

УДК 164.1

ОБҐРУНТУВАННЯ КРИТЕРІЇВ ЛОГІЧНОГО ВИПЛИВАННЯ

Ігор Дуцяк

Львівський національний університет імені Івана Франка,
вул. Університетська, 1, м. Львів, 79000, Україна, kafilos@franko.lviv.ua

Описано варіанти, у яких використовувати метатеорему дедукції для виявлення наявності відношення логічного впливання, а отже, і для формулювання правил виведення, – некоректно. Обґрунтовано критерій та відповідний метод виявлення наявності відношення логічного впливання, позбавлені недоліків метатеореми дедукції як основи формулювання правил виведення.

Ключові слова: логічне впливання, правила виведення.

Для істинності висновків, які отримуємо в процесі опрацювання знань, важливо мати обґрунтовані правила виведення, щоб з істинних засновків не можна було вивести хибний висновок. Правило виведення можна сформулювати в разі наявності між висловами як відношення логічного впливання, так і відношення вивідності. Задовільного критерію наявності відношення логічного впливання наразі не сформульовано [1, с. 189]. Найпоширенішим критерієм відношення логічного впливання є метатеорема дедукції. Водночас дослідники критикували її використання як критерію наявності відношення логічного впливання [2, с. 85 – 106; 3; 4, с. 124 – 125]. Предметом цієї публікації є аналіз універсальності застосування метатеореми дедукції як критерію логічного впливання, а також формулювання універсальнішого критерію логічного впливання. У таблиці 1 наведено позначення булевих функцій, використані у статті.

Табл. 1

x y	Булеві функції															
	$\bar{\square}$	∇	$\Leftarrow$	$\succ$	$\Rightarrow$	$\prec$	$\Leftrightarrow$	$\bar{\wedge}$	$\wedge$	$\leftrightarrow$	$<$	$\rightarrow$	$>$	$\Leftarrow$	$\vee$	$\square$
	f ₁	f ₂	f ₃	f ₄	f ₅	f ₆	f ₇	f ₈	f ₉	f ₁₀	f ₁₁	f ₁₂	f ₁₃	f ₁₄	f ₁₅	f ₁₆
1 1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
1 0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
0 1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
0 0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

Проаналізуємо насамперед ті варіанти, коли висновок у пропозиційній логіці впливає, згідно з метатеоремою дедукції, з одного засновку (причому засновок містить не більше одного логічного терміна). Таких варіантів, якщо брати до уваги лише частину логічних функцій (заперечення, кон'юнкція, диз'юнкція, строга диз'юнкція, антикон'юнкція, імплікація, антиімплікація, реплікація, антиреплікація, еквіваленція), – 50 (див. табл. 2).

Табл. 2

Но- мер	Відношення логічно- го впливання	Но- мер	Відношення логіч- ного впливання	Но- мер	Відношення логіч- ного впливання
1.	$x \models x$	18.	$x \wedge y \models x \rightarrow y$	35.	$x \rightarrow y \models x \rightarrow y$
2.	$x \models x \vee y$	19.	$x \wedge y \models x \leftarrow y$	36.	$x \rightarrow y \models x$
3.	$x \models x \leftarrow y$	20.	$x \wedge y \models x \bar{\wedge} y$	37.	$x \rightarrow y \models \bar{y}$
4.	$y \models y$	21.	$x \vee y \models x \vee y$	38.	$x \rightarrow y \models x \bar{\wedge} y$
5.	$y \models x \vee y$	22.	$x \nabla y \models \bar{x}$	39.	$x \rightarrow y \models x \vee y$
6.	$y \models x \rightarrow y$	23.	$x \nabla y \models \bar{y}$	40.	$x \rightarrow y \models x \leftrightarrow y$
7.	$\bar{x} \models \bar{x}$	24.	$x \nabla y \models x \bar{\wedge} y$	41.	$x \rightarrow y \models x \leftarrow y$
8.	$\bar{x} \models x \bar{\wedge} y$	25.	$x \nabla y \models x \nabla y$	42.	$x \rightarrow y \models x \rightarrow y$
9.	$\bar{x} \models x \rightarrow y$	26.	$x \nabla y \models x \leftrightarrow y$	43.	$x \leftarrow y \models x \leftarrow y$
10.	$\bar{y} \models \bar{y}$	27.	$x \nabla y \models x \rightarrow y$	44.	$x \leftarrow y \models y$
11.	$\bar{y} \models x \bar{\wedge} y$	28.	$x \nabla y \models x \leftarrow y$	45.	$x \leftarrow y \models \bar{x}$
12.	$\bar{y} \models x \leftarrow y$	29.	$x \leftrightarrow y \models x \bar{\wedge} y$	46.	$x \leftarrow y \models x \bar{\wedge} y$
13.	$x \wedge y \models x$	30.	$x \leftrightarrow y \models x \vee y$	47.	$x \leftarrow y \models x \vee y$
14.	$x \wedge y \models y$	31.	$x \leftrightarrow y \models x \leftrightarrow y$	48.	$x \leftarrow y \models x \leftrightarrow y$
15.	$x \wedge y \models x \wedge y$	32.	$x \leftrightarrow y \models x \leftrightarrow y$	49.	$x \leftarrow y \models x \rightarrow y$
16.	$x \wedge y \models x \vee y$	33.	$x \leftrightarrow y \models x \rightarrow y$	50.	$x \leftarrow y \models x \leftarrow y$
17.	$x \wedge y \models x \leftrightarrow y$	34.	$x \leftrightarrow y \models x \leftarrow y$		

