

УДК 330.43:332.1

JEL C11; C33; R11, E32

БАЄСІВСЬКЕ ІЄРАРХІЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОСТОРОВО-ЧАСОВОЇ НЕОДНОРІДНОСТІ ЕКОНОМІЧНОГО РОЗВИТКУ РЕГІОНІВ УКРАЇНИ

Ірина Паславська¹, Володимир Кулівацький²

Львівський національний університет імені Івана Франка
79008, м. Львів, просп. Свободи, 18

¹e-mail: iryna.paslavska@lnu.edu.ua; ORCID: 0000-0003-3955-5751

²e-mail: volodymyr.kulivatskyi@lnu.edu.ua

Анотація. Метою статті є теоретико-методологічне обґрунтування та емпірична перевірка гіпотези про просторово-часову неоднорідність економічного розвитку регіонів України. У дослідженні застосовано байєсівську ієрархічну модель панельних даних із випадковими регіональними ефектами, часовою компонентою у формі стохастичного процесу випадкового блукання та регіонально-специфічними коефіцієнтами впливу екзогенного шоку. Оцінювання параметрів здійснено методом Монте-Карло за Марківськими ланцюгами із використанням трьох незалежних ланцюгів у середовищі JAGS. Інформаційну базу дослідження становлять офіційні статистичні дані за регіонами України впродовж 2010–2021 років. Результати дослідження засвідчили, що економічний розвиток регіонів України характеризується стійкою просторово-часовою неоднорідністю системного характеру: після 2014 року відбувся структурний перехід від конвергентного до дивергентного режиму регіонального розвитку, який закріпився на якісно вищому рівні міжрегіональної диференціації. Встановлено виражений інерційний характер регіонального економічного розвитку, показано, що вплив воєнного шоку є статистично неоднорідним між регіонами. Сформульовано висновок, що байєсівська ієрархічна модель демонструє високу пояснювальну здатність і є адекватним інструментом аналізу регіональної дезінтеграції в умовах структурних зламів і невизначеності.

Ключові слова: байєсівська ієрархічна модель; просторово-часова неоднорідність; регіональний розвиток; регіональна економічна дезінтеграція; воєнний шок; інерційність розвитку.

Постановка проблеми. Сучасний етап розвитку економіки України характеризується суттєвим посиленням просторово-часової неоднорідності регіонального розвитку, що проявляється у зростанні диференціації соціально-економічних показників між регіонами та асиметричності їх динаміки у часі. Нерівномірність економічного розвитку набуває системного характеру, формуючи різноспрямовані траєкторії функціонування регіональних підсистем та ускладнюючи забезпечення збалансованого розвитку національної економіки [12, 13, 14].



Посилення зазначених процесів зумовлюється впливом комплексу взаємопов'язаних факторів, серед яких важливу роль відіграють структурні особливості регіональних економік, інституційна неоднорідність, відмінності у ресурсному забезпеченні, а також дія екзогенних шоків, зокрема військових дій. Вказані чинники формують складну систему взаємодій, у межах якої регіони по-різному реагують на однакові економічні впливи, що призводить до посилення гетерогенності їх розвитку як у просторовому, так і у часовому вимірі.

У таких умовах економіка регіонального рівня постає як багаторівнева стохастична система, для якої характерні нелінійність, наявність латентних ефектів та значний рівень невизначеності. Традиційні економетричні підходи, що базуються на припущеннях однорідності параметрів і незалежності спостережень, не забезпечують адекватного відображення просторово-часової структури даних і, відповідно, обмежують можливості аналізу та інтерпретації регіональних економічних процесів.

Особливої складності набуває врахування того, що параметри економічного розвитку можуть варіюватися між регіонами та змінюватися у часі, відображаючи як загальнонаціональні тенденції, так і специфічні локальні особливості. Це зумовлює необхідність застосування таких підходів до моделювання, які дозволяють інтегрувати різномірну інформацію, враховувати гетерогенність параметрів та оцінювати вплив зовнішніх шоків в умовах обмеженості статистичних даних.

Таким чином, наукова проблема полягає у розробці адекватного економіко-математичного інструментарію для моделювання просторово-часової неоднорідності економічного розвитку регіонів України, який би забезпечував урахування ієрархічної структури даних, варіативності параметрів між регіонами, часової динаміки процесів та невизначеності, притаманної реальним економічним системам.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Байєсівські економетричні підходи впродовж останнього десятиліття набули значного поширення у макроекономічних дослідженнях завдяки їх здатності формалізувати невизначеність, інтегрувати апіорну інформацію та забезпечувати повні апостеріорні розподіли параметрів. На відміну від класичних частотних підходів, байєсівська методологія дозволяє оцінювати не лише точкові значення параметрів, а й їхню ймовірнісну структуру, що є особливо важливим для аналізу складних економічних систем із високою варіативністю та обмеженими вибірками. Фундаментальні праці Коор & Коробіліс (2010), Чан та ін. (2020) та Конгдон Р. Д. (2019) показують, що байєсівські моделі забезпечують більш гнучке відтворення динамічних залежностей, лагової структури та нелінійних ефектів у макроекономічних процесах [1, 2, 3].

Важливим напрямом розвитку байєсівської економетрики є моделювання параметричної нестабільності та структурних змін. Зокрема, Чек та Пігер (2021) застосували підхід Bayesian Model Averaging для врахування невизначеності щодо специфікації моделі, включаючи вибір лагової структури та ідентифікацію структурних зламів [4]. У свою чергу, Маheu та Сонг (2018) запропонували байєсівські процедури оцінювання множинних структурних змін у багатовимірних часових рядах із використанням ієрархічних апіорних розподілів і алгоритмів MCMC, що значно розширює можливості аналізу нестабільних економічних процесів [5].

Суттєвого розвитку набули також підходи до просторово-часового моделювання в байєсівській парадигмі. Зокрема, Lee, Rushworth and Napier (2018) демонструють ефективність байєсівських ієрархічних моделей для оцінювання просторово-часових залежностей, що дозволяє одночасно враховувати територіальну гетерогенність і часову динаміку процесів [6]. Такі підходи є особливо релевантними для аналізу регіонального економічного розвитку, де відмінності між територіальними одиницями поєднуються зі змінами у часі та формують складну структуру взаємозв'язків [15].

Окрему увагу в сучасних дослідженнях приділено застосуванню байєсівських методів у макроекономічному моделюванні динамічних систем. Зокрема, Simionescu, Schneider and Gavurova (2024) використовують байєсівські панельні моделі з лаговою структурою для аналізу передачі макроекономічних шоків, підкреслюючи їх здатність ідентифікувати як короткострокові, так і довгострокові ефекти [7]. Обчислювальні аспекти реалізації таких моделей, включаючи ефективність алгоритмів Монте-Карло за Марківськими ланцюгами (MCMC) для оцінювання складних специфікацій, розглянуто у роботі Maheshwari and Rahman (2023) [8].

Попри суттєвий розвиток байєсівської економетрики, питання моделювання просторово-часової неоднорідності економічного розвитку, особливо в умовах високої макроекономічної нестабільності, залишається недостатньо дослідженим у вітчизняному науковому дискурсі. Традиційні економетричні підходи часто базуються на припущеннях однорідності параметрів і стабільності зв'язків, що обмежує їхню здатність адекватно відображати регіональну гетерогенність та динамічні зміни в економічних системах.

У цьому контексті байєсівські ієрархічні моделі виступають перспективним інструментом аналізу, оскільки дозволяють інтегрувати інформацію різних рівнів, враховувати міжрегіональні відмінності, моделювати часову динаміку параметрів і формалізувати невизначеність. Це визначає доцільність їх використання для дослідження просторово-часової неоднорідності економічного розвитку регіонів, зокрема в умовах структурних трансформацій та зовнішніх шоків, що характеризують сучасний етап розвитку економіки України.

Постановка завдання. Метою статті є теоретико-методологічне обґрунтування та емпіричне дослідження просторово-часової неоднорідності економічного розвитку регіонів України на основі байєсівського ієрархічного підходу з ідентифікацією механізмів міжрегіональної дезінтеграції, інерційності розвитку та диференційованого впливу екзогенних шоків. Для досягнення поставленої мети передбачено побудову специфікації моделі з урахуванням регіональної гетерогенності та часової динаміки параметрів; оцінювання моделі на основі MCMC-підходу; ідентифікацію та кількісну оцінку міжрегіональних відмінностей і їх змін у часі.

У дослідженні перевіряють такі гіпотези:

H1: Економічний розвиток регіонів України характеризується стійкою просторово-часовою неоднорідністю, що має системний, а не випадковий характер.

H2: Економічний розвиток регіонів має виражений інерційний характер, що проявляється у статистично значущій залежності поточного рівня розвитку від його попередніх значень.

Н3: Вплив екзогенних шоків (зокрема військових) на економічний розвиток регіонів є статистично неоднорідним і не може бути адекватно описаний єдиним середнім ефектом.

Н4: Посилення міжрегіональної дезінтеграції після структурних шоків супроводжується переходом від конвергенції до дивергенції економічного розвитку.

Виклад основного матеріалу дослідження. Баєсівський підхід ґрунтується на ймовірнісному трактуванні параметрів моделі, відповідно до якого невідомі параметри розглядаються як випадкові величини, що мають власні розподіли. Основою такого підходу є теорема Баєса, яка дозволяє поєднувати апіорну інформацію про параметри з емпіричними даними для формування апостеріорного розподілу. Це забезпечує більш гнучкий механізм оцінювання параметрів порівняно з класичними методами та дозволяє враховувати невизначеність, пов'язану з обмеженістю або варіативністю даних [3, 9].

Однією з ключових передумов застосування баєсівського підходу є наявність ієрархічної структури даних. У випадку регіональних економічних досліджень така структура є природною, оскільки спостереження групуються за регіонами та часовими періодами. Це дозволяє будувати моделі, в яких параметри можуть варіюватися між регіонами, але водночас підпорядковуються загальним закономірностям на національному рівні. У такій постановці кожен регіон розглядається як окрема підсистема, що має власні характеристики, проте є частиною єдиної економічної системи [9, 10]. Ієрархічні моделі відповідають принципам системного аналізу, оскільки дозволяють враховувати взаємозв'язки між рівнями системи та оцінювати вплив факторів як на локальному, так і на глобальному рівнях. Це особливо важливо для аналізу дезінтеграційних процесів, де взаємодія між регіонами має складний і нелінійний характер. Крім того, баєсівський підхід дозволяє природно інтегрувати різні джерела інформації, включаючи експертні оцінки та попередні дослідження, що є важливим у випадку аналізу регіональних економічних систем із неповними або шумними даними. Це підвищує надійність отриманих результатів та розширює можливості інтерпретації [3, 11].

Для проведення емпіричного дослідження було сформовано панельний набір даних за регіонами України впродовж 2010–2021 років. Джерелом інформації слугували офіційні статистичні дані, оприлюднені на сайті Державної служби статистики України [16]. Як результуючу змінну обрано валовий регіональний продукт на одну особу, який є узагальнюючим показником рівня економічного розвитку регіону. З метою забезпечення статистичної коректності аналізу, зокрема стабілізації дисперсії та зменшення впливу екстремальних значень, до даного показника було застосовано логарифмічне перетворення.

Початковий набір пояснюючих змінних було сформовано таким чином, щоб охопити ключові аспекти соціально-економічного розвитку регіонів. До нього увійшли показники, що характеризують рівень доходів населення, структуру споживання, ситуацію на ринку праці, інвестиційну активність, а також зовнішньоекономічну діяльність. Зокрема, у початкову модель було включено такі змінні: доходи населення на одну особу, витрати на одну особу, середню заробітну плату, рівень безробіття,

рівень зайнятості, обсяги експорту та імпорту, індекс споживчих цін, а також загальні дахові інвестиції.

Для врахування як просторової, так і часової неоднорідності, а також впливу екзогенного шоку, а саме війни, сформульовано баєсівську ієрархічну модель панельних даних. начення логарифму ВРП на особу для i -го спостереження позначимо y_i , і припускаємо що ряд має нормальний розподіл:

$$y_i \sim N(\mu_i, \sigma_y^2).$$

Математичне сподівання залежної змінної задано так:

$$\mu_i = \alpha + a_{r[i]} + t_{t[i]} + \beta_{war} \cdot war_i + \sum_k \beta_k \cdot X_{ik} + b_r \cdot war_i.$$

У даній специфікації α є загальним рівнем моделі, який відображає середній рівень економічного розвитку. Випадковий ефект $a_{r[i]}$ характеризує індивідуальні особливості регіону r , що не спостерігаються безпосередньо, але впливають на рівень ВРП. Часовий ефект $t_{t[i]}$ відображає вплив макроекономічних умов, спільних для всіх регіонів у певний період.

Змінна war_i є бінарним індикатором, який фіксує початок воєнної агресії, а параметр β_{war} відображає середній ефект війни для всієї сукупності регіонів. Вектор X_i містить соціально-економічні фактори, а відповідний вектор коефіцієнтів β описує їхній вплив на результуючу змінну.

Регіональні ефекти моделюються як випадкові величини, а саме:

$$a_r \sim N(0, \sigma^2),$$

що дозволяє врахувати невимірювані регіональні особливості та уникнути зміщення оцінок.

Часова компонента моделі задається у вигляді стохастичного процесу випадкового блукання (random walk), що дає змогу враховувати інерційність економічних процесів у часі:

$$t_t \sim N(t_{t-1}, \sigma^2).$$

Було також введено випадкові коефіцієнти $b_r^{(war)}$, які дозволяють моделювати гетерогенність впливу війни на регіональному рівні:

$$b_{r[i]}^{(war)} \sim N(\mu_{war}, \sigma^2),$$

де μ_{war} відображає середній ефект війни по всіх регіонах, а характеризує ступінь варіації цього ефекту між регіонами.

Фіксовані параметри моделі задаються слабоінформативними апіорними розподілами, що відображає відсутність чітких припущень щодо їхніх значень. Для параметрів дисперсії використано параметризацію через точність, для якої задаються гамма-розподіли. При цьому зв'язок між дисперсією та точністю визначають так:

$$\sigma^2 = \frac{1}{\tau},$$

де τ – параметр точності, обернений до дисперсії.

Процес реалізації баєсівської ієрархічної моделі складався з кількох послідовних етапів:

1. Здійснено підготовку та попередню обробку даних: y – ВРП на одну особу; y_log – натуральний логарифм ВРП на одну особу; war – індикатор (даммі) змінна; $income_pc$ – доходи населення на одну особу; $expenses_pc$ – витрати на одну особу; avg_wage – середня заробітня плата; $unemployment$ – рівень безробіття; $employment$ – рівень зайнятості; $export_vol$ – обсяг експорту; $import_vol$ – обсяг імпорту; cpi – індекс споживчих цін; $investment$ – загальні валові інвестиції; $investment_ll$ – лагова змінна по інвестиціях; y_log_ll – лагова змінна по ВРП.

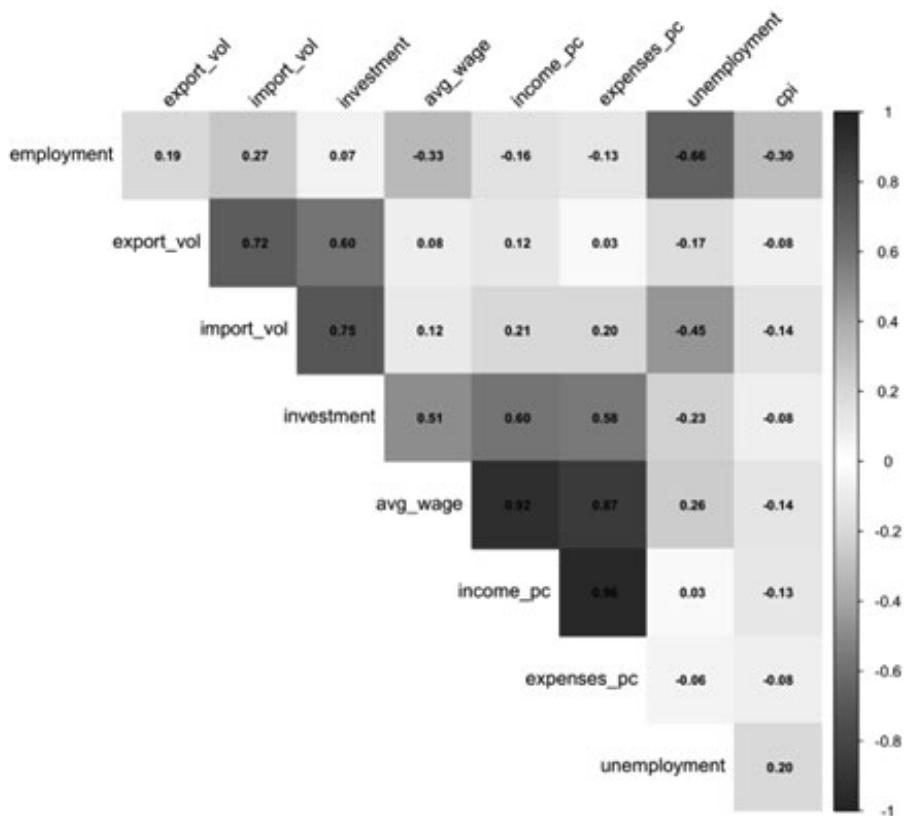


Рис. 1. Кореляційна матриця факторних змінних
 Джерело: створено авторами за допомогою R програмування

Проведено аналіз мультиколінеарності між факторними змінними. Для цього використовувався коефіцієнт парної кореляції (рис.1). У результаті було виявлено сильну кореляцію між показниками середньої заробітної плати, доходів та витрат населення. Проведено відбір змінних за критерієм зв'язку з результуючою змінною. У результаті сформовано фінальний набір змінних, який включає: *export_vol*, *expenses_pc*, *investment*, *investment_l1*, та *y_log_l1*, де *export_vol* був свідомо збережений у моделі, незважаючи на відносно невисоке значення парної кореляції з результуючою змінною. Таке рішення обумовлене її важливим економічним змістом, оскільки обсяги експорту відображають рівень інтегрованості регіону у зовнішньоекономічні процеси та потенційно можуть впливати на формування доданої вартості.

Таблиця 1

Коефіцієнти кореляції між факторними та результуючою змінними

variable	r_with_y_log	abs_r_y_log
<i>y_log_l1</i>	0.9863	0.9863
<i>expenses_pc</i>	0.9023	0.9023
<i>investment</i>	0.6478	0.6478
<i>investment_l1</i>	0.6118	0.6118
<i>import_vol</i>	0.2995	0.2995
<i>export_vol</i>	0.2229	0.2229
<i>employment</i>	-0.1613	0.1613
<i>cpi</i>	-0.0074	0.0074
<i>unemployment</i>	-0.0053	0.0053

Джерело: створено авторами за допомогою R програмування

2. Здійснено специфікацію баєсівської ієрархічної моделі та її програмну реалізацію у середовищі JAGS за допомогою мови R.

3. Проведено оцінювання параметрів моделі із використанням методу МСМС. Для підвищення надійності результатів було використано три незалежні Марківські ланцюги. Початково виконано фазу адаптації тривалістю 8000 ітерацій, після чого застосовано процедуру “розігріву” (burn-in) з відсіканням перших 50000 ітерацій. Основна вибірка формувалася на основі 180000 ітерацій з використанням проріджування (thinning) з кроком 5.

4. Для забезпечення надійності отриманих результатів проведено комплексну перевірку збіжності Марківських ланцюгів. Для цього використано як графічний аналіз (trace plots), так і формальний критерій Гелмана-Рубіна.

Візуальний аналіз побудованих графіків trace plots показав, що всі ланцюги швидко досягають стаціонарного стану та добре перемішуються, коливаючись навколо сталого середнього значення без наявності тренду або розходження між ланцюгами (рис. 2). Це свідчить про відсутність проблем із збіжністю та коректну роботу алгоритму.

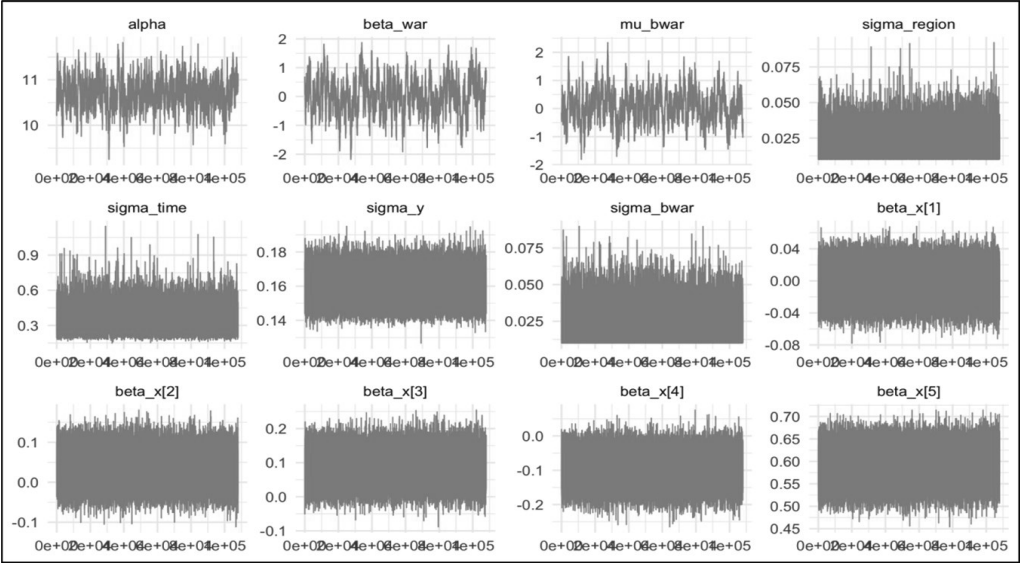


Рис. 2. Динаміка значень параметрів у процесі МСМС-оцінювання
Джерело: створено авторами за допомогою R програмування

Отримані значення статистики $\hat{R}$, близькі до одиниці, підтверджують досягнення збіжності та коректність оцінювання параметрів (табл. 2). Таким чином, можна зробити висновок про досягнення збіжності алгоритму МСМС.

Таблиця 2

Діагностика збіжності МСМС-алгоритму

Parameter	Point est.	Upper C. I.
alpha	1.01	1.02
beta_war	1.02	1.06
mu_bwar	1.02	1.06
sigma_region	1.00	1.00
sigma_time	1.00	1.00
sigma_y	1.00	1.00
sigma_bwar	1.00	1.00
beta_x[1]	1.00	1.00
beta_x[2]	1.00	1.00
beta_x[3]	1.00	1.00
beta_x[4]	1.00	1.00
beta_x[5]	1.00	1.00

Джерело: створено авторами за допомогою R програмування

Насамперед, відзначимо високу пояснювальну здатність моделі. Значення байєсівського коефіцієнта детермінації становить $R^2 \approx 0.9379$, а його довірчий інтервал перебуває в межах від 0.9261 до 0.9479 (табл. 3). Це означає, що побудована модель пояснює близько 94% варіації залежної змінної. Такий результат свідчить про високу якість специфікації моделі, коректний добір факторних змінних та загальну адекватність байєсівського ієрархічного підходу для дослідження міжрегіональної економічної неоднорідності.

Таблиця 3

Оцінені параметри моделі

Parameter	Posterior_mean	Se_mean	Posterior_sd	Q2_5	median	Q97_5	N_ef	rhat
alpha	10.6997	0.0208	0.3225	10.0337	10.7067	11.3268	242.0241	1.0079
beta_war	0.0099	0.0589	0.6123	-1.1917	0.0073	1.1782	110.6742	1.0201
mu_bwar	0.0807	0.0474	0.5474	-1.0084	0.0813	1.1866	141.6050	1.0247
sigma_region	0.0175	0.0000	0.0070	0.0102	0.0155	0.0358	77317.9689	1.0000
sigma_time	0.3302	0.0010	0.0766	0.2190	0.3172	0.5147	5907.3904	1.0010
sigma_y	0.1594	0.0000	0.0072	0.1462	0.1591	0.1742	106873.0597	1.0001
sigma_bwar	0.0198	0.0000	0.0085	0.0103	0.0176	0.0417	87120.2882	1.0000
beta_x[1]	-0.0026	0.0001	0.0170	-0.0361	-0.0025	0.0307	51927.0953	1.0000
beta_x[2]	0.0363	0.0002	0.0340	-0.0304	0.0363	0.1032	28696.7602	1.0000
beta_x[3]	0.0887	0.0003	0.0388	0.0129	0.0885	0.1649	19728.4669	1.0011
beta_x[4]	-0.0968	0.0003	0.0379	-0.1710	-0.0966	-0.0228	19656.3413	1.0009
beta_x[5]	0.5911	0.0002	0.0312	0.5296	0.5911	0.6519	32492.6147	1.0001
Bayesian_R2	0.9379	0.0000	0.0055	0.9261	0.9382	0.9479	NA	NA

Джерело: створено авторами за допомогою R програмування

Лагова змінна y_{log_11} , для якої апостеріорна середня оцінка коефіцієнта становить 0.5911, медіана також дорівнює 0.5911, а 95% довірчий інтервал лежить у межах від 0.5296 до 0.6519, також є статистично значущою оцінкою. Тож економічний розвиток регіонів має виражений інерційний характер, іншими словами, регіони, які вже мали вищий рівень економічної активності, з великою ймовірністю зберігають свої позиції і надалі. Це свідчить про існування ефекту накопичення розвитку, за якого раніше сформовані переваги або відставання закріплюються у часі.

Водночас результати моделі демонструють, що не всі традиційно важливі економічні фактори виявляються статистично значущими у межах досліджуваної специфікації. Наприклад, для змінної $export_vol$ апостеріорна середня оцінка коефіцієнта становить -0.0026, а 95% довірчий інтервал -від -0.0361 до 0.0307. Для змінної $expenses_pc$ відповідна оцінка дорівнює 0.0363, а інтервал від -0.0304 до 0.1032. В обох випадках довірчі інтервали включають нуль, а отже, вплив даних факторів можна назвати статистично незначущим. Проте таку незначущість не варто трактувати як повну

відсутність економічного змісту відповідних показників, а швидше такий результат моделювання може свідчити про складний, опосередкований або нестійкий характер їх впливу. У випадку експорту це може означати, що зовнішньоекономічна активність сама по собі не гарантує підвищення регіонального добробуту, оскільки значна частина експортних потоків може бути слабо пов'язана з внутрішнім накопиченням вартості у регіоні. А витрати населення можуть відображати не стільки довгострокове економічне зростання, скільки поточне споживання, яке не завжди трансформується в розширення виробничого потенціалу. Тому доречно зауважити певний ефект розсіювання впливу, коли фінансові ресурси і споживчі витрати не переходять безпосередньо у стале зростання регіонального продукту.

Щодо змінної *investment*, її апостеріорна середня оцінка становить 0.0887, а 95% довірчий інтервал перебуває в межах від 0.0129 до 0.1649. Це свідчить про статистично значущий додатний вплив поточних інвестицій на ВРП. Проте лагова змінна *investment_l1* має апостеріорну середню оцінку -0.0968, а її 95% довірчий інтервал становить від -0.1710 до -0.0228. Цей результат уже є статистично значущим від'ємним ефектом. Такий результат може свідчити про ефект згасання інвестицій, тобто первинне залучення ресурсів стимулює економіку, але в подальшому цей вплив не закріплюється. Така динаміка може бути пов'язана зі специфікою функціонування економіки в умовах війни, зокрема підвищеною невизначеністю та зміною структури інвестиційних потоків.

Наступним параметром є загальний коефіцієнт війни *beta_war*, який має апостеріорну середню оцінку 0.0099, медіану 0.0073 та широкий 95% довірчий інтервал від -1.1917 до 1.1782. Аналогічно, середній регіональний ефект війни дорівнює *mi_bwar* 0.0807, а його інтервал від -1.0084 до 1.1866. Обидва інтервали включають нуль і є достатньо широкими, що свідчить про статистичну незначущість узагальненого ефекту війни в межах єдиного середнього параметра. Проте це не означає, що війна не впливає на економіку, а те, що її вплив є принципово неоднорідним між регіонами. Для частини регіонів війна означає різке руйнування економічної активності, втрату виробничих потужностей, населення та логістичних зв'язків. Для інших регіонів, особливо тилкових, вона може супроводжуватися релокацією бізнесу, концентрацією державних витрат, зміною попиту та частковим стимулюванням окремих секторів. Отже, війна у моделі не має одного універсального знака чи масштабу, а виступає як джерело глибокої структурної асиметрії.

Цю неоднорідність додатково підтверджує параметр *sigma_bwar*, що характеризує варіацію регіонально-специфічних воєнних ефектів. Його апостеріорна середня оцінка становить 0.0198, а інтервал від 0.0103 до 0.0417. Це свідчить про наявність реальної міжрегіональної диференціації впливу війни. Іншими словами, модель фіксує, що навіть за відсутності єдиного середнього ефекту сам механізм воєнного шоку є просторово неоднорідним.

Параметри варіації також мають важливе аналітичне значення. Значення *sigma_region*=0.0175 з інтервалом від 0.0102 до 0.0358 відображає наявність стійких міжрегіональних відмінностей, які не пояснюються включеними до моделі змінними. Це означає, що кожен регіон має власний базовий рівень розвитку, зумовлений прихованими

історичними, інституційними, структурними та інфраструктурними особливостями. Значення $\sigma_{time}=0.3302$ з інтервалом від 0.2190 до 0.5147 свідчить про суттєву роль часової компоненти, тобто про існування спільних для всіх регіонів макроекономічних змін, які відбуваються поступово в часі. Натомість параметр похибки $\sigma_y=0.1594$ з інтервалом від 0.1462 до 0.1742 є відносно невеликим, що вказує на високу точність моделі та невелику частку неврахованої варіації.

Аналіз регіональних інтерсептів показує, що між регіонами існують стійкі базові відмінності, які не зводяться лише до включених економічних факторів. Це добре узгоджується з графіком регіональної динаміки ВРП на одну особу, який зображений на рис. 3. Тут видно, що окремі регіони протягом усього періоду стабільно перебувають вище середньої траєкторії, тоді як інші – нижче неї.

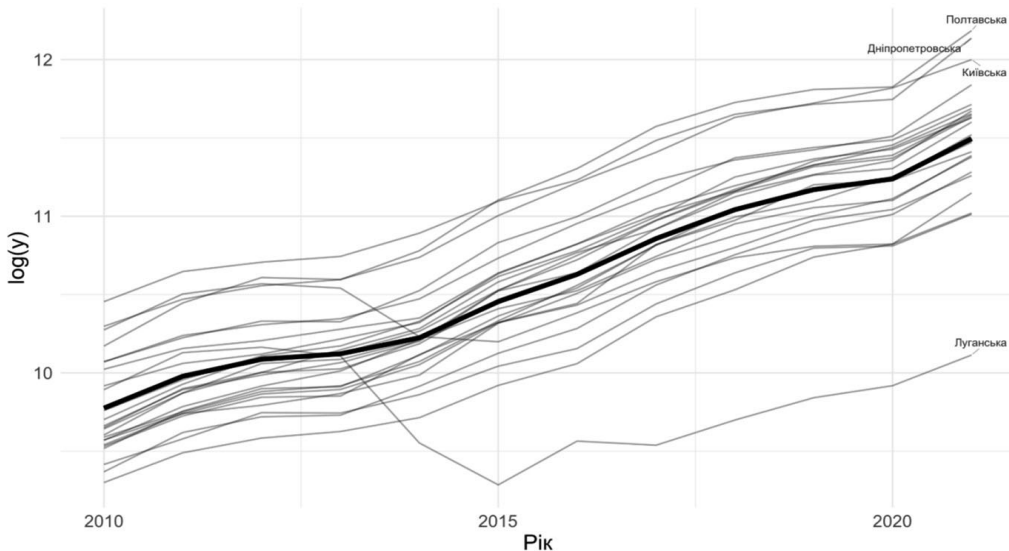


Рис. 3. Міжрегіональна диференціація динаміки ВРП на одну особу
Джерело: створено авторами за допомогою R програмування

Зокрема, Полтавська, Дніпропетровська та Київська області демонструють вищі рівні логарифма ВРП на одну особу впродовж усього періоду спостереження.

Додатковим підтвердженням міжрегіональної диференціації є аналіз σ -конвергенції. За даними табл. 4 у 2010 році стандартне відхилення логарифма ВРП на одну особу становило 0.3170, у 2011 році – 0.3131, у 2012 році – 0.2999, а у 2013 році – 0.2937. Отже, у 2010–2013 роках спостерігалось поступове зменшення міжрегіональної дисперсії, що свідчить про наявність процесу економічного зближення. Загальне зниження за цей період становило 0.0233, або приблизно 7.3%.

Таблиця 4

**Індикатори міжрегіональної диференціації валового регіонального продукту
на одну особу у регіонах України**

Дата	Середнє значення $\log(y)$	Дисперсія
2010-01-01	9.7750	0.3170
2011-01-01	9.9785	0.3131
2012-01-01	10.0867	0.2999
2013-01-01	10.1221	0.2937
2014-01-01	10.2244	0.3153
2015-01-01	10.4548	0.3930
2016-01-01	10.6290	0.3909
2017-01-01	10.8574	0.4145
2018-01-01	11.0420	0.4187
2019-01-01	11.1698	0.4000
2020-01-01	11.2385	0.3985
2021-01-01	11.4951	0.4219

Джерело: створено авторами за допомогою R програмування

Однак уже у 2014 році відбувається зміна траєкторії: дисперсія зростає до 0.3153, а у 2015 році різко підвищується до 0.3930. Порівняно з 2013 роком це означає приріст на 0.0993, або приблизно на 33.8%. Надалі високий рівень дисперсії зберігається: 0.3909 у 2016 році, 0.4145 у 2017 році, 0.4187 у 2018 році, 0.4000 у 2019 році, 0.3985 у 2020 році та 0.4219 у 2021 році. Таким чином, після 2014 року відбулося не лише разове посилення міжрегіональних відмінностей, а й закріплення нового, значно більш диференційованого стану економічного простору. За весь період 2010–2021 років дисперсія зростала з 0.3170 до 0.4219, тобто на 0.1049, або приблизно на 33.1%. Це є вагомих свідченням посилення процесів регіональної економічної дезінтеграції.

Водночас середнє значення логарифма ВРП на одну особу протягом усього періоду зросло. Воно підвищилося з 9.7750 у 2010 році до 10.4548 у 2015 році та до 11.4951 у 2021 році. Тобто економіка в цілому зростала, однак це зростання супроводжувалося посиленням нерівномірності розподілу результатів між регіонами.

На рис. 4 приведено графічне порівняння фактичних та змодельованих значень середнього рівня ВРП.

Модель коректно відтворює як загальнонаціональний висхідний тренд, так і основні зміни в його динаміці. Це узгоджується з високим значенням α та вказує на те, що побудована баєсівська ієрархічна модель є адекватним інструментом аналізу просторово-часової неоднорідності економічного розвитку регіонів України.

Висновки та перспективи подальших досліджень. Проведене дослідження міжрегіональної економічної дезінтеграції в Україні на основі байєсівського ієрархічного підходу підтвердило всі чотири сформульовані гіпотези і дозволило охарактеризувати її природу та масштаби.

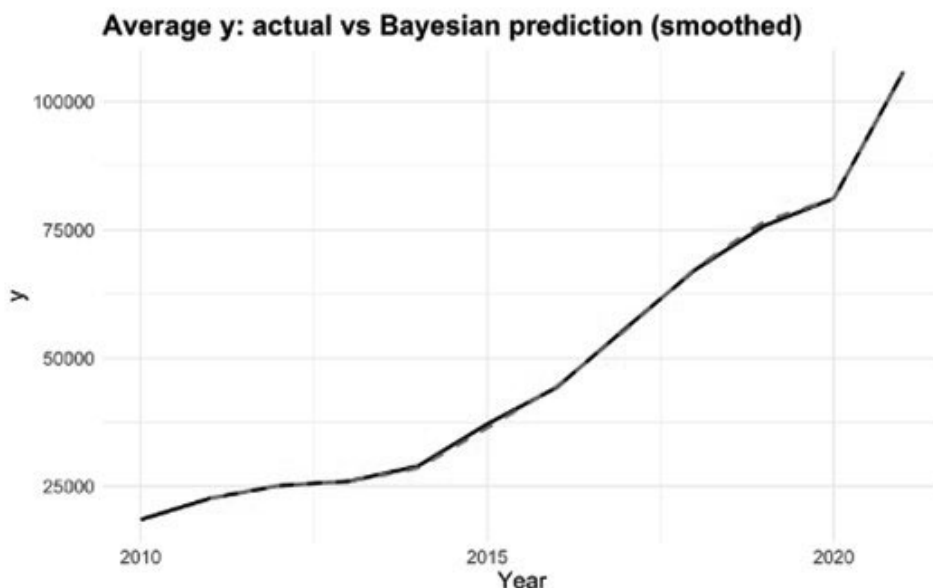


Рис. 4. Порівняння фактичних та змодельованих значень середнього ВРП на одну особу в Україні

Джерело: створено авторами за допомогою R програмування

Емпіричний аналіз засвідчив, що економічний розвиток регіонів України характеризується стійкою просторово-часовою неоднорідністю системного характеру. Після 2014 року відбувся структурний злам: σ -дисперсія зросла більш ніж на 33%, що означає перехід від конвергентного до дивергентного режиму регіонального розвитку, який закріпився на якісно вищому рівні нерівномірності. Розвиток регіонів має виражений інерційний характер, а вплив воєнного шоку є принципово неоднорідним – він не описується єдиним середнім ефектом, а виступає джерелом глибокої просторової асиметрії. Інвестиції справляють короткостроковий стимулюючий ефект, який, однак, згасає в складних умовах воєнного часу.

Побудована модель продемонструвала високу пояснювальну здатність ($R^2 \approx 0,94$), а застосування МСМС-алгоритмів забезпечило статистичну надійність та інтерпретованість параметрів. Теоретична цінність дослідження полягає в обґрунтуванні байєсівського ієрархічного підходу як адекватного інструменту аналізу регіональної дезінтеграції в умовах невизначеності та структурних зламів, а також у розвитку підходів до одночасного моделювання просторової та часової гетерогенності регіональних економічних систем. Практична цінність результатів полягає у можливості їх використання для формування диференційованої державної регіональної політики, планування відновлення та оцінювання ефективності інвестиційних програм з урахуванням міжрегіональних диспропорцій.

Подальші дослідження доцільно спрямувати на інтеграцію просторових авторегресійних апріорних розподілів (CAR/SAR) у модельну специфікацію, розширення набору змінних за рахунок показників інституційної якості та людського капіталу, а також адаптацію підходу до задач аналізу та планування післявоєнного відновлення регіонів України.

Список використаних джерел

1. Chan J. C. C., Eisenstat E., Hou C., Koop G. Composite likelihood methods for large Bayesian VARs with stochastic volatility. *Journal of Applied Econometrics*. 2020. Vol. 35, № 6. P. 692–711. <https://doi.org/10.1002/jae.2846>
2. Koop G., Korobilis D. Bayesian multivariate time series methods for empirical macroeconomics. *Foundations and Trends in Econometrics*. 2010. Vol. 3, № 4. P. 267–358. <https://doi.org/10.1561/08000000013>
3. Congdon P. D. *Bayesian Hierarchical Models with Applications Using R*. 2nd ed. Boca Raton : CRC Press, 2019. 580 p.
4. Check A., Piger J. Structural breaks in U.S. macroeconomic time series: A Bayesian model averaging approach. *Journal of Money, Credit and Banking*. 2021. Vol. 53, № 8. P. 1999–2036. <https://doi.org/10.1111/jmcb.12822>
5. Maheu J., Song Y. An efficient Bayesian approach to multiple structural change in multivariate time series. *Journal of Applied Econometrics*. 2018. Vol. 33, № 2. P. 251–270. <https://doi.org/10.1002/jae.2606>
6. Lee D., Rushworth A., Napier G. Spatio-temporal areal unit modeling in R with conditional autoregressive priors using the CARBayesST package. *Journal of Statistical Software*. 2018. Vol. 84, № 9. P. 1–39. <https://doi.org/10.18637/jss.v084.i09>
7. Simionescu M., Schneider N., Gavurova B. A Bayesian vector-autoregressive application with time-varying parameters on the monetary shocks-production network nexus. *Journal of Applied Economics*. 2024. Vol. 27, № 1. <https://doi.org/10.1080/15140326.2024.2395114>
8. Maheshwari P., Rahman M. A. bqrqr: An R package for Bayesian quantile regression in ordinal models. *The R Journal*. 2023. Vol. 15, № 2. P. 39–55. <https://doi.org/10.32614/RJ-2023-042>
9. Veenman M., Stefan A., Haaf J. Bayesian hierarchical modeling: An introduction and reassessment. *Behavior Research Methods*. 2023. Vol. 56. P. 4600–4631. <https://doi.org/10.3758/s13428-023-02204-3>
10. Alhseeni A. M. I. Bayesian hierarchical modeling for inflation forecasting in emerging economies. *International Journal of Advanced Mathematical Sciences*. 2025. Vol. 11, № 2. P. 8–16. <https://doi.org/10.14419/gsws6e80>
11. Błażejowski M., Gazda J., Kwiatkowski J. Bayesian model averaging in the studies on economic growth in the EU regions: application of the gretl BMA package. *Economics & Sociology*. 2016. Vol. 9, № 4. <https://doi.org/10.14254/2071-789X.2016/9-4/10>
12. Huk K., Zeynalov A. Regional disparities and economic growth in Ukraine. *arXiv*. 2022. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2211.05666>
13. Storonyanska I., Nowakowska A., Benovska L., Dub A. Imbalances and risks of the regional development of Ukraine's economy under conditions of instability. *Agricultural and Resource Economics: International Scientific E-Journal*. 2022. Vol. 8, № 3. P. 81–97. <https://doi.org/10.51599/are.2022.08.03.05>
14. Paslavskaya I., Kichurchak M. The regional factors of sustainable development amidst wartime

challenges. *Sustainable Development Management* : monograph / Publishing House of the Czestochowa University of Technology. Czestochowa, 2023. Chapter 1. P. 9–28. <https://doi.org/10.17512/CUT/9788371939860>

15. Blažek J., Lypianin A. Geopolitical decoupling and global production networks: the case of Ukrainian industries after the 2014 Crimean annexation. *Journal of Economic Geography*. 2024. Vol. 24, № 1. P. 23–40. <https://doi.org/10.1093/jeg/lbad026>
16. Державна служба статистики України. База даних : офіційна сторінка. URL: <https://stat.gov.ua> (дата звернення: 01.02.2026).

References

1. Chan, J. C. C., Eisenstat, E., Hou, C., & Koop, G. (2020). Composite likelihood methods for large Bayesian VARs with stochastic volatility. *Journal of Applied Econometrics*, 35(6), 692–711. <https://doi.org/10.1002/jae.2846>.
2. Koop, G., & Korobilis, D. (2010). Bayesian multivariate time series methods for empirical macroeconomics. *Foundations and Trends in Econometrics*, 3(4), 267–358. <https://doi.org/10.1561/0800000013>.
3. Congdon, P. D. (2019). *Bayesian hierarchical models with applications using R* (2nd ed.). CRC Press.
4. Check, A., & Piger, J. (2021). Structural breaks in U.S. macroeconomic time series: A Bayesian model averaging approach. *Journal of Money, Credit and Banking*, 53(8), 1999–2036. <https://doi.org/10.1111/jmcb.12822>.
5. Maheu, J., & Song, Y. (2018). An efficient Bayesian approach to multiple structural change in multivariate time series. *Journal of Applied Econometrics*, 33(2), 251–270. <https://doi.org/10.1002/jae.2606>.
6. Lee, D., Rushworth, A., & Napier, G. (2018). Spatio-temporal areal unit modeling in R with conditional autoregressive priors using the CARBayesST package. *Journal of Statistical Software*, 84(9), 1–39. <https://doi.org/10.18637/jss.v084.i09>.
7. Simionescu, M., Schneider, N., & Gavurova, B. (2024). A Bayesian vector-autoregressive application with time-varying parameters on the monetary shocks-production network nexus. *Journal of Applied Economics*, 27(1). <https://doi.org/10.1080/15140326.2024.2395114>.
8. Maheshwari, P., & Rahman, M. A. (2023). bqrqr: An R package for Bayesian quantile regression in ordinal models. *The R Journal*, 15(2), 39–55. <https://doi.org/10.32614/RJ-2023-042>.
9. Veenman, M., Stefan, A., & Haaf, J. (2023). Bayesian hierarchical modeling: An introduction and reassessment. *Behavior Research Methods*, 56, 4600–4631. <https://doi.org/10.3758/s13428-023-02204-3>.
10. Alhseeni, A. M. I. (2025). Bayesian hierarchical modeling for inflation forecasting in emerging economies. *International Journal of Advanced Mathematical Sciences*, 11(2), 8–16. <https://doi.org/10.14419/gsws6e80>.
11. Błażejowski, M., Gazda, J., & Kwiatkowski, J. (2016). Bayesian model averaging in the studies on economic growth in the EU regions: Application of the gretl BMA package. *Economics & Sociology*, 9(4). <https://doi.org/10.14254/2071-789X.2016/9-4/10>.
12. Huk, K., & Zeynalov, A. (2022). *Regional disparities and economic growth in Ukraine*. arXiv. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2211.05666>.
13. Storonyanska, I., Nowakowska, A., Benovska, L., & Dub, A. (2022). Imbalances and risks of the regional development of Ukraine's economy under conditions of instability. *Agricultural and Resource Economics: International Scientific E-Journal*, 8(3), 81–97. <https://doi.org/10.51599/are.2022.08.03.05>.

14. Paslavska, I., & Kichurchak, M. (2023). The regional factors of sustainable development amidst wartime challenges. In *Sustainable development management* (pp. 9–28). Publishing House of the Czestochowa University of Technology. <https://doi.org/10.17512/CUT/9788371939860>.
15. Blažek, J., & Lypianin, A. (2024). Geopolitical decoupling and global production networks: The case of Ukrainian industries after the 2014 Crimean annexation. *Journal of Economic Geography*, 24(1), 23–40. <https://doi.org/10.1093/jeg/lbad026>.
16. State Statistics Service of Ukraine. (2026). *Statistical database* [Official website]. <https://stat.gov.ua>.

BAYESIAN HIERARCHICAL MODELLING OF SPATIO-TEMPORAL HETEROGENEITY IN REGIONAL ECONOMIC DEVELOPMENT OF UKRAINE

Iryna Paslavska¹, Volodymyr Kulivatskyi²

*Ivan Franko National University of Lviv,
18 Svobody Ave., Lviv, 79008, Ukraine*

¹*e-mail: iryna.paslavska@lnu.edu.ua; ORCID: 0000-0003-3955-5751*

²*e-mail: volodymyr.kulivatskyi@lnu.edu.ua*

Abstract. The article aims to develop a theoretical and methodological framework and to empirically investigate the spatio-temporal heterogeneity of regional economic development in Ukraine. The study employs a Bayesian hierarchical panel data model incorporating random regional effects, a temporal component specified as a stochastic random walk process, and region-specific coefficients capturing the impact of an exogenous shock. Parameter estimation is conducted via Markov Chain Monte Carlo simulation using three independent chains implemented in the JAGS environment. The empirical analysis draws on official statistical data for Ukrainian regions over the period 2010–2021. The findings demonstrate that regional economic development in Ukraine is characterised by persistent, systemic spatio-temporal heterogeneity: following 2014, a structural transition from a convergent to a divergent regime of regional development occurred, consolidating at a qualitatively higher level of interregional differentiation. The study establishes a pronounced path-dependent inertia in regional economic development, documents the statistically heterogeneous impact of the war shock across regions, and identifies an investment fade-out effect whereby short-term stimulative effects of current investment fail to translate into sustained long-run growth. It is concluded that the Bayesian hierarchical model exhibits high explanatory power and constitutes an appropriate analytical framework for examining regional disintegration under conditions of structural breaks and uncertainty.

Keywords: Bayesian hierarchical model; spatio-temporal heterogeneity; regional development; regional economic disintegration; war shock; path-dependent inertia.

Стаття: надійшла до редакції 15.04.2026

прийнята до друку 25.06.26

опублікована (оприлюднена) 30.06.26