

Юрій ГОЛОВАЧ^{1,2,3}, Ральф КЕННА^{3,2}, Подрік Мак КЕРРОН⁴,
Петро САРКАНИЧ^{1,2,3}, Назар ФЕДОРАК^{5,6}, Джозеф ХОСЕ^{2,3}

¹Інститут фізики конденсованих систем НАН України, Львів, Україна

²Співпраця L4 і Міжнародний коледж докторантів із статистичної фізики
складних систем, Нансі–Ляйпціг–Ковентрі–Львів, Європа

³Центр плинних і складних систем, Університет Ковентрі, Велика Британія

⁴Університет Майнута, Ірландія

⁵Львівський національний університет ім. І. Франка, Україна

⁶Український католицький університет, Львів, Україна

Математика й міти – кількісний підхід до порівняльної мітології¹

Юрій ГОЛОВАЧ – доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач
відділу Інституту фізики конденсованих систем НАН України. Наукові
інтереси: статистична фізика, скейлінг, критична поведінка, складні системи,
міждисциплінарні дослідження. Електронна адреса: hol@ictp.lviv.ua

Ральф КЕННА – PhD, професор Школи обчислень, електроніки й математики
Університету Ковентрі, Великобританія. Наукові інтереси: статистична фізика,
критична поведінка, соціофізика. Електронна адреса: Ralph.Kenna@coventry.ac.uk

Подрік Мак КЕРРОН – PhD, постдок Інституту мистецтвознавства
й гуманітарних наук Університету Майнута, Ірландія. Наукові інтереси: структура
соціальних мереж, складні мережі, мітологія.
Електронна адреса: Pdraig.Maccarron@tui.ie

Петро САРКАНИЧ – кандидат фіз.-мат. наук, PhD (Англія), молодший науковий
співробітник Лабораторії статистичної фізики складних систем Інституту
фізики конденсованих систем НАН України. Наукові інтереси: статистична фізика,
критична поведінка, складні мережі. Електронна адреса: petrosark@gmail.com

¹ Автори висловлюють подяку Андрію Ровенчаку за корисні обговорення. Роботу було виконано за часткової підтримки проекту Сьомої європейської рамкової програми IRSES Dynamics of and in Complex Systems (No 612707 DIONICOS).

Назар ФЕДОРЯК – кандидат філологічних наук, доцент кафедри української літератури ім. акад. М. Возняка Львівського національного університету імені Івана Франка, доцент кафедри філології Українського католицького університету. Наукові інтереси: Українська та західноєвропейська література середніх віків, Відродження та бароко; сучасна українська література. Електронна адреса: nfedorak@ukr.net
Джозеф ХОСЕ – PhD, працівник Школи обчислень, електроніки й математики Університету Ковентрі, Великобританія. Наукові інтереси: соціофізика, мітологія, застосування теорії складних мереж у психології.
Електронна адреса: yosejoseph@gmail.com

Статтю присвячено застосуванню певного математичного апарату – теорії складних мереж – для кількісного опису й порівняння мітів, що належать до різних культур. Одним із фундаментальних результатів порівняльної мітології є знаходження спільних для багатьох культур структур – мономітів. У нашому дослідженні ми зосереджуємося на інших аспектах, які теж є спільними для різних наративів. В основі пропонованого підходу лежить новий спосіб одержання інформації про характеристики зв'язків між персонажами у творі. Ці характеристики однозначно виражаються в числовій формі і, отже, виникає можливість кількісного порівняння як різних персонажів одного твору, так і творів, що належать до різних часів і до різних культур. Метод аналізу, на якому базується наше дослідження, полягає у вивченні соціальних зв'язків між героями певного епічного наративу й кількісному аналізу цих зв'язків. Для цього структура наративу зображається у вигляді мережі (графа), де вузлами виступають персонажі, а ребрами – зв'язки (дружні чи ворожі) між персонажами. У такий спосіб виникає можливість на підставі спільного підходу провести кількісний аналіз і порівняння структур мереж, що відповідають різним текстам. Зокрема, у нашій роботі розглянуто такі твори, як епічна поема Гомера «Іліяда», ірландські скелі «Викрадення бика з Куалнге» та «Війна ірландців і іноземців», п'ять найбільших ісландських саг, англосаксонський героїчний епос «Беовульф» та давньоруські билини. Кількісний аналіз мереж зв'язків між персонажами цих творів дозволяє говорити, що разом із існуванням мономітів, є спільні універсальні характеристики у структурі соціальних мереж персонажів. Серед спільних властивостей можна виділити невисоке значення характерного розміру мережі (середньої довжини найкоротшого шляху), високий ступінь кореляції вузлів мережі (високе значення коефіцієнту кластерності). Також спільними рисами розглянутих мереж є виконання гіпотези соціального балансу під час аналізу розташування зв'язків, що відповідають ворожим та дружнім стосункам і типова поведінка за вилучення вузлів із мережі. Одержані результати свідчать про те, що мережевий аналіз може слугувати ще одним способом для розв'язання питань, пов'язаних із класифікацією та дослідженням того чи того твору.

Ключові слова: мітологія, соціальні мережі, кількісні методи.

1. Вступ

У цій статті йтиметься про застосування певного математичного апарату – теорії складних мереж² – для кількісного опису й порівняння мітів, що належать до різних культур. Попри те, що міти відрізняються від легенд і казок, провести межу між ними інколи буває дуже складно. Міти не прив'язані до часу, і часто їхня дія відбувається нібито в прадавні, доісторичні часи. Окремою галуззю досліджень є порівняльна мітологія. Одним із фундаментальних результатів цього напрямку є знаходження універсальних, спільних для багатьох культур структур – мономітів³. Для пошуку й кількісного вираження таких характеристик застосовували різні підходи. В основі пропонованого в цій статті підходу лежить новий спосіб одержання інформації про характеристики зв'язків між персонажами у творі. Як буде видно з подальшої розповіді, ці характеристики однозначно виражаються в числовій формі і, отже, виникає можливість кількісного порівняння як різних персонажів одного твору, так і творів, що належать до різних часів і до різних культур.

