

УДК 517.53

## БЕЗПОСЕРЕДНЄ РОЗВИНЕННЯ В РЯД ФУР'Є ЛОГАРИФМА КАНОНІЧНИХ ДОБУТКІВ ВЕЙЕРШТРАССА

Микола ЗАБОЛОЦЬКИЙ<sup>1</sup>, Мар'яна Мостова<sup>2</sup>, Святослав  
Тарасюк<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Львівський національний університет імені Івана Франка,  
м. Львів, 79000, вул. Університетська, 1

<sup>2</sup> Львівський державний університет фізичної культури імені Івана Боберського,  
м. Львів, 79000, вул. Костюшка, 11  
e-mail: [mykola.zabolotskyi@lnu.edu.ua](mailto:mykola.zabolotskyi@lnu.edu.ua), ORCID: 0000-0001-6102-707X  
[mariana.mostova@gmail.com](mailto:mariana.mostova@gmail.com), ORCID: 0000-0002-8330-0046  
[sviatoslav.tarasyuk@lnu.edu.ua](mailto:sviatoslav.tarasyuk@lnu.edu.ua), ORCID: 0009-0001-4722-4349

Нехай  $\pi_p(z) = \prod_{n=1}^{+\infty} E(\frac{z}{a_n}, p)$  — канонічний добуток Вейерштрасса роду  $p$ ,  $\mathbb{C}^*$  — комплексна площина з радіальними розрізами від нулів функції  $\pi_p$  до  $\infty$ ,  $\ln \pi_p(z)$  визначена в  $\mathbb{C}^*$  однозначна гілка багатозначної функції  $\text{Ln } \pi_p(z) = \ln |\pi_p(z)| + i \text{Arg } \pi_p(z)$  така, що  $\ln \pi_p(0) = \ln 1 = 0$ . Тобто

$$\ln \pi_p(z) = \int_0^z \frac{\pi_p'(w)}{\pi_p(w)} dw, \quad z \in \mathbb{C}^*,$$

де інтеграл береться вздовж відрізка  $[0, z]$ .

Безпосереднім розвиненням  $\ln \pi_p(z)$  в ряд Фур'є отримано формули для коефіцієнтів Фур'є  $c_k(r, \ln \pi_p)$ , які залежать від нулів  $\pi_p(z)$ .

*Ключові слова:* канонічний добуток Вейерштрасса, ціла функція, коефіцієнти Фур'є логарифму цілої функції.

### 1. Постановка завдання

Нехай  $(a_n)_{n=1}^{+\infty}$  — деяка послідовність комплексних чисел,  $0 < |a_1| \leq |a_2| \leq \dots \leq |a_n| \leq \dots$  така, що

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{|a_n|^{p+1}} < +\infty,$$

де  $p \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ ). Добуток

$$\pi_p(z) = \prod_{n=1}^{+\infty} E\left(\frac{z}{a_n}, p\right) \quad (1)$$

є цілою функцією, яку називають канонічним добутком роду  $p$ . Тут

$$E(z, p) = \begin{cases} 1 - z, & \text{якщо } p = 0; \\ (1 - z) \exp\left\{z + \frac{z^2}{2} + \dots + \frac{z^p}{p}\right\}, & \text{якщо } p \geq 1. \end{cases}$$

Нехай

$$\varphi_n = \arg a_n \in [0, 2\pi), \quad l_n = \{z: \arg z = \varphi_n, |z| \geq |a_n|\}, \quad \mathbb{C}^* = \mathbb{C} \left( \bigcup_{n=1}^{+\infty} l_n \right)$$

— комплексна площина з радіальними розрізами від нулів  $a_n$  функції  $\pi_p$  до  $\infty$ . Через  $\ln \pi_p(z)$  позначимо визначену в однозв'язній області  $\mathbb{C}^*$  однозначну гілку багатозначної функції  $\text{Ln } \pi_p(z) = \ln |\pi_p(z)| + i \text{Arg } \pi_p(z)$  таку, що  $\ln \pi_p(0) = \ln 1 = 0$ .

Легко бачити, що

$$\ln \pi_p(z) = \int_0^z \frac{\pi_p'(w)}{\pi_p(w)} dw, \quad z \in \mathbb{C}^*,$$

де інтеграл береться вздовж відрізка  $[0, z]$ .

Для функції  $\Phi(re^{i\theta}) \in L^1[0, 2\pi]$ ,  $0 < r < +\infty$ , правильна рівність

$$\Phi(re^{i\theta}) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} C_k(r, \Phi) e^{ik\theta},$$

де

$$C_k(r, \Phi) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \Phi(re^{i\theta}) e^{-ik\theta} d\theta$$

— коефіцієнти Фур'є  $\Phi(re^{i\theta})$ . Навпаки, якщо для довільного  $r \in (0, +\infty)$

$$\Phi(re^{i\theta}) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} A_k(r) e^{ik\theta},$$

то  $A_k(r) = C_k(r, \Phi)$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .

Нехай  $a_n = |a_n| e^{i\varphi_n}$  нулі цілої функції  $f$ ,  $f(0) = 1$ ,

$$\ln f(z) = \sum_{n=1}^{+\infty} \gamma_n z^n,$$

степеневе розвинення  $\ln f$  в деякому околі точки  $z = 0$ . Тут  $\ln f(z)$  визначена в  $\mathbb{C}^*$  однозначна гілка багатозначної функції  $\text{Ln } f(z)$  така, що  $\ln f(0) = 0$ .

Покладемо

$$n_k(r, f) = \sum_{|a_k| \leq r} e^{-ik\varphi_n}, \quad \tilde{\gamma}_n = \begin{cases} \gamma_n, & n \geq 1; \\ 0, & n \leq 0. \end{cases}$$

Для довільного  $r \in (0, +\infty)$  функція  $\ln f(re^{i\theta}) \in L^1[0, 2\pi]$  і в [1] отримано формули для її коефіцієнтів Фур'є

$$l_k(r, f) = C_k(r, \ln f) = \tilde{\gamma}_k r^k + r^k \int_0^r \frac{n_k(t, f)}{t^{k+1}} dt, \quad k \in \mathbb{Z}. \quad (2)$$

Автори співвідношень (2) при їх доведенні суттєво використали формули для коефіцієнтів Фур'є логарифмічної похідної  $F(z) = zf'(z)/f(z)$  функції  $\ln f(z)$ , отримані в [2], а саме

$$b_k(r, f) = C_k(r, F) = k\tilde{\gamma}_k r^k + n_k(r, f) + kr^k \int_0^r \frac{n_k(t, f)}{t^{k+1}} dt, \quad k \in \mathbb{Z},$$

та рівності  $l_k(r, f) = \int_0^r b_k(t, f)/tdt$ .

Використовуючи розвинення

$$\ln(1-z) = -\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{z^n}{n}$$

в околі  $U_1(0)$  точки  $z = 0$ , з (1) неважко отримати, що

$$\ln \pi_p(z) = \sum_{k=p+1}^{+\infty} \left( -\frac{1}{k} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{a_n^k} \right) z^k = \sum_{k=p+1}^{+\infty} \gamma_k(\pi_p) z^k, \quad \text{тобто } \gamma_k(\pi_p) = 0 \text{ для } k = 1, 2, \dots, p.$$

Покладемо  $n_k(t) = n_k(t, \pi_p)$ . Тоді для  $k \geq p+1$

$$\begin{aligned} \gamma_k(\pi_p) &= -\frac{1}{k} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{a_n^k} = -\frac{1}{k} \int_0^{+\infty} \frac{dn_k(t)}{t^k} = -\frac{1}{k} \left( \left. \frac{n_k(t)}{t^k} \right|_0^{+\infty} + k \int_0^{+\infty} \frac{n_k(t)}{t^{k+1}} dt \right) = \\ &= -\int_0^{+\infty} \frac{n_k(t)}{t^{k+1}} dt. \end{aligned}$$

Звідси, враховуючи (2)

$$\begin{aligned} l_0(r, \pi_p) &= \int_0^r \frac{n_0(t)}{t} dt = N(r, \pi_p), \\ l_{-k}(r, \pi_p) &= r^{-k} \int_0^r \frac{n_{-k}(t)}{t^{-k+1}} dt, \quad k \in \mathbb{N}, \\ l_k(r, \pi_p) &= r^k \int_0^r \frac{n_k(t)}{t^{k+1}} dt, \quad k = 1, 2, \dots, p, \\ l_k(r, \pi_p) &= -r^k \int_r^{+\infty} \frac{n_k(t)}{t^{k+1}} dt, \quad k \geq p+1. \end{aligned} \quad (3)$$

## 2. Доведення основних результатів

В даній роботі ми отримуємо формули (3) безпосередньо розвинувши  $\ln \pi_p(z)$  в “узагальнений степеневий” ряд, а саме правильне таке твердження.

**Теорема 1.** Для  $z \in \mathbb{C}^*$

$$\ln \pi_p(z) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} b_k(r) z^k, \quad (4)$$

$$\text{де } b_k(r) = \int_0^r \frac{n_k(t)}{t^{k+1}} dt \text{ при } k \leq p \text{ і } b_k(r) = - \int_r^{+\infty} \frac{n_k(t)}{t^{k+1}} dt \text{ при } k \geq p+1.$$

Зауваження 1. З 4 маємо  $l_k(r, \pi_p) = r^k b_k(r)$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ , тобто формули 3 і

$$\ln \pi_p(z) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} l_k(r, \pi_p) e^{ik\theta}, \quad z \in \mathbb{C}^*. \quad (4')$$

Доведення. Спочатку зауважимо, що для  $m \geq p+1$  та  $z = re^{i\theta}$

$$\begin{aligned} -\frac{z^m}{m} \sum_{|a_n|>r} \frac{1}{a_n^m} &= -\frac{z^m}{m} \int_r^{+\infty} \frac{dn_m(t)}{t^m} = -\frac{z^m}{m} \left( \frac{n_m(t)}{t^m} \Big|_r^{+\infty} + m \int_r^{+\infty} \frac{n_m(t)}{t^{m+1}} dt \right) = \\ &= \frac{e^{im\theta}}{m} n_m(r) + b_m(r) z^m = \frac{e^{im\theta}}{m} n_m(r) + c_m(r) e^{im\theta}, \end{aligned} \quad (5)$$

де  $c_m(r) = r^m b_m(r)$ . Далі, для  $m \leq p$ ,  $m \neq 0$ ,

$$\begin{aligned} -\frac{1}{mz^m} \sum_{|a_n| \leq r} a_n^m &= -\frac{1}{mz^m} \int_0^r \frac{dn_{-m}(t)}{t^{-m}} = -\frac{1}{mz^m} \left( \frac{n_{-m}(r)}{r^{-m}} - m \int_0^r \frac{n_{-m}(t)}{t^{-m+1}} dt \right) = \\ &= -\frac{e^{-im\theta}}{m} n_{-m}(r) + \frac{b_{-m}(r)}{z^m} = -\frac{e^{-im\theta}}{m} n_{-m}(r) + \tilde{c}_{-m}(r) e^{-im\theta}, \end{aligned} \quad (6)$$

де  $\tilde{c}_{-m}(r) = r^{-m} b_{-m}(r)$ .

Приймемо

$$\tilde{c}_m(r) = c_m(r), \quad m = 1, 2, \dots, p. \quad (7)$$

Тепер для  $z = re^{i\theta} \in \mathbb{C}^*$ ,  $0 \leq \theta < 2\pi$ ,

$$\ln \pi(z) = \sum_{n=1}^{+\infty} \ln E\left(\frac{z}{a_n}, p\right) = \left( \sum_{|a_n| \leq r} + \sum_{|a_n| > r} \right) \ln E\left(\frac{z}{a_n}, p\right) = \Sigma_1 + \Sigma_2.$$

Завдяки (5)

$$\begin{aligned} \Sigma_2 &= \sum_{|a_n|>r} \left( \ln \left( 1 - \frac{z}{a_n} \right) + \frac{z}{a_n} + \frac{z^2}{2a_n^2} + \dots + \frac{z^p}{pa_n^p} \right) = \sum_{|a_n|>r} \left( - \sum_{m=p+1}^{+\infty} \frac{z^m}{ma_n^m} \right) = \\ &= \sum_{m=p+1}^{+\infty} \left( -\frac{z^m}{m} \sum_{|a_n|>r} \frac{1}{a_n^m} \right) = \sum_{m=p+1}^{+\infty} \frac{e^{im\theta}}{m} n_m(r) + \sum_{m=p+1}^{+\infty} c_m(r) e^{im\theta}. \end{aligned} \quad (8)$$

Позначимо через  $\tilde{\varphi}_n$  значення  $\text{Arg } \alpha_n$  таке, що  $\theta - \tilde{\varphi}_n \in (0, 2\pi)$  і зауважимо, що

$$N(r, \pi) = \sum_{|a_n| \leq r} \ln \frac{r}{|a_n|} = \int_0^r \frac{n_0(t, \pi)}{t} dt.$$

Завдяки (6)–(7) маємо

$$\begin{aligned} \Sigma_1 &= \sum_{|a_n| \leq r} \left( \ln \left( -\frac{z}{a_n} \right) + \ln \left( 1 - \frac{a_n}{z} \right) \right) + \sum_{|a_n| \leq r} \sum_{m=1}^p \frac{z^m}{m a_n^m} = \sum_{|a_n| \leq r} \ln \left( \frac{r}{|a_n|} \right) + \\ &+ i \sum_{|a_n| \leq r} \arg \left( -e^{i(\theta - \tilde{\varphi}_n)} \right) + \sum_{|a_n| \leq r} \left( -\sum_{m=1}^{+\infty} \frac{\alpha_n^m}{m z^m} \right) + \sum_{m=1}^p \left( \frac{z^m}{m} \sum_{|a_n| \leq r} \frac{1}{a_n^m} \right) = \\ &= N(r, \pi_p) + i \sum_{|a_n| \leq r} (\theta - \tilde{\varphi}_n - \pi) + \sum_{m=1}^{+\infty} \left( \frac{-1}{m z^m} \sum_{|a_n| \leq r} a_n^m \right) + \sum_{m=1}^p \frac{e^{im\theta}}{m} n_m(r) + \\ &+ \sum_{m=1}^p \tilde{c}_m(r) e^{im\theta} = N(r, \pi_p) + i \sum_{|a_n| \leq r} (\theta - \tilde{\varphi}_n - \pi) - \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{e^{-im\theta}}{m} n_{-m}(r) + \\ &+ \sum_{m=1}^{+\infty} \tilde{c}_{-m}(r) e^{-im\theta} + \sum_{m=1}^p \frac{e^{im\theta}}{m} n_m(r) + \sum_{m=1}^p c_m(r) e^{im\theta}. \end{aligned} \quad (9)$$

Враховуючи рівність

$$\sum_{m=1}^{+\infty} \frac{\sin m\alpha}{m} = \frac{\pi - \alpha}{2}, \quad 0 < \alpha < 2\pi,$$

отримуємо

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{e^{im\theta}}{m} n_m(r) - \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{e^{-im\theta}}{m} n_{-m}(r) &= \sum_{|a_n| \leq r} \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{e^{im(\theta - \tilde{\varphi}_n)} - e^{-im(\theta + \tilde{\varphi}_n)}}{m} = \\ &= 2i \sum_{|a_n| \leq r} \frac{\sin m(\theta - \tilde{\varphi}_n)}{m} = 2i \sum_{|a_n| \leq r} \frac{\pi - (\theta - \tilde{\varphi}_n)}{2} = i \sum_{|a_n| \leq r} (\pi - \theta + \tilde{\varphi}_n). \end{aligned}$$

Звідси та з (8)–(9)

$$\ln \pi_p(z) = \sum_{m=1}^{+\infty} c_m(r) e^{im\theta} + N(r, \pi_p) + \sum_{m=-\infty}^{-1} \tilde{c}_m(r) e^{im\theta} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} b_m(r) z^m,$$

що доводить теорему.  $\square$

Отже,  $l_0(r, \pi_p) = N(r, \pi_p)$ ,  $l_m(r, \pi_p) = c_m(r)$ ,  $l_{-m}(r, \pi_p) = \tilde{c}_{-m}(r)$  для  $m \in \mathbb{N}$ , тобто формули (3) для коефіцієнтів Фур'є  $\ln \pi_p(z)$ .

## 3. Наслідок

Позначимо  $\rho[\pi_p]$  і  $\rho[n(r, \pi_p)]$  відповідно порядки функцій  $\pi_p(z)$  та  $n(r, \pi_p)$ . За теоремою Бореля  $\rho[\pi_p] = \rho[n(r, \pi_p)] = \rho \in [p, p+1]$ . Нехай  $\rho(r)$  — уточнений порядок  $n(r, \pi_p)$ . Добре відомо, що у випадку  $\rho = p$  або  $\rho = p+1$  інтеграл

$$\int_1^{+\infty} t^{\rho(t)-\rho-1} dt$$

відповідно розбіжний або збіжний. Прийmemo

$$L_1(r) = \int_1^r t^{\rho(t)-\rho-1} dt, \quad r^{\rho_1(r)} = r^\rho L_1(r), \quad \text{якщо } \rho = p;$$

$$L_2(r) = \int_r^{+\infty} t^{\rho(t)-\rho-1} dt, \quad r^{\rho_2(r)} = r^\rho L_2(r), \quad \text{якщо } \rho = p+1.$$

Тоді (див., наприклад, [3, с. 107–109])  $\rho_1(r)$ ,  $\rho_2(r)$  — уточнені порядки,  $\rho_1(r) \rightarrow \rho$ ,  $\rho_2(r) \rightarrow \rho$ ,  $r^{\rho_1(r)} = o(r^{\rho_1(r)})$ ,  $r^{\rho_2(r)} = o(r^{\rho_2(r)})$ ,  $r \rightarrow +\infty$ .

З (4') неважко отримати наступне твердження.

**Наслідок 1.** Нехай нулі  $\pi_p(z)$  додатні,  $0 < \Delta < +\infty$ ,

$$n(r, \pi_p) = \Delta r^{\rho(r)} + o(r^{\rho(r)}), \quad r \rightarrow +\infty. \quad (10)$$

Тоді для  $z = re^{i\theta}$ ,  $0 < \theta < 2\pi$ , при  $r \rightarrow +\infty$ :

- (А)  $\ln \pi_p(z) = \frac{\pi\Delta}{\sin \pi\rho} e^{i\rho(\theta-\pi)} r^{\rho(r)} + o(r^{\rho(r)})$ ,  $\rho \in (p, p+1)$ ;
- (Б)  $\ln \pi_p(z) = \Delta e^{i\rho\theta} r^{\rho_1(r)} + i\Delta(\theta-\pi) e^{i\rho\theta} r^{\rho(r)} + o(r^{\rho(r)})$ ,  $\rho = p \geq 1$ ;
- (В)  $\ln \pi_p(z) = -\Delta e^{i\rho\theta} r^{\rho_2(r)} + i\Delta(\theta-\pi) e^{i\rho\theta} r^{\rho(r)} + o(r^{\rho(r)})$ ,  $\rho = p+1$ ;
- (Г)  $\ln \pi_0(z) = N(r, \pi_0) + i\Delta(\theta-\pi) r^{\rho(r)} + o(r^{\rho(r)})$ ,  $\rho = 0$ .

*Доведення.* Нехай  $\rho \in (p, p+1)$  — неціле число. Оскільки нулі  $\pi_p(z)$  додатні, то  $n_k(r) = n(r, \pi_p)$  і з (3), завдяки (10), отримуємо для всіх  $k \in \mathbb{Z}$

$$l_k(r) = l_k(r, \pi_p) = \frac{\Delta}{\rho-k} r^{\rho(r)} + o(r^{\rho(r)}), \quad r \rightarrow +\infty. \quad (11)$$

Звідси і з (4')

$$\ln \pi_p(z) = (1 + o(1)) \Delta r^{\rho(r)} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ik\theta}}{\rho-k} = (1 + o(1)) \frac{\pi\Delta e^{i\rho(\theta-\pi)}}{\sin \pi\rho} r^{\rho(r)}, \quad r \rightarrow +\infty.$$

Якщо  $\rho = p$  або  $\rho = p+1$ , то маємо (11) для  $k \in \mathbb{Z} \setminus \{p; p+1\}$ ,  $l_p(r) = \Delta r^\rho L_1(r) = \Delta r^{\rho_1(r)}$ ,  $l_{p+1}(r) = -\Delta r^\rho L_2(r) = -\Delta r^{\rho_2(r)}$ . Тоді для  $\rho = p \geq 1$

$$\begin{aligned} \ln \pi_p(z) &= l_\rho(r) e^{i\rho\theta} + (1 + o(1)) \Delta r^{\rho(r)} \sum_{k=-\infty, k \neq \rho}^{+\infty} \frac{e^{ik\theta}}{\rho-k} = \\ &= l_\rho(r) e^{i\rho\theta} + (1 + o(1)) i\Delta(\theta-\pi) e^{i\rho\theta} r^{\rho(r)}, \quad r \rightarrow +\infty, \end{aligned}$$

що доводить (Б) та (В). У випадку  $\rho = 0$

$$\begin{aligned}\ln \pi_0(z) &= N(r, \pi_0) + (1 + o(1)) \Delta r^{\rho(r)} \sum_{k=-\infty, k \neq 0}^{+\infty} \frac{e^{ik\theta}}{k} = \\ &= N(r, \pi_0) + i\Delta(\theta - \pi)r^{\rho(r)} + o\left(r^{\rho(r)}\right), \quad r \rightarrow +\infty.\end{aligned}$$

□

*Зауваження 2.* Формули (А) та (Г) іншим методом отримано відповідно в [3, с. 94] (див. [3, с. 108–111, формули (5.24<sub>1</sub>), (5.26<sub>1</sub>)] та [4, с. 316]. Формули (Б) і (В) уточнюють співвідношення

$$\begin{aligned}\ln \pi_p(z) &= \Delta e^{i\rho\theta} r^{\rho_1(r)} + o\left(r^{\rho_1(r)}\right), \quad r \rightarrow +\infty; \\ \ln \pi_p(z) &= -\Delta e^{i\rho\theta} r^{\rho_2(r)} + o\left(r^{\rho_2(r)}\right), \quad r \rightarrow +\infty.\end{aligned}$$

#### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Р.З. Калинець, А.А. Кондратюк, *Про регулярність зростання модуля і аргумента цілої функції в  $L^p[0, 2\pi]$ -метриці*, Український математичний журнал, **50** (1998), no.7, 889–896.
2. D. Townsend, *Comparisons between  $T(r, f)$  and the total variation of  $\arg f(re^{i\theta})$  and  $\log |f(re^{i\theta})|$* , J. Math. Anal. Appl. Journal of Mathematical Analysis and Applications, **128** (1987), no.2, 347–361. DOI: 10.1016/0022-247X(87)90187-9.
3. A.A. Goldberg, I.V. Ostrovskii, *Value distributions of meromorphic functions*, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2008.
4. М.В. Заболоцький, *Теорема типу Валірона та Валірона-Тітчмарша для цілих функцій нульового порядку*, Український математичний журнал, **48** (1996), no.3, 315–325.

*Стаття: вперше надійшла 07.10.2025  
прийнята до друку 15.04.2026  
опублікована 29.04.2026*

DIRECT FOURIER SERIES EXPANSION OF THE LOGARITHM  
OF WEIERSTRASS CANONICAL PRODUCTSMykola ZABOLOTSKYI<sup>1</sup>, Mariana MOSTOVA<sup>2</sup>, Sviatoslav  
TARASYUK<sup>1</sup><sup>1</sup> *Ivan Franko National University of Lviv,  
Universitetska str., 1, 79000 Lviv, Ukraine*<sup>2</sup> *Ivan Boberskyi Lviv State University of Physical Culture,  
Kostiushka str., 11, 79000 Lviv, Ukraine**e-mail: mykola.zabolotskyi@lnu.edu.ua, ORCID: 0000-0001-6102-707X**mariana.mostova@gmail.com, ORCID: 0000-0002-8330-0046**sviatoslav.tarasyuk@lnu.edu.ua, ORCID: 0009-0001-4722-4349*

Let  $\pi_p(z) = \prod_{n=1}^{+\infty} E(\frac{z}{a_n}, p)$  be a Weierstrass canonical product of genus  $p$ . Let  $\mathbb{C}^*$  denote the complex plane with radial cuts from the zeros of the function  $\pi_p$  to  $\infty$ . By  $\ln \pi_p(z)$  we mean a single-valued branch in  $\mathbb{C}^*$  of the multivalued function  $\text{Ln } \pi_p(z) = \ln |\pi_p(z)| + i \text{Arg } \pi_p(z)$  such that  $\ln \pi_p(0) = \ln 1 = 0$ . That is,

$$\ln \pi_p(z) = \int_0^z \frac{\pi_p'(w)}{\pi_p(w)} dw, \quad z \in \mathbb{C}^*,$$

where the integral is taken along the line segment  $[0, z]$ .

By directly expanding  $\ln \pi_p(z)$  into a Fourier series, formulas for its Fourier coefficients  $c_k(r, \ln \pi_p)$ , which depend on the zeros of  $\pi_p(z)$ , are obtained.

*Key words:* Weierstrass canonical product, entire function, Fourier coefficients of the logarithm of an entire function.