Частина висновків, наведених у табл. 2, є тривіальними – наприклад, ті, у яких висновок є тотожним засновку (висновки за номерами 1, 4, 7, 10, 15, 20, 21, 25, 31, 32, 35, 42, 43, 50). Крім них, до тривіальних належать правила, які не повідомляють нічого нового. Приміром, стверджуючи (тобто промовляючи за допомогою знаків довільної природи, у тому числі в електронному вигляді) певний вислів, суб'єкт мовлення подає його як істинний. Якщо, скажімо, мовець (суб'єкт мовлення) стверджує вислів, якому в символічному вигляді відповідає формула $(x \wedge y)$, то стверджувальною інтонацією він вказує, що цей вислів є істинним. Те саме можна означити також словом, розпочавши речення зі слова *істинно*. Наприклад, *Істинно, що свище вітер і йде дощ*. Однак у такому разі словом *істинно* мовець продублював те, що вже закладено у стверджувальній модальності (стверджувальною формою, скажімо, інтонацією – в усному мовленні) того самого речення. Отже, промовивши зі стверджувальною інтонацією речення *Свище вітер (x) і йде дощ (y)*, мовець позначив кон'юнкцією, що і вислів *x*, і вислів *y* є істинними. У такому разі, виводити з істинності вислову $(x \wedge y)$ істинність вислову *x* (як і вислову *y*) – тривіально: якщо істинні обидва вислови, то очевидно, що істинним є й один із них. Тому висновки на зразок того, який ґрунтується на відношенні логічного впливання $(x \wedge y) \models x$, є тривіальними. До таких належать висновки за номерами: 13, 14, 22, 23, 36, 37, 44, 45.

Частину правил виведення неможливо сформулювати на основі метатеорема дедукції, оскільки у висновку стверджуємо більше, ніж міститься в засновках. Наприклад, як засновок стверджуємо, що істинним є вислів x . Формально наявне відношення логічного впливання за такою схемою: $x \models (x \vee y)$. Можливість виведення висновку $(x \vee y)$ із засновку x немає потреби тлумачити як парадокс, коректніше трактувати це як незадовільне визначення відношення логічного впливання. Адже у висновку стверджуємо більше, ніж є в засновках. Наприклад, суб'єкт мовлення може стверджувати, що *Земля обертається навколо Сонця*, і цей вислів буде істинним. У такому разі за правилом, що ґрунтується на відношенні логічного впливання $x \models (x \vee y)$, можна стверджувати, що істинним є вислів *Земля обертається навколо Сонця або на Сонці є життя*. Вживши слово *або* в сенсі диз'юнкції, мовець повідомляє адресатові мовлення, що і перший вислів може бути істинним, і другий. Однак очевидно, що другий вислів не може бути істинним, і в такому разі правило висновку, що базується на такому відношенні, буде некоректним, оскільки на його підставі у висновку стверджуємо як імовірне те, що не є імовірним. Очевидно, що відношення логічного впливання потрібно узагальнити з урахуванням наведеного зауваження. До схем, у яких, згідно з метатеоремою дедукції, дотримано відношення логічного впливання, але які у зв'язку з поданими вище міркуваннями не можна використати для виведення знань, належать ті, що містять у висновку такі прості вислови, яких не було в засновку, а це схеми за номерами 2, 3, 5, 6, 8, 9, 11, 12.

Є ще один тип варіантів, коли, згідно з метатеоремою дедукції, між засновками і висновком наявне відношення логічного впливання, але висновок не є коректним: якщо в засновку зафіксовано менше варіантів значень істинності висловів, аніж у висновку. Проаналізуємо приклад, який відповідає схемі 17 (табл. 2), тобто $(x \wedge y) \models (x \leftrightarrow y)$. Відповідно до цього виразу, з речення *Свище вітер і падає дощ* можна вивести *Наявність свисту вітру є і обов'язковою, і достатньою умовою падіння дощу*, що, очевидно, не відповідає дійсності. У засновку зафіксовано, що обидва вислови є істинними, а у висновку – що є один із двох варіантів: або вони обидва істинні, або обидва хибні. Очевидно, що такі правила виведення, хоч їх і побудовано на підставі наявності логічного впливання, не можна визнати коректними. До цих правил належать схеми за номерами 16, 17, 18, 19, 24, 26, 27, 28, 29, 30, 33, 34, 38, 39, 40, 41, 46, 47, 48, 49. Отже, з одного засновку не можна коректно вивести (див. табл. 3) жодного нового знання (не можна сформулювати жодного коректного правила виведення). Хоча формально ми отримуємо новий вираз, нову формулу, яка пов'язана логічним впливанням із засновками (згідно з метатеоремою дедукції), однак для виведення знань жодна з формул, наведених у табл. 3, не підходить.

Неважко передбачити і легко перевірити, що проаналізувавши всі шістнадцять булевих функцій, не виявимо жодної коректної нетривіальної формули, у якій наявне логічне впливання між двома висловами, кожен з яких не містить більше однієї логічної функції і яку водночас можна було б використати як основу для формулювання правила виведення.

Табл. 3

Відношення логічного впливання	Номер	Оцінка висновків, сформульованих на основі відповідного відношення логічного впливання	Відношення логічного впливання	Номер	Оцінка висновків, сформульованих на основі відповідного відношення логічного впливання
$x \models x$	1	Тривіальні правила виведення (висновок тотожний за-сновку)	$x \models x \vee y$	2	Некоректні правила виведення (у висновку як імовірно істинне зафіксовано знання, яке не зафіксовано таким у засновку)
$y \models y$	4		$x \models x \leftarrow y$	3	
$\bar{x} \models \bar{x}$	7		$y \models x \vee y$	5	
$\bar{y} \models \bar{y}$	10		$y \models x \rightarrow y$	6	
$x \wedge y \models x \wedge y$	15		$\bar{x} \models x \bar{\wedge} y$	8	
$x \bar{\wedge} y \models x \bar{\wedge} y$	20		$\bar{x} \models x \rightarrow y$	9	
$x \vee y \models x \vee y$	21		$\bar{y} \models x \bar{\wedge} y$	11	
$x \bar{\vee} y \models x \bar{\vee} y$	25		$\bar{y} \models x \leftarrow y$	12	
$x \leftrightarrow y \models x \leftrightarrow y$	31		$x \wedge y \models x \vee y$	16	Некоректні правила виведення (у висновку зафіксовано більшу кількість варіантів значень істинності, ніж у засновку)
$x \leftrightarrow y \models x \leftrightarrow y$	32		$x \wedge y \models x \leftrightarrow y$	17	
$x \rightarrow y \models x \rightarrow y$	35		$x \wedge y \models x \rightarrow y$	18	
$x \rightarrow y \models x \rightarrow y$	42		$x \wedge y \models x \leftarrow y$	19	
$x \leftarrow y \models x \leftarrow y$	43		$x \bar{\vee} y \models x \bar{\wedge} y$	24	
$x \leftarrow y \models x \leftarrow y$	50		$x \bar{\vee} y \models x \leftrightarrow y$	26	
$x \wedge y \models x$	13	Тривіальні правила виведення (знання, зафіксоване у висновку, є частиною знань, зафіксованих у засновку)	$x \bar{\vee} y \models x \rightarrow y$	27	
$x \wedge y \models y$	14		$x \bar{\vee} y \models x \leftarrow y$	28	
$x \bar{\vee} y \models \bar{x}$	22		$x \leftrightarrow y \models x \bar{\wedge} y$	29	
$x \bar{\vee} y \models \bar{y}$	23		$x \leftrightarrow y \models x \vee y$	30	
$x \rightarrow y \models x$	36		$x \leftrightarrow y \models x \rightarrow y$	33	
$x \rightarrow y \models \bar{y}$	37		$x \leftrightarrow y \models x \leftarrow y$	34	
$x \leftarrow y \models y$	44		$x \rightarrow y \models x \bar{\wedge} y$	38	
$x \leftarrow y \models \bar{x}$	45		$x \rightarrow y \models x \vee y$	39	
			$x \rightarrow y \models x \leftrightarrow y$	40	
			$x \rightarrow y \models x \leftarrow y$	41	
			$x \leftarrow y \models x \bar{\wedge} y$	46	
			$x \leftarrow y \models x \vee y$	47	
			$x \leftarrow y \models x \leftrightarrow y$	48	
			$x \leftarrow y \models x \rightarrow y$	49	

Проаналізуємо застосовність метатеореми дедукції до виявлення варіантів поєднань ознак x - y , y - z , x - z , коли одній і тій самій функції $f(x, z)$ поставлено у відповідність (поєднано кон'юнкцією) різні поєднання функцій $f(x, y)$ і $f(y, z)$. Унаслідок зазначеного аналізу потрібно виявити ті варіанти, коли $f(x, z)$ логічно впли-

ває з $f(x, y) \wedge f(y, z)$, щоб вилучити з подальшого аналізу варіанти, у яких між зазначеними формулами нема відношення логічного впливання.

Проаналізуємо, наприклад, два варіанти поєднання ознак x - y , y - z , x - z , у яких одній і тій самій функції $f(x, z)$ поставлено у відповідність (поєднано кон'юнкцією) різні поєднання функцій $f(x, y)$ і $f(y, z)$, а саме: $((x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow z)) \wedge (x \rightarrow z)$ та $((x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow z)) \wedge (x f_{16} z)$. Функція $f_{16}(x, y)$ набуває значення 1 у всіх варіантах поєднань значень x і y (див. табл. 1). Таблиці істинності цих формул (табл. 4 і 5) засвідчують, що кожній із них відповідає послідовність значень (сигнатура) 10001011.

Табл. 4

x	y	z	$((x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow z)) \wedge (x \rightarrow z)$
1	1	1	1
1	1	0	0
1	0	1	0
1	0	0	0
0	1	1	1
0	1	0	0
0	0	1	1
0	0	0	1

Табл. 5

x	y	z	$((x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow z)) \wedge (x f_{16} z)$
1	1	1	1
1	1	0	0
1	0	1	0
1	0	0	0
0	1	1	1
0	1	0	0
0	0	1	1
0	0	0	1

З'ясуємо, чи впливають із формули $((x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow z))$ формули $(x \rightarrow z)$ та $(x f_{16} z)$. Згідно з метатеоремою дедукції, вислів B впливає з вислову A , якщо формула $(A \rightarrow B)$ є тотожно-істинною. Побудувавши таблиці істинності для формул $((x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow z)) \rightarrow (x \rightarrow z)$ та $((x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow z)) \rightarrow (x f_{16} z)$, з'ясуємо, чи наявне відношення логічного впливання між формулами $((x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow z))$ і $(x \rightarrow z)$ та між формулами $((x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow z))$ і $(x f_{16} z)$. Таблиці істинності (див. табл. 6, 7) засвідчують, що в обох варіантах наявне відношення логічного впливання.

Табл. 6

x	y	z	$((x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow z)) \rightarrow (x \rightarrow z)$
1	1	1	1
1	1	0	0
1	0	1	1
1	0	0	0
0	1	1	1
0	1	0	0
0	0	1	1
0	0	0	1

Табл. 7

x	y	z	$((x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow z)) \rightarrow (x f_{16} z)$
1	1	1	1
1	1	0	0
1	0	1	1
1	0	0	0
0	1	1	1
0	1	0	0
0	0	1	1
0	0	0	1

Водночас отриманий результат суперечить дійсності. Адже, за законом транзитивності, у разі істинності формул $(x \rightarrow y)$ і $(y \rightarrow z)$ має бути істинною формула $(x \rightarrow z)$, тобто ознака x повинна бути достатньою і необов'язковою умовою ознаки z . У такому разі неможливо дібрати дві незалежні між собою ознаки x і z , тобто

щоб чинною була формула $(x \text{ f}_{16} z)$, витримавши водночас істинність формули $((x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow z))$.

Сказане вище можна продемонструвати на прикладі. Введемо позначення: „Порохотяг працює“ – x ; „По провіднику йде струм“ – y ; „Температура провідника підвищена“ – z . Ознака x є достатньою, але не обов'язковою умовою ознаки y ; ознака y є обов'язковою, але недостатньою умовою ознаки z ; ознака x є обов'язковою, але недостатньою умовою ознаки z . У такому разі зв'язок між цими трьома ознаками можна зафіксувати у символічному вигляді такою формулою: $((x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow z)) \wedge (x \rightarrow z)$. Формула $(x \rightarrow z)$ впливає з формули $((x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow z))$. Однак, відповідно до метатеорема дедукції, із формули $((x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow z))$ має впливати також формула $(x \text{ f}_{16} z)$. Формула $(x \text{ f}_{16} z)$ означає, що ознаки x і z є незалежні, оскільки можливе кожне з чотирьох поєднань цих ознак (у таблиці істинності цієї функції зафіксовано як можливі: наявність обох ознак, наявність першої ознаки за відсутності другої, відсутність першої ознаки за наявності другої, відсутність обох ознак). Очевидно, що неможливо дібрати такі ознаки x , y і z , щоб за умови істинності $((x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow z))$ ознаки x і z були незалежні одна від одної. Отже, наведене тлумачення відношення логічного впливання не підходить для формулювання правил виведення, оскільки воно не є універсальним.

Оскільки метатеорема дедукції не підходить як основа для формулювання правил виведення, то відношення логічного впливання треба виявляти іншими методами. Можна робити так. Будуємо таблицю істинності формули, яка є кон'юнкцією засновків. (табл. 8) Кон'юнкція засновків має значення 1 у рядках a , e , g , h . У цих рядках зафіксовано ті поєднання значень змінних x і y , за яких формула $(x \rightarrow y)$ має значення 1 (у рядку a зафіксовано, що x і y мають значення 1 і 1

Табл. 8

	x	y	z	$((x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow z))$
a	1 ⁺	1	1 ⁺	1
b	1	1	0	0
c	1	0	1	0
d	1	0	0	0
e	0 ⁺	1	1 ⁺	1
f	0	1	0	0
g	0 ⁺	0	1 ⁺	1
h	0 ⁺	0	0 ⁺	1

відповідно; у рядку e – значення 0 і 1 відповідно; у рядках g і h – значення 0 і 0 відповідно), а також ті поєднання значень змінних y і z , за яких другий засновок, тобто формула $(y \rightarrow z)$, теж має значення 1. Отже, у цих рядках має бути зафіксовано також ті поєднання значень x і z , у разі яких істинною є формула, що відповідає висновку (їх у таблиці позначено плюсом). Тому функція $f(x, z)$, яка відповідає висновку, має значення 1 у разі трьох поєднань значень x і z , а саме: 1 і 1; 0 і 1 та 0 і 0 відповідно. Ці значення відповідають імплікації. Одержуємо висновок: $y \rightarrow z$. Із

цих самих засновків іншого висновку не можна отримати, тому другий висновок, який одержуємо з цих засновків за метатеоремою дедукції $(x \text{ f}_{16} z)$, не отримуємо

цим методом. Отже, використовуючи описане вище тлумачення логічного впливання, можемо вилучити з аналізу ті неприйнятні відповідно до досвіду варіанти, у яких, за метатеоремою дедукції, наявне логічне впливання.

Наведений вище метод виявлення відношення логічного впливання є близьким до описаного в літературі як метод знаходження висновку [5, с. 222 – 223], але значно простішим. Водночас у такому вигляді, як описано вище, цей метод також ще не є універсальним, він недостатній для виявлення наявності чи відсутності відношення логічного впливання між висловами. Щоб виявити можливі межі застосовності наведеного вище тлумачення логічного впливання та сформулювати універсальний принцип, проаналізуємо конкретний приклад обмеженості наведеного вище принципу.

Розглянемо такі засновки: $(x \rightarrow y)$ і $(y \leftarrow z)$. Якщо проінтерпретувати зміст булевих функцій, як позначення відношень між множинами, то цей запис означає, що множина x є власною підмножиною множини y і множина y містить множину z як власну множину (реченнями це можна сформулювати так: *Усі x , але не тільки x , є y ; Частина y і тільки y є z .*). Проінтерпретуємо ці відношення графічно діаграмами Ейлера (рис. 1).

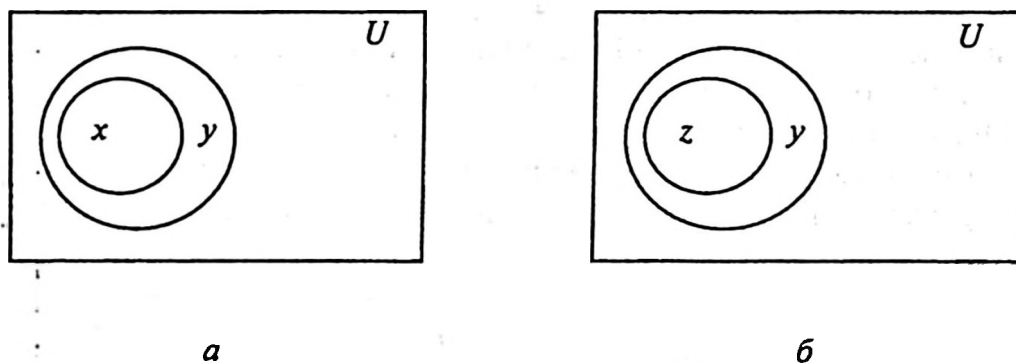


Рис. 1

Діаграми Ейлера, відповідні формулам
а) $(x \rightarrow y)$ і б) $(y \leftarrow z)$.

Якщо множина x є підмножиною множини y , а y свою чергу множина y містить як свою підмножину множину z , то без особливих зусиль можна дійти висновку, що між підмножинами x і z можливе не одне відношення, тобто зв'язок між змінними x і z можна виразити не однією булевою функцією, а однією з п'яти, що відповідає п'яти жергоновим відношенням (рис. 2 а-г). Крім того, скрупульозніший аналіз дасть змогу виявити ще два варіанти (рис. 2 е, є).

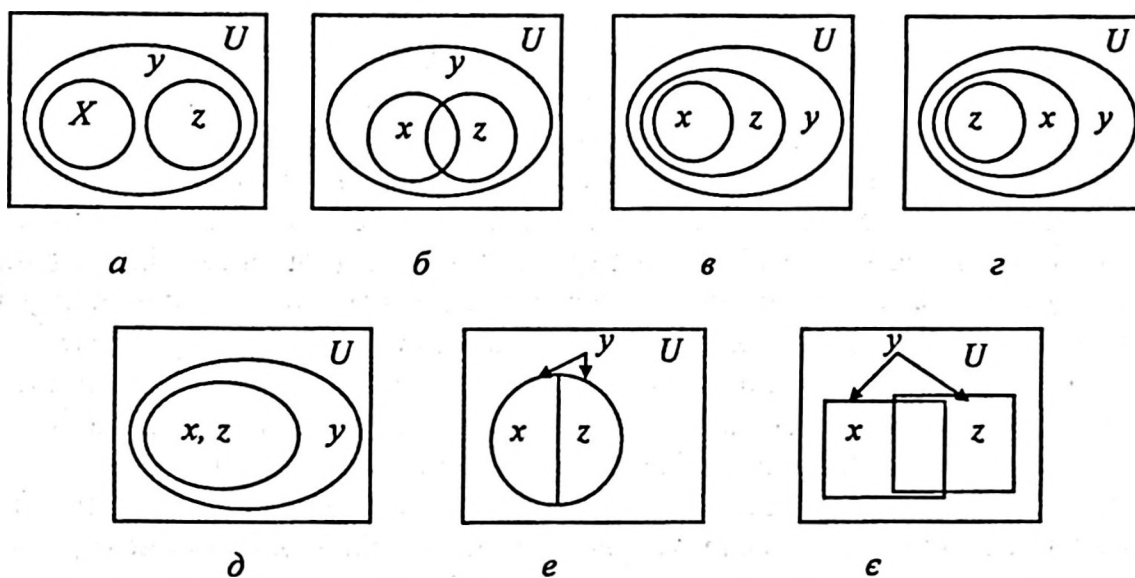


Рис. 2

Діаграми Ейлера, що відповідають формулі $((x \rightarrow y) \wedge (y \leftarrow z))$.

Якщо застосувати описаний вище метод, то із засновків $((x \rightarrow y) \wedge (y \leftarrow z))$ впливає тільки один варіант висновку: $(x f_{16} z)$. Отже, виникає запитання: яким чином виявляти можливість впливання кількох висновків шляхом виконання формальних дій, а не робити це шляхом візуального (в уяві) комбінування різних варіантів розташування одного кола щодо іншого.

Оскільки, як з'ясувалося в результаті дослідження, є не один варіант поєднання засновків, яким відповідає більше одного можливого висновку, то для демонстрації й обґрунтування виявлення відношення логічного впливання для таких варіантів розглянемо інший (простіший у демонструванні) приклад. Як засновки, відповідно до прийнятих позначень (див. табл. 1), використаємо формули $(x f_{11} y)$ і $(y f_{13} z)$. Побудувавши таблицю істинності кон'юнкції засновків (табл. 9), позначаємо знаком „+“ ті поєднання значень x і z , у разі яких формула $((x f_{11} y) \wedge (y f_{13} z))$ має значення 1. Для зручності наведено також таблиці функцій $f_{11}(x, y)$ і $f_{13}(y, z)$ (табл. 10 і 11).

Табл. 9

	x	y	z	$((x f_{11} y) \wedge (y f_{13} z))$
a	1 ⁺	1	1 ⁺	1
b	1 ⁺	1	0 ⁺	1
c	1	0	1	0
d	1	0	0	0
e	0 ⁺	1	1 ⁺	1
f	0 ⁺	1	0 ⁺	1
g	0	0	1	0
h	0	0	0	0

Табл. 10

Но- мер	xy	$x f_{11} y$
1	11	1
2	10	0
3	01	1
4	00	0

Табл. 11

Но- мер	yz	$y f_{13} z$
5	11	1
6	10	1
7	01	0
8	00	0

Якщо для знаходження висновку достатньо використати рядки, позначені символами a, b, e, f , то цих рядків має бути достатньо для отримання висновків, якщо їх більше, ніж один. Очевидно, для кожного з можливих висновків можна в такому разі використовувати не всі чотири рядки, а лише їх частину. Виникають запитання: *За яких умов може бути один висновок, а за яких – кілька? Як виявити, які саме мають бути висновки, якщо їх може бути більше одного?* Визначальний критерій того, чи може бути кілька висновків, і які саме, такий: якщо відношення між змінними x і y , зафіксовані в першому засновку, і відношення між y і z , зафіксовані в другому засновку, можна зафіксувати не у всіх рядках значень, у яких кон'юнкція засновків має значення 1 (в аналізованому прикладі це рядки a, b, e, f у табл. 9), то кожному з поєднань частини цих рядків, у яких зафіксовано відношення, зафіксовані засновками (табл. 9), відповідає один із можливих висновків.

Як виявити, які частини варіантів значень істинності змінних, серед зафіксованих у рядках a, b, e, f , достатні для фіксування відношень між змінними, відповідно до засновків. Іншими словами, які комбінації кількох із цих чотирьох рядків достатні для фіксування відношень засновків? Для цього розглянемо всі можливі поєднання рядків a, b, e, f (табл. 12).

Табл. 12

Но- мер	Можливі варіанти поєднань чотирьох рядків			
1	a	b	e	f
2	a	b	e	
3	a	b		f
4	a	b		
5	a		e	f
6	a		e	
7	a			f
8	a			
9		b	e	f
10		b	e	
11		b		f
12		b		
13			e	f
14			e	
15				f

Табл. 13

Но- мер	Можливі варіанти поєднань чотирьох рядків			
<u>1</u>	1,5	1,6	3,5	3,6
<u>2</u>	1,5	1,6	3,5	
<u>3</u>	1,5	1,6		3,6
4	1,5	1,6		
<u>5</u>	1,5		3,5	3,6
6	1,5		3,5	
<u>7</u>	1,5			3,6
8	1,5			
<u>9</u>		1,6	3,5	3,6
<u>10</u>		1,6	3,5	
11		1,6		3,6
12		1,6		
13			3,5	3,6
14			3,5	
15				3,6

Проаналізуємо, чи немає такої можливості, щоб були наявні різні варіанти висновку, за умови збереження зазначених засновками ($x f_{11} y$) і ($y f_{13} z$) відношень між змінними. У рядку a в табл. 9 зафіксовано, що і x , і y , і z мають значення 1. Наявність в x і y значення 1 засвідчує в табл. 10 символ 1, а наявність в y і z значення 1 – символ 5 у табл. 11. Отже, рядку a в табл. 9 відповідають рядки 1 і 5 у

таблицях засновків 10 і 11 відповідно. За такими самими міркуваннями, рядку b у табл. 9 відповідають рядки 1 і 6 у таблицях засновків 10 і 11 відповідно; рядку e – рядки 3 і 5 у таблицях засновків 10 і 11 відповідно; рядку f – рядки 3 і 6 у таблицях засновків 10 і 11 відповідно. Отже, відношення, зафіксовані у засновках, позначено рядками 1, 3, 5, 6 у таблицях засновків. У такому разі серед можливих варіантів поєднань рядків a, b, e, f (див. табл. 12) відношення між змінними x і y та y і z зафіксовано тими поєднаннями, які містять усі чотири види відношень, позначених символами 1, 3, 5 і 6. Ці варіанти позначено в табл. 13 підкресленням (у цій таблиці замість символів a, b, e, f наведено відповідні їм позначення у табл. 10 і 11).

Для кожного з підкреслених у табл. 14 варіантів виявляємо висновок. Наприклад, у варіанті за номером 9 чинні рядки b, e і f . У цих рядках (див. табл. 9) x і z мають значення 10, 01 і 00 відповідно. Цим значенням відповідає антикон'юнкція. Отже, одним із семи можливих висновків, у разі прийнятих засновків, є формула $(x \bar{\wedge} z)$. Таким чином знаходимо також решту шість можливих висновків.

На підставі описаних результатів дослідження можна сформулювати критерій логічного впливання, який дає змогу уникнути формулювання всіх описаних вище некоректних і тривіальних правил виведення. Описаний у роботі алгоритм дає змогу виявляти ті варіанти, коли із засновків впливає більше одного висновку, а також виявити кожен із цих варіантів висновку, тобто всі можливі висновки.

Відношення логічного впливання визначають так. Нехай наявні несуперечливі формули $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \dots, \mathcal{A}_n$ і формула $\mathcal{B}$. Промовляючи кожен з формул $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \dots, \mathcal{A}_n$ зі стверджувальною модальністю, суб'єкт мовлення позначає їх як істинні. Деякі з низки формул $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \dots, \mathcal{A}_n$ можуть бути простими, деякі – складними. Якщо якась із цих формул є простою, наприклад $\mathcal{A}_1 \equiv x_1$, то стверджувальна модальність позначає, що цьому вислову поставлено у відповідність значення істинності *істинно*, тобто символ „1“. Якщо якась із цих формул є складною, наприклад $\mathcal{A}_2 \equiv (x_2 \text{ f } x_3)$, то стверджувальна модальність позначає, що цьому складному вислову також поставлено у відповідність значення істинності *істинно*, тобто серед множини значень аргументів чинними будуть тільки ті поєднання значень x_2 і x_3 , у разі яких $(x_2 \text{ f } x_3)$ має значення 1. Поєднавши засновки кон'юнкцією $(\mathcal{A}_1 \wedge \mathcal{A}_2 \wedge \dots \wedge \mathcal{A}_n)$, отримаємо функцію $F_j(\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \dots, \mathcal{A}_n)$.

Якщо у всіх чи довільній частині з множини поєднань значень аргументів функції $F_j(\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \dots, \mathcal{A}_n)$, що відповідають значенням 1 формули $(\mathcal{A}_1 \wedge \mathcal{A}_2 \wedge \dots \wedge \mathcal{A}_n)$, зафіксовано істинні значення аргументів всіх функцій $f_{1c}(x_d, x_e), \dots, f_{nc}(x_d, x_e)$, відповідних кожному з засновків $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \dots, \mathcal{A}_n$, то ці поєднання значень аргументів функції $F_j(\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \dots, \mathcal{A}_n)$ назовемо результативними.

Вислів $\mathcal{B}$ логічно впливає з висловів $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \dots, \mathcal{A}_n$ за таких умов:

1. Якщо у вислові $\mathcal{B}$ зафіксовано значення істинності таких висловів-складників, значення істинності яких не зафіксовано в уявному вигляді в засновках (у проаналізованому прикладі вислів $\mathcal{B}$ може бути тотожним, наприклад, вислову $(x_1 \text{ f } x_3)$); інакше висновок буде тривіальним або некоректним.

2. Якщо формула $\mathfrak{B}$ відповідає функції (наприклад, $f_k(x_1, x_3)$), аргументи (x_1, x_3) якої (функції) набувають таких поєднань значень, які відповідають результативним поєднанням значень аргументів функції $F_j(\mathfrak{A}_1, \mathfrak{A}_2, \dots, \mathfrak{A}_n)$.

1. *Ивин А. А., Никифоров А. Л.* Словарь по логике. – М.: Гуманит. изд. центр ВЛАДОС, 1997. – 384 с.
2. *Серебрянников О. Ф.* Эвристические принципы и логические исчисления. – М.: Наука, 1970. – 283 с.
3. *Сидоренко Е. А.* Общая теория логического следования / Теория логического вывода. – М.: Наука, 1973. – С. 14 – 50.
4. *Попович М. В.* Философские вопросы семантики. – К.: Наукова думка, 1975. – 299 с.
5. *Мельников В. Н.* Логические задачи. – Киев – Одесса: Выща шк., – 1989. – 344 с.

BASING OF THE CRITERIA OF THE LOGICAL CONCLUSION

Ihor Dutsyak

Ivan Franko National University of L'viv

Universytets'ka St., 1, L'viv 79000, Ukraine, kafilos@franko.lviv.ua

Cases are described, in which the use of the meta-theorem of deduction for both the revealing of the existence of the relation of the logical following, and consequently, and the formulation of the rules of the proof, is improper. The criterion and proper method of revealing of the existence of relation of the logical following is presented. The method has to be without shortages of the meta-theorem of deduction, which is taken as a basis for formulation of the rules of the proof.

Key words: logical following, rules of proof.

Стаття надійшла до редколегії 5.11.2004

Прийнята до друку 23. 05. 2005