Ідея застосування кількісних методів у гуманітарних науках має давню традицію. З часом застосування кількісних методів стало популярним і в порівняльній мітології. Зокрема, за історико-географічним підходом, який використовують для дослідження народної творчості, виділяють типи й категорії історій залежно від теми, подій і персонажів⁴. Популярність цього методу можна проілюструвати каталогом Аарне–Томпсона–Уттера, до якого входять понад дві тисячі категорій⁵. Іншим кількісним методом, який також застосовують для аналізу творів, є так званий метод головних компонент⁶. Його суть полягає в зображенні твору у вигляді вектора, кожна з компонент якого відповідає за певний мотив. Якщо мотив трапляється в тексті, то на відповідному місці вектор матиме 1, якщо ні – 0. У такий спосіб визначення подібності текстів зводиться до аналізу подібності векторів. Одним із цікавих результатів, одержаних цим методом, є те, що казки народів Північної Америки відрізняються від казок південноамериканців, що своєю чергою може означати, що ці континенти заселяли люди з північного й південного напрямків незалежно⁷. Істотно відрізняється від попередніх філогене-

² Stefan Thurner, *43 Visions for Complexity* (World Scientific, 2017); Mark Newman, Albert-Laszlo Barabasi and Duncan J. Watts, *The Structure and Dynamics of Networks*, (Princeton University Press, 2011).

³ Joseph Campbell, *The Hero with a Thousand Faces* (Vol. 17) (New World Library, 2008).

⁴ Antti Aarne, *The Types of the Folktale: A Classification and Bibliography* (Suomalainen Tiedeakatemia, 1961).

⁵ Hans-Jörg Uther, *The types of international folktales: a classification and bibliography, based on the system of Antti Aarne and Stith Thompson* (Suomalainen Tiedeakatemia, Academia Scientiarum Fennica, 2004).

⁶ Класифікація казок за Аарне-Томпсоном-Уттером, відвідано 6 березня 2019 року, <http://www.mftd.org/index.php?action=atu>

⁷ Yuri E. Berezkin, "Peopling of the New World from Data on Distributions of Folklore Motifs", in *Maths Meets Myths: Quantitative Approaches to Ancient Narratives*, eds. Ralph Kenna, Máirín MacCarron, Pádraig MacCarron, (Springer, Cham, 2017), 71-89.

тичний підхід. Як метод він виник у дослідженні еволюційних зв'язків між біологічними видами⁸. У цьому підході успадкування певних генетичних ознак відстежується за допомогою зображення споріднених видів у вигляді графа. З часом подібний спосіб був успішно використаний для пошуку спорідненості (наявності спільних універсальних характеристик) у різних наративах^{9,10,11}.

Названі вище дослідження, разом із низкою інших, стали частиною ініціативи *Maths Meets Myths* – Математика зустрічає Міти^{8,12,13}. Метою цієї ініціативи є вироблення міждисциплінарних підходів для розгляду задач порівняльної мітології і, зокрема, впровадження кількісних методів у цій ділянці. Слід відразу зауважити, що кількісні методи аналізу наративів не можуть надавати інформацію про самі події, емоції, значення або інші якісні специфічні чи голістичні риси, що є у фокусі традиційних досліджень. Такі підходи можуть слугувати лише доповненням до наявних методів досліджень, і, безумовно, не можуть їх замінити.

Метод аналізу, на якому базується наше дослідження, був запропонований у роботах (MacCarron & Kenna, 2012)¹⁴ і (MacCarron & Kenna, 2013)¹⁵. Він полягає в дослідженні соціальних зв'язків між героями певного епічного наративу і в застосуванні теорії складних мереж до кількісного аналізу цих зв'язків. На сьогодні такий метод уже апробований на прикладі багатьох визначних творів європейської і світової культурної спадщини¹⁶. Працюючи над цією статтею, автори ставили перед собою кілька завдань. Одне з них – ознайомити українськомовного читача із тим, що вже зроблено в цій ділянці, а також застосувати подібний метод для аналізу епічних наративів східних слов'ян. Не менш важливим завданням вважаємо ознайомлення читача-гуманітарія (а саме такому читачеві передусім адресована наша стаття) із основами науки про складні мережі і способами кількісного аналізу таких

⁸ Christopher J. Howe and Heather F. Windram, "Phylomemetics—evolutionary analysis beyond the gene". *PLoS biology* 9, 5 (2011): e1001069.

⁹ Ralph Kenna, Máirín MacCarron, Pádraig MacCarron, (Eds). *Maths Meets Myths: Quantitative Approaches to Ancient Narratives*. (Springer International Publishing, 2017).

¹⁰ Jamshid J. Tehrani, "The phylogeny of little red riding hood". *PLoS one* 8, 11 (2013): e78871.

¹¹ Julien D'Huy, "Polyphemus: a Palaeolithic Tale?" *The Retrospective Methods Network Newsletter* 9 (2015): 43-64.

¹² Майстерня "Maths Meets Myths 2014", відвідано 6 березня 2019 року, <http://users.complexity-coventry.org/~kenna/MMM2014.html>

¹³ Майстерня "Maths Meets Myths 2013", відвідано 6 березня 2019 року, <http://users.complexity-coventry.org/~kenna/MMM2013.html>

¹⁴ Pádraig Mac Carron, and Ralph Kenna, "Universal properties of mythological networks". *EPL (Europhysics Letters)* 99, 2 (2012): 28002.

¹⁵ Pádraig Mac Carron, and Ralph Kenna, "Network analysis of the Íslendinga sögur—the Sagas of Icelanders". *The European Physical Journal B* 86, 10 (2013): 407.

¹⁶ Pádraig Mac Carron, "A Network Theoretic Approach to Comparative Mythology". (PhD thesis, CoventryUniversity, 2014).

мереж. Подальший план статті такий: у розділі 2 ми коротко розповімо про виникнення науки про складні мережі й опишемо деякі характеристики, що використовують для кількісного опису мереж. Основною частиною нашої статті є розділ 3, у якому ми стисло опишемо результати дослідження мереж персонажів різних епосів, для котрих є дані про мережу персонажів. Серед розглянутих прикладів – епічна поема Гомера «Іліада», ірландські скели та ісландські саги, англосаксонський героїчний епос «Беовульф» та давньоруські билини. Кожен із цих епосів є визначним твором світової спадщини і відповідно був об'єктом багатьох досліджень. Ми ж розповімо, які висновки можна зробити, аналізуючи властивості мережі їх персонажів. Загальні висновки й перспективи подальших досліджень наведено в розділі 4. Разом із оригінальною частиною ця стаття містить огляд деяких наших результатів, викладених детальніше в роботах^{13,14,17,18}.

2. Наука про складні мережі

Багато структур, що є в природі чи створені людиною, мають форму мережі. Саме поняття мережі, яка складається з вузлів і зв'язків, настільки інтуїтивно очевидне, що часом і не потребує подальшого пояснення, див. рис. 1. Однак для формалізації цього поняття в математиці прийнято вживати термін *граф*. Граф – це множина вершин (вузлів) і ребер (зв'язків) між цими вершинами, теорія графів – це розділ дискретної математики, що бере свій початок з праць геніального математика XVIII ст. Леонарда Ойлера¹⁹. Вибух зацікавлення властивостями складних мереж, чи, як прийнято тепер казати, виникнення науки про складні мережі, датується останніми десятиліттями XX ст. Тоді внаслідок комп'ютерного аналізу великих масивів даних виявилось, що статистичні властивості багатьох структур описують подібними складними мережами^{20,21,22}. Серед них – інтернет, www, мережі нейронів, метаболізму, харчування, транспорту, розподільчі, соціальні мережі та багато інших. Мета досліджень змінилася від аналізу невеликих графів та властивостей окремих вершин і ребер до розгляду статистичних властивостей цих графів (мереж). Поступово ставало зрозуміло, що подібність в організації таких різних, на перший погляд, систем має глибокі причини. Адже спільним для них всіх є те, що їхні подібні макроскопічні властивості виникають на підставі відносно простих взаємодій між частинами. Отже, міждисциплі-

¹⁷ Joseph Yose, et al. "Network analysis of the Viking Age in Ireland as portrayed in *Cogadh Gaedhel re Gallaibh*". *Royal Society open science* 5, 1 (2018): 171024.

¹⁸ Петро Сарканич, та ін. «Універсальність і мережевий аналіз билин – героїчного епосу східних слов'ян.» *Журнал Фізичних Досліджень* 20, 4 (2016): 4801.

¹⁹ Leonhard Euler, "Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis". *Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae* (1741): 128-140.

²⁰ Philip W. Anderson, "More is different". *Science* 177, 4047 (1972): 393-396.

²¹ Giorgio Parisi, "Complex systems: a physicist's viewpoint". *Physica A*, 263 (1999): 557-564.

²² Юрій Головач, «Від моделі Ізінга до статистичної фізики складних систем.» *Фізичний Збірник НТШ*, 8 (2011): 429.

нарні дослідження дозволили класифікувати і порівнювати структури зовсім різних за своєю природою систем. Зокрема, теорія складних мереж була розвинена і застосована для пояснення процесів у мережах транспорту²³, харчування²⁴, інтернету²⁵ і багатьох інших.

У своєму дослідженні ми робимо спробу знайти кількісне вираження універсальних характеристик різних мітологічних наративів, виходячи із їхнього зображення у вигляді складних мереж. При цьому ставитимемо у відповідність кожному персонажу вершину-вузол мережі, а зв'язок між персонажами зображатимемо у вигляді ребра (так, як це зображено на рис. 1). Отже, предметом нашого аналізу буде мережа персонажів певного твору. Перед тим, як розглянути конкретні випадки в наступній частині цього розділу введемо типові характеристики, які прийнято обчислювати для кількісного опису тієї чи тієї мережі. Зокрема, нас також цікавитимуть значення цих характеристик для реальних соціальних мереж. Як виявилось внаслідок численних досліджень, мережі, що відображають соціальну взаємодію (знайомство, професійне поєднання, дружбу, різні форми спілкування тощо) між індивідами у реальному суспільстві, мають певні універсальні риси – спільні для різних соціальних мереж^{13,15}. Прикладами таких соціальних мереж можуть бути мережі наукового співавторства^{26,27}, співпраці акторів²⁶, керівників компаній²⁶, гравців онлайн-ігор²⁸. Отже, разом із пошуком універсальних характеристик мереж персонажів епічних наративів виникає ще одне запитання – наскільки такі мережі схожі на реальні соціальні мережі? Така схожість могла б означати або те, що мережа персонажів базується на реальній соціальній мережі, або те, що її цілеспрямовано було змінено, щоб виглядати реалістично.

Розглянемо мережу, зображену на рис. 1. Позначимо кількість вершин і ребер N і L відповідно. Як легко полічити, для цієї мережі $N = 8$ і $L = 12$. Мабуть, найпростішою для пояснення властивістю є ступінь вузла. Для простоти інтерпретації вважатимемо надалі, що на рис. 1 зображений фрагмент соціальної мережі – її вершини відповідають окремим індивідам, а зв'язки – фактам знайомства між індивідами. Ступінь вузла показує, зі скількома ребрами з'єднаний цей вузол чи відповідно скільки знайомих має певний індивід. Ця величина позначається k_i , де індекс i нумерує вузол. Зокрема, для мережі на рис. 1 $k_G = 3$, $k_B = 4$.

²³ Christian von Ferber, et al., "A tale of two cities". *Journal of Transportation Security* 5, 3 (2012): 199-216.

²⁴ Hawoong Jeong, et al. "The large-scale organization of metabolic networks". *Nature* 407, 6804 (2000): 651.

²⁵ Réka Albert, Hawoong Jeong, and Albert-László Barabási, "Error and attack tolerance of complex networks". *Nature* 406, 6794 (2000): 378.

²⁶ Mark E. J. Newman, "The structure of scientific collaboration networks". *Proceedings of the national academy of sciences* 98, 2 (2001): 404-409.

²⁷ Mark E. J. Newman, "Assortative mixing in networks". *Physical Review Letters* 89, 20 (2002): 208701.

²⁸ Michael Szell and Stefan Thurner, "Measuring social dynamics in a massive multiplayer online game". *Social networks* 32, 4 (2010): 313-329.

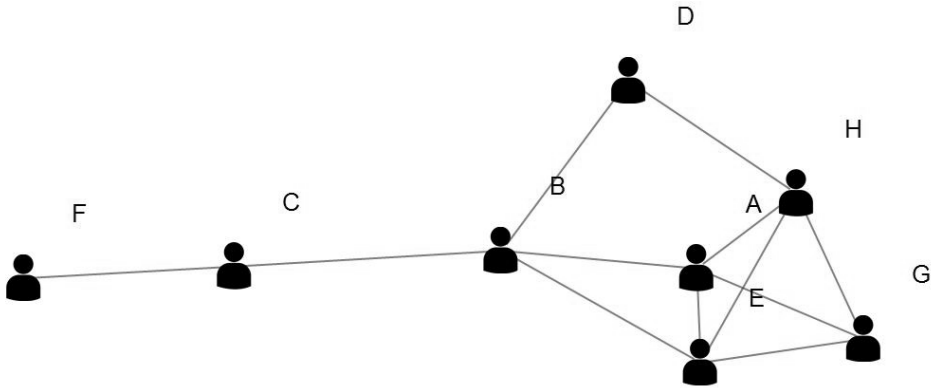


Рис. 1: Мережа, що складається із вершин (вузлів, позначених А-Н) і ребер (зв'язків). Кількість вершин у цій мережі $N=8$, а кількість ребер $L=12$. Деякі інші характеристики цієї мережі описані в тексті.

Різні індивіди мають різну кількість знайомих – ступінь вузла в соціальній мережі знайомств змінюється із переходом від одного вузла до іншого. Щоб описати мережу як ціле, можна використати середнє значення ступеня вузла $\langle k \rangle$ чи розподіл ступенів вузлів $P(k)$ — імовірність того, що випадково вибраний вузол має ступінь k . Розподіл ступенів вузлів є різним для різних типів мереж. Соціальні мережі належать до складних мереж із степеневі-спадною функцією $P(k)$. Такі мережі часто називають безмасштабними^{29,30}. Зокрема, для них характерна присутність так званих габів (від англ. hub – ‘центр уваги’) – вузлів із великою кількістю зв'язків. Важливими є не тільки ступені вузлів, але й те, як пов'язані ступені сусідніх вузлів. Описує це величина, яка називається асортативністю r (від англ. assort – ‘сортувати’, узгоджувати). Додатні значення r відповідають асортативним мережам – тим, в яких частіше поєднані вузли зі схожим ступенем (вузли із високим ступенем приєднуються частіше до вузлів із високим ступенем, а вузли із низьким ступенем – до вузлів із низьким ступенем). Мережі, у яких r від'ємне, називаються дисортативними. У них вузли із низьким ступенем переважно приєднуються до вузлів із високим ступенем. Реальні соціальні мережі часто є асортативними, що відображає принцип «свій до свого».

Ступінь вузла k_i описує як вузол i з'єднаний із оточенням, а те, як з'єднані між собою його сусіди, описує коефіцієнт кластерності C_i . Ця величина дорівнює частці сусідів вузла, які є сусідами між собою. Найвище значення коефіцієнта кластерності $C_i = 1$ досягається тоді, коли всі сусіди вузла i з'єднані

²⁹ Luis A. Nunes Amaral, et al., “Classes of small-world networks”. *Proceedings of the national academy of sciences* 97, 21 (2000): 11149-11152.

³⁰ Albert-László Barabási and Réka Albert, “Emergence of scaling in random networks”. *Science* 286, 5439 (1999): 509-512.

між собою. Зокрема, для графа на рис. 1 $C_G = 1$. Відповідно цей коефіцієнт дорівнює нулю, коли такі знайомства між сусідами зовсім відсутні: $C_C = C_D = 0$. Коефіцієнт кластерности цілої мережі C визначається як середнє значення коефіцієнтів кластерности всіх її вузлів. Як правило, соціальні мережі характеризуються високим значенням C : якщо індивід знайомий із двома іншими, то є висока ймовірність того, що вони також знайомі між собою³¹.

Ще однією кількісною характеристикою зв'язності мережі є середня довжина шляху l – середнє значення мінімальної відстані між парами індивідів. Відстань l_{ij} між індивідами i та j дорівнює мінімальній кількості зв'язків, що їх з'єднують. Якщо відстань $l_{ij} = 1$, то вузли є сусідами. Зокрема, індивіди A та H на рис. 1 з'єднані різними шляхами: $ABDH$, AEH , AH , AGH , ... Однак найкоротшим є шлях із одного зв'язку AH , і тому $l_{AH} = 1$. Ідея середньої довжини шляху в соціальних мережах продемонстрована у знаменитій гіпотезі шести рукошляхів (six degrees of separation)³²: попри те, що населення світу перевищує сім мільярдів, будь-які двоє людей знайомі в середньому через шість рукошляхів: середня довжина шляху між двома людьми в соціальній мережі знайомств становить $l = 6$. Високе значення коефіцієнту кластерности C і мале значення середньої довжини шляху l свідчать про значну зв'язність соціальних мереж, їх ще часто називають мережами *тісного світу*³⁰.

3. Результати

Як уже зазначалось вище, наше дослідження полягатиме у визначенні кількісних характеристик мереж персонажів епосів різних народів. З одного боку, сама наявність таких типових, універсальних рис є зовсім не очевидним фактом і потребує емпіричної перевірки. З другого боку, визначення таких рис може стати основою класифікації різних епічних наративів. Зокрема, нас цікавитиме й те, наскільки мережі персонажів епосів подібні до соціальних мереж реального суспільства.

Відправним пунктом нашого аналізу конкретного твору слугуватиме мережа його персонажів. Таку мережу ми будуватимемо, ставлячи у відповідність кожному персонажу вершину мережі. Ребро (зв'язок) між парою вершин означатиме певну соціальну взаємодію між парою відповідних персонажів. Надалі будемо розрізняти два типи зв'язків: дружні й ворожі. Два персонажі мають між собою ворожий зв'язок, якщо вони безпосередньо б'ються чи перебувають у стані війни. Навпаки, дружній зв'язок між персонажами означатиме, що вони знають один одного, говорять один з одним чи перебувають одночасно в невеликій групі людей¹³. Трапляються випадки, коли впродовж твору тип зв'язку між персонажами змінюється, у такому

³¹ Duncan J. Watts and Steven H. Strogatz, "Collective dynamics of 'small-world' networks". *Nature* 393, 6684 (1998): 440.

³² Jeffrey Travers and Stanley Milgram, "The small world problem". *Psychology Today* 1, 1 (1967): 61-67; Mark Granovetter, "The strength of weak ties: A network theory revisited". *Sociological Theory*, 1 (1983) 201-233.

разі до уваги беруться обидва зв'язки. Це рішення зумовлене тим, що ми не цікавимося динамікою мережі, а лише її статичним виглядом. Отже, у наведеному нижче аналізі ми зосереджуємося на самому факті взаємодії між заданою парою персонажів і не цікавимося інтенсивністю цієї взаємодії. Такий «огрублений» підхід є звичним (і, зауважимо, успішним) у моделюванні в природничих науках, коли одинички й нулі означають наявність чи відсутність певної риси^{21,33}. Можна, звичайно, ввести інтенсивність зв'язку між персонажами, враховуючи те, як часто вони взаємодіють у наративі. Однак і таке покращення нашого першого наближення, звичайно, не може врахувати всіх тонкощів традиційних підходів. Тому вважаємо незайвим нагадати читачеві, що пропонований спосіб аналізу не може надавати незаперечні докази. Наша мета – зібрати емпіричні спостережувані факти і подивитися на них з нової, незвичної перспективи. А висліди наших спостережень слід поєднати із результатами інших підходів.

Перед тим, як розповісти про проведений аналіз мереж персонажів кількох епосів, коротко підсумуємо окремі результати, одержані для реальних соціальних мереж. Як показала низка емпіричних досліджень, реальні соціальні мережі зазвичай мають високий коефіцієнт кластерності³⁰; розподіл ступенів вузлів добре описується степеневим законом^{28,29}; такі мережі є тісними світами^{25,28,30,31}; вони схильні бути асортативними²⁶; для них часто виконується гіпотеза соціального балансу^{27,34,35}. Остання є відображенням відомого твердження «ворог мого ворога – мій друг»: у соціальній мережі більш імовірні замкнені тріади (трикутники) індивідів, у яких кількість ворожих зв'язків є парною (жодного або два). Пам'ятаючи про ці загальні риси реальних соціальних мереж, порівнюємо їх із відповідниками, визначеними нами для мереж персонажів деяких епосів.

Викрадення бика з Куалнге

Наш аналіз розпочнемо із побудови мережі персонажів твору «Викрадення бика з Куалнге» (ірландською "Táin Bó Cúailnge", надалі просто «Викрадення») – центрального епосу уладського циклу ірландської мітології³⁶. Цей твір зберігся в трьох рукописах, датованих між XII і XIV століттями. У ньому описується вторгнення західної ірландської провінції Коннахту в північну ірландську провінцію Ольстер. Основною причиною цієї війни стало бажання викрасти магічного бика. Ситуація для Ольстеру (Уладу) по-

³³ Mariana Krasnytska, Robin De Regt and Petro Sarkanych, *Ising Lectures in Lviv (1997–2017)* (Lviv: Institute for Condensed Matter Physics of the National Academy of Sciences of Ukraine, 2017).

³⁴ Fritz Heider, "Attitudes and cognitive organization". *The Journal of psychology* 21, 1 (1946): 107-112.

³⁵ Frank Harary, "On the notion of balance of a signed graph". *The Michigan Mathematical Journal* 2, 2 (1953): 143-146.

³⁶ Thomas Kinsella tr., *The Tain: translated from the Irish epic Táin Bó Cuailnge* (Oxford University Press, Oxford, 1969).

гіршується ще й тим, що його захисники перебувають під дією закляття і не можуть битися. Щоб якимось зарадити ситуації, молодий герой Кухулін використовує право бою один-на-один. Це дозволяє виграти час, щоб воїни змогли відновитися від впливу магії і стали знову в стрій. Попри потуги героїв, загарбники з Коннахту таки заволоділи биком.

Цей твір має давню усну історію до того, як був записаний. Середньовічні вчені датували його першим століттям до н. е., але це, можливо, було спробою християнських монахів штучно синхронізувати усну традицію з біблійною та класичною історією³⁵. Є дві кардинально протилежні версії походження цього твору. Деякі дослідники вважають, що такі наративи підтверджують грецькі й римські свідчення про кельтів і пропонують нам «вікно в залізний вік»³⁷. А їхні противники стверджують, що такі казки не мають історичної основи³⁸. Отже, історичність подій, описаних у «Викраденні», є під питанням. Нижче ми наведемо деякі аргументи до цієї дискусії, які можна одержати з мережевого аналізу.

Мережу персонажів «Викрадення» можна побудувати, використовуючи описані вище правила, її детальний аналіз проведено в роботах^{13,15}. Оскільки вся мережа доволі велика, на рис. 2 зображено лише її центральний фрагмент. Ребра різного кольору позначають різний тип зв'язків: червоні – ворожі, зелені – дружні. Ця мережа складається із 422 вершин-персонажів і 1 266 зв'язків між ними. Вузол із великою кількістю ворожих зв'язків у центральній частині рисунка – головний герой Кухулін.

Одним із способів аргументації на користь історичності (чи вигаданості) подій, описаних у «Викраденні», може бути порівняння мережі персонажів твору із властивостями реальних соціальних мереж. Порівняння проведемо для мереж, побудованих на основі дружніх зв'язків. Єдиним винятком буде перевірка гіпотези структурного балансу, для якої необхідно враховувати як дружні, так і ворожі ребра. Мережа, яка складається тільки із дружніх зв'язків має вже 385 персонажів. Це пов'язано з тим, що ми не беремо до уваги вузли, до яких не приєднано жодне ребро. Першою властивістю, яку ми наводили в списку властивостей реальних соціальних мереж, був високий коефіцієнт кластерності. Середній коефіцієнт кластерності мережі дружніх зв'язків «Викрадення» становить $C = 0.84$. Це дуже високе значення, яке свідчить, що в середньому 84 % сусідів кожного з вузлів мають зв'язок між собою. Дуже цікаво розподілені ступені вузлів. Є 6 габів, які мають ступінь понад 75, а решта – менше 36. Така поведінка є типовою для складних мереж зі степеневу спадною функцією розподілу ступеня вузла, як і для реальних соціальних мереж.

³⁷ Kenneth Hurlstone Jackson, *The oldest Irish tradition: a window on the Iron Age* (Cambridge University Press, 2011).

³⁸ Thomas Francis O'Rahilly, *Early Irish history and mythology* (Dublin Institute for advanced studies, 1946).

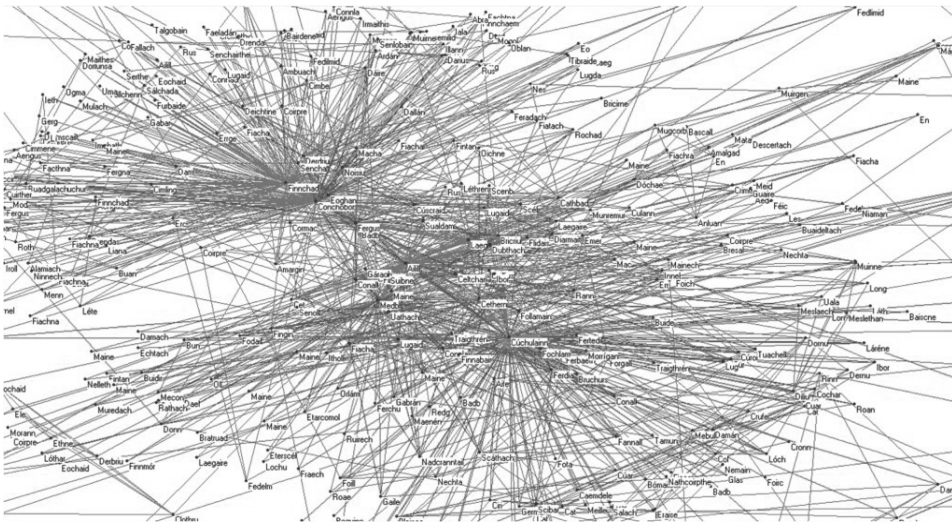


Рис. 2: Фрагмент мережі персонажів «Викрадення». Лінії різного кольору відповідають за різні типи зв'язків: зелені – дружні, червоні – ворожі. Два найбільші кластери всередині малюнку зображають сторони конфлікту. Вузол, що відповідає головному герою твору, Кухуліну, зображений у центральній частині із великою кількістю ворожих зв'язків. (Рисунок взято з Ralph Kenna and Pádraig Mac Carron. "Maths meets myths: network investigations of ancient narratives". *Journal of Physics: Conference Series*. Vol. 681. No. 1. IOP Publishing, 2016) (Кольоровий онлайн).

Мережа персонажів «Викрадення» характеризується малою середньою найкоротшою відстанню $l = 2.84$. Разом із високим значенням коефіцієнта кластерності це свідчить, що ця мережа є мережею тісного світу. Основна тема «Викрадення» – конфлікт між двома провінціями, тому в мережі наявна значна кількість ворожих зв'язків – 168. Попри це, можна говорити про її структурну збалансованість, оскільки тільки 8 % замкнених тріад персонажів мають непарну кількість ворожих зв'язків. Шість персонажів мають дуже високий ступінь, що сильно переважає ступінь решти. Унаслідок цього часто вузол із високим ступенем приєднується до вузла із низьким ступенем, і коефіцієнт асортативності цієї мережі становить $r = -0.33$ – мережа є дисортативною. Щоб дещо нівелювати вплив вузлів із високим ступенем, можна видалити ті їхні зв'язки, які трапляються тільки один раз. Відповідно асортативність зростає, $r = -0.04$ і стає значно ближчою до реальних соціальних мереж.

Як бачимо з усього сказаного вище, за низкою характеристик мережа персонажів «Викрадення» є схожою на реальні соціальні мережі. Єдиною відмінністю є асортативність. Це можна пояснити тим, що аналізований твір є героїчним епосом і значною мірою описує конфлікт. Поява персонажів, роль яких зводиться до двобою з головним протагоністом, спричинює зменшення асортативності цілої мережі. Однак вилучення таких слабких

зв'язків робить мережу персонажів «Викрадення» ще більше схожою на реальні соціальні мережі.

Раніше ми вже говорили про коефіцієнт кластерності, що описує, як мережа з'єднана в околі кожного окремого вузла. Деякі групи вузлів у мережі є значно тісніше з'єднані між собою, ніж з рештою мережі. Такі групи називаються громадами чи спільнотами (communities)³⁹. Для виділення громад є спеціальні математичні алгоритми (див., напр., Newman & Girvan, 2004). Застосування таких алгоритмів для аналізу мережі «Викрадення» засвідчив, що вона складається з 6 громад, дві найбільші з яких є сторонами конфлікту. Чіткий розподіл на громади також є типовим для реальних соціальних мереж⁸. Цікаво зазначити, що Фергус, друг головного героя Кухуліна, якого завербували противники, змінює громаду впродовж історії.

	N	L	$\langle k \rangle$	k_{\max}	l	C	r
Беовульф	72	167	4.64	27	2.38	0.57	-0.12
Викрадення	422	1 266	6	168	2.80	0.73	-0.35
Іліада	694	2 684	7.44	106	3.49	0.44	-0.08
Сага про Гіслі	103	254	4.93	44	3.38	0.60	-0.15
Сага про людей з Озерної долини	132	290	4.39	31	3.86	0.49	0
Сага про Егіля	292	770	5.27	59	4.19	0.56	-0.07
Сага про людей з Лаксдаля	332	894	5.39	45	5.01	0.45	0.19
Сага про Ньяла	575	1 612	5.61	83	5.14	0.42	0.01
Об'єднання 5 саг	1 282	3 729	5.82	87	5.10	0.46	0.04
Билини	153	320	4.18	52	2.90	0.57	-0.15
Війна ірландців і іноземців	315	1 190	7.60	105	3.60	0.58	-0.09

Табл. 1. Характеристики мереж персонажів деяких епосів. N і L позначають кількість вузлів і зв'язків відповідно, $\langle k \rangle$ – середній ступінь вузла, k_{\max} – максимальний ступінь вузла, l – середня відстань між персонажами, C – середній коефіцієнт кластерності, r – асортативність.

Крім того, що проведений вище аналіз додає ще один аргумент на користь історичності подій, описаних у «Викраденні», в процесі дослідження ми обчислили певні величини, що характеризують мережу персонажів цього твору. Наскільки універсальні ці величини? Чи є вони спільні для мереж персонажів інших епосів? Щоб відповісти на це запитання, застосуємо по-

³⁹ Mark E. J. Newman and Michelle Girvan, "Finding and evaluating community structure in networks". *Physical review E* 69, 2 (2004): 026113.

На рис. 3 зображена мережа персонажів «Беовульфа», яка утворена тільки дружніми зв'язками. Ця мережа є найменшою із розглянутих у цій статті, вона складається із усього $N = 68$ персонажів і $L = 140$ зв'язків між ними. З одного боку, оскільки ми цікавимося статистичними властивостями мережі, то такий її незначний розмір є явним недоліком. З другого боку, саме малий розмір робить візуалізацію цієї мережі більш зрозумілою. Так читач може виділити двох персонажів із високим ступенем у центральній частині рис. 4 – це головний протагоніст Беовульф і король данів Гротгар.

Зробивши відповідні розрахунки, переконуємося, що, як і в попередньому епосі, мережа має високий коефіцієнт кластерності $C = 0.69$. А середня найкоротша відстань становить усього $l = 2.45$. Поєднання таких значень свідчить про те, що і мережа «Беовульфа» є мережею тісного світу. В попередньому підрозділі ми вже побачили, що асортативність мережі персонажів «Викрадення» істотно відрізнялася від типових значень асортативності реальних соціальних мереж. Обчислене значення асортативності мережі «Беовульфа» $r = -0.03$ свідчить про незначну дисортативність мережі: персонажі із великим ступенем вузла дещо частіше приєднуються до персонажів із малим ступенем вузла. Це є відображенням того факту, що «Беовульф» є героїчним епосом, зосередженим навколо центрального персонажа Беовульфа.

Застосування алгоритму пошуку громад виявляє 5 громад, які добре відтворюють наявні у творі громади: геати, дани, свеї, предки Беовульфа і група персонажів, пов'язаних із битвою з драконом, представленою в другій частині твору. Як і мережа персонажів «Викрадення», так і «Беовульфа», структурно збалансовані. Причому остання має ще нижчий відсоток замкнених триад із непарною кількістю ворожих зв'язків (близько 4 %).

Раніше ми вже згадували, що персонаж Беовульфа часто вважають вигаданим. Щоб дослідити цю гіпотезу, розглянемо мережу персонажів, з якої видалено вузол Беовульфа і всі його зв'язки. Асортативність такої мережі становить $r = 0.012$, що робить її більш схожою на мережу реального світу. Зазначимо, що описані у творі події відбуваються в два віддалені проміжки часу й поєднані лише участю Беовульфа. Тому розгляд мережі без головного протагоніста має сенс з огляду на те, що це могли бути різні особистості.

Підсумовуючи одержані результати для мережі персонажів «Беовульфа», бачимо, що вона, як і мережа «Викрадення», подібна за багатьма ознаками до соціальних мереж реального світу. Виняток (із наведеними вище заувагами) становить дисортативність цієї мережі.

Іліада

«Іліада» (дав.-гр. «Ἰλιάς») – епічна поема, що її створив Гомер, датована VIII століттям до н. е.⁴⁴. Дія цього твору відбувається протягом декількох тижнів останнього року Троянської війни. Тривалий час через присутність

⁴⁴ Peter Jones, ed. *The Iliad*. (London: Penguin UK, 2003).

у творі одночасно двох світів – людей і богів – події, описані в Іліяді, вважали вигаданими. Але завдяки археологічним знахідкам Генріха Шлімана трактування Іліяди змінилося. Останні дані свідчать, що історія може базуватися на історичному конфлікті в XII столітті до н. е.⁴⁵. «Іліяда» є, мабуть, одним із найвідоміших творів у світовій спадщині⁴⁶. Через це вона часто стає еталоном для порівняння епосів інших народів світу. Це робить дослідження мережі персонажів «Іліяди» важливим кроком в становленні методу, який використовується в даній статті. На рис. 4 зображена мережа дружніх зв'язків персонажів «Іліяди», розподілена на три групи різного кольору: греки, троянці й решта. Вона містить $N = 664$ персонажі і $L = 2317$ зв'язків між ними. Ця мережа є найбільшою з-поміж тих, що висвітлені в нашому огляді. Тут ми також розглядатимемо мережу дружніх зв'язків. У центральній частині рис. 4 вгорі зосереджена група вузлів, що відповідають 34 сестрам нерейдам (група вузлів синього кольору), які формують тісний кластер. Наявність такої великої кількості ідентичних персонажів буде значно впливати на мережеві характеристики, про які ми поговоримо нижче.

Те, що мережа є більшою за дві попередні, вплинуло, зокрема, і на середню найкоротшу відстань, яка в такому разі зросла і становить $l = 3.83$. Натомість середній коефіцієнт кластерності залишився високим $C = 0.62$. Це свідчить про те, що мережа персонажів «Іліяди» є мережею тісного світу. Ця мережа є слабко асортативною з $r_k = 0.09$, що робить її схожою на реальні соціальні мережі. Якщо ж забрати з дружньої мережі тісний кластер нерейд, то асортативність зменшується до $r_k \approx 0$. Така поведінка якісно відрізняє «Іліяду» від «Викрадення» і «Беовульфа», для яких навіть дружня підмережа була дисортативною. В «Іліяді» одночасно є два світи – світ людей і світ богів. Про це свідчить також і аналіз структури громад: алгоритм виділяє 12 громад, 4 найбільші з яких греки, троянці, боги й нерейди. Хоч «Іліяда» і є історією про війну, але більшість зв'язків у ній дружні. Аналіз розподілу ворожих зв'язків засвідчує, що відповідна мережа є структурно збалансованою з менше ніж 2 % триад із непарною кількістю ворожих зв'язків. Отже, мережа персонажів «Іліяди» має багато характеристик реальних соціальних мереж. Їй притаманна навіть слабка асортативність, якої бракувало мережам «Викрадення» і «Беовульфа».

⁴⁵ Manfred Korfmann, Joachim Latacz and J. D. Hawkins. "Was there a Trojan war?." *Archaeology* 57, 3 (2004): 36-41; John C. Kraft et al. "Harbor areas at ancient Troy: sedimentology and geomorphology complement Homer's Iliad." *Geology* 31, 2 (2003): 163-166.

⁴⁶ Список 100 найкращих книжок, відвідано 6 березня 2019 року, <http://thegreatestbooks.org/>

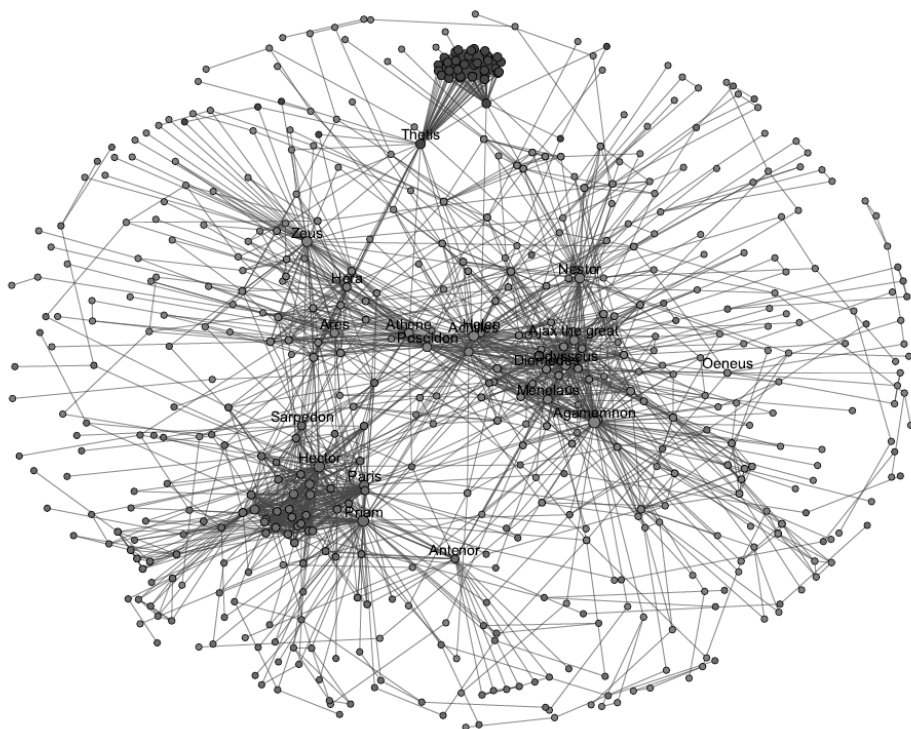


Рис. 4. Мережа дружніх зв'язків персонажів «Іліади», розділена на 3 умовні групи: греки, троянці й реїта. Червоні вузли зображують греків, зелені – троянців, а сині – реїту персонажів. (Рисунок взято з Pádraig Mac Carron, “A Network Theoretic Approach to Comparative Mythology”. (PhD thesis, CoventryUniversity, 2014)) (Кольоровий онлайн).

Саги про ісландців

«Саги про ісландців» (ісландською «Íslendingasögur», надалі просто «Саги») – це прозові тексти, що описують події, які відбувалися в Ісландії в період від кінця IX і до початку XI століття. Як правило, вважають, що тексти записали між XIII і XIV століттями невідомі автори, але не виключено, що вони можуть мати усну передісторію⁴⁷. Саги зосереджені на сімейних історіях та родовах і відображають боротьбу й конфлікти серед перших поселенців Ісландії та їхніх нащадків. Події в сагах описані доступно і з достатнім рівнем деталізації. Цікавою їхньою особливістю є те, що багато персонажів трапляються в кількох сагах, що дозволяє створити пов'язану

⁴⁷ Heather O'Donoghue, *Old Norse-Icelandic Literature: A Short Introduction*. (Oxford: Blackwell Publishing, 2004).

мережу між персонажами. Події в сагах подаються як у літописах. Через це вважали, що саги більш-менш реально описують ранні роки після заселення Ісландії. Зокрема, родові саги добре узгоджуються між собою, хоча й вони складаються із майже 50 текстів. Як зазначає О'Donoghue (цитуювання 46), так ніби існувало неписане правило, що стосується складу суспільства: головні герої одного тексту виступають як другорядні в інших. Це створює враження, що описане суспільство є справжнім. Однак останнім часом історики більш критично переосмислили саги. Деякі дослідники розглядають саги як такі, що містять важливі елементи історії, інші відкидають їх як чисту фантастику, без якоїсь історичної цінності. Огляд різних позицій представлено в О'Donoghue (2004).

Якісно «Саги» відрізняються від епосів, описаних вище. Вони мають зовсім інакшу структуру суспільства. Тому розгляд відповідних мереж є цікавим застