліджуваному зображенні.

Серед перспектив розвитку запропонованого нами підходу вбачаємо вивчення мереж для зображень, побудованих на основі n -грам значень пікселів, аналіз наслідків альтернативних означень сусідства на зображенні, порівняння мережевих властивостей для великого набору тестових зображень, їхнє порівняння з

властивостями мереж зображень на зразок ВГ, а також дослідження явищ безмасштабності для мереж зображень.

Нарешті, доречним є порівняння мережевого підходу з іншими метриками оцінювання рівня шумів, відомими в галузі опрацювання зображень, – наприклад, ВСШ, піковим ВСШ і дисперсією шуму. Окрім мережевих підходів, ми також плануємо аналізувати застосування до зображень інших методів опрацювання природної мови на зразок вимірювання параметрів повторюваності елементів зображень, а також докладніше вивчати кластеризацію та автокореляції в «текстах», сформованих на основі зображень.

ДОТРИМАННЯ ЕТИЧНИХ СТАНДАРТІВ

Автори заявляють, що дослідження проводилися за відсутності будь-яких конфліктів інтересів.

ВНЕСОК АВТОРІВ

Концептуалізація, [О.Куш.]; методологія, [О.Куш., О.Кр.]; програмне забезпечення, [О.Кр.]; валідація, [О.Кр., В.Ф.]; формальний аналіз, [О.Куш., О.Кр., В.Ф.]; дослідження, [О.Кр., О.Куш.]; матеріали та ресурси, [О.Кр., О.Куш.]; написання – підготовка оригінального тексту, [О.Куш., О.Кр.]; написання – рецензування та редагування, [О.Куш.]; візуалізація, [О.Кр., В.Ф.]; загальний нагляд, [О.Куш.]; адміністрування [О.Куш.].

Усі автори ознайомилися з остаточною версією рукопису та погодилися з його публікацією.

ДЖЕРЕЛА

- [1] Gonzalez R., Woods R. Digital image processing / Pearson, 2018. – 1020 p.
- [2] Clark A., Fox C., Lappin S. The handbook of computational linguistics and natural language processing / Wiley-Blackwell, 2010, – 802 p.
- [3] Meriem H., Farida M. H. Detection of a region of interest in the images based on Zipf laws // In: Proc. 7th Int. Conf. on Signal Image Technol. & Internet-Based Systems. – 2011, – P. 416–421,
- [4] Manzanera A. Σ - Δ background subtraction and the Zipf law / In: Progress in Pattern Recognition, Image Analysis and Applications (CIARP'07). – Viña del Mar-Valparaíso, Chile, 2007. – 10 p. URL: <https://hal.science/hal-01222660/document>
- [5] Довгань І. Я., Кушнір О. С., Фурґала Ю. М., Паночко Г. І. Аналогії між зображеннями та текстами: явище «спалахів» у текстах і цифрових зображеннях // Електроніка та інформаційні технології. – 2022. – Вип. 17. – С. 3–15.
- [6] Zhang Z. Image noise: detection, measurement, and removal techniques / Knoxville: Department of Electrical Engineering and Computer Science, 2015. – 10 pp. URL: <https://zzutk.github.io/docs/reports/2015.07%20-%20Image%20Noise%20Detection,%20Measurement,%20and%20Removal%20Techniques.pdf>
- [7] Olsen S. I. Estimation of noise in images: An evaluation // Graphical Models and Image Processing. – 1993. – Vol. 55, No. 4. – P. 319–323.
- [8] Newman M. E. J. The structure and function of complex networks // SIAM Rev. – 2003. – Vol. 45. – P. 167–256.
- [9] Ferrer i Cancho R., Solé R. V. The small world of human language // Proc. Roy. Soc. Lond. B. – 2001, – Vol. 268. – P. 2261–2265.
- [10] Dorogovtsev S. N., Mendes J. F. F. Language as an evolving word web // Proc. Roy. Soc. Lond. B. – 2001, – Vol. 268. – P. 2603–2606.

- [11] Matsuo Y., Ohsawa Y., Ishizuka M. KeyWorld: Extracting keywords from a document as a small world / In: Jantke K. P., Shinohara A. (Eds.). *Discovery Science*, 2001, Lecture Notes in Computer Science, Vol. 2226. – Berlin, Heidelberg: Springer.
- [12] Ferrer i Cancho R., Solé R. V., Köhler R. Patterns in syntactic dependency networks // *Phys. Rev. E*. – 2004. – Vol. 69. – P. 051915 (8 pp.).
- [13] Antiqueira L., Nunes M. G. V., Oliveira Jr. O. N., Costa L. da F. Strong correlations between text quality and complex networks features // *Physica A*. – 2007. – Vol. 373. – P. 811–820.
- [14] Cong J., Liu H. Approaching human language with complex networks // *Phys. Life Rev.* – 2014. – Vol. 11. – P. 598–618.
- [15] Espitia D., Larralde H. Universal and non-universal text statistics: Clustering coefficient for language identification // *Physica A*. – 2020. – Vol. 553. – P. 123905 (25 pp.).
- [16] Masucci A. P., Rodgers G. J. Network properties of written human language // *Phys. Rev. E*. – 2006. – Vol. 74. – 026102 (8 pp.).
- [17] Caldeira S. M. G., Petit Lobão T. C., Andrade R. F. S., Neme A., Miranda J. G. V. The network of concepts in written texts // *Eur. Phys. J. B*. – 2006. – Vol. 49. – P. 523–529.
- [18] Masucci A. P., Rodgers G. J. Differences between normal and shuffled texts: Structural properties of weighted networks // *Adv. Complex Syst.* – 2009. – Vol. 12. – P. 113–129.
- [19] Amancio D. R., Altmann E. G., Rybski D., Oliveira Jr. O. N., Costa L. da F. Probing the statistical properties of unknown texts: Application to the Voynich manuscript // *PLOS ONE*. – 2013. – Vol. 8. – e67310 (10 pp.).
- [20] Carretero-Campos C., Bernaola-Galván P., Ivanov P. Ch., Carpena P. Improving statistical keyword detection in short texts: entropic and clustering approaches // *Physica A*. – 2013. – Vol. 392. – P. 1481–1492.
- [21] Кушнір О. С., Дребот А. С., Д. А. Остріков, Кравчук О. М. Властивості лексичних мереж, побудованих на природних і рандомних текстах // *Електроніка та інформаційні технології*. – 2024 – Вип. 28. – С. 22–37.
- [22] Neal Z. P. How small is it? Comparing indices of small worldliness // *Network Science*. – 2017. – Vol. 5, No. 1 – P. 30–44.
- [23] Börner K., Sanyal S., Vespignani A. Network science / In: B. Cronin (Ed.). *Annual Review of Information Science & Technology*, Vol. 41, Medford, NJ: Information Today / American Society for Information Science and Technology. – Chapter 12. – pp. 537–607.

PROPERTIES OF NETWORKS BUILT ON DIGITAL IMAGES

Oleh Kushnir^{*}, Oleksiy Kravchuk^{*}, Volodymyr Franiv^{*}

Department of Optoelectronics and Information Technologies,
Ivan Franko National University of Lviv
107 Tarnavsky Street, UA-79017 Lviv, Ukraine

ABSTRACT

Background. It is known that some important properties of natural-language texts can be revealed when mapping a text on a network and studying the properties of this network. Here the words of a text are regarded as nodes and their co-occurrences as links.

Materials and Methods. Drawing an analogy between texts and digital images, in this work we study experimentally and analyze phenomenologically the properties of a network

built on an image. In this network, the nodes are pixel values and the links are assigned among those pixel values that spatially adjoin each other in an image. The neighborhood of pixels is defined by a radius r ($r = 1, 2, \dots$). We build our networks for a test informative image and the corresponding images obtained from the initial one by adding calibrated portions of white Gaussian noise. Both weighted and non-weighted networks are analyzed and a number of practical methods for building an image network and adding a noise to an image are compared with each other.

Results and Discussion. The main network parameters such as the average clustering coefficient and the average shortest-path length are measured as functions of the relative noise parameter. The main qualitative and quantitative features of the dependences are analyzed. The network characteristics are critically compared with those known for the lexical networks build upon the natural texts and the random texts obtained with randomizing words in the initial natural text. The main similarities and distinctions of the lexical and image networks are scrutinized.

Conclusion. It is shown that the average clustering coefficient and path length for the networks built upon the initial informative image and the corresponding noisy images are essentially small worlds. In spite of this similarity, the above networks reveal a number of distinct features so that the dependences of the image-network parameters on the noise level can be used for distinguishing between these types of images. Finally, we analyze a number of consequences of our empirical results and some data known from the literature. Since both informative and noisy images reveal a small-worldliness, it would hardly be appropriate to associate this effect with the information load of the image.

Keywords: complex networks, analysis and classification of images, image recognition, information and noise detection, semantics, random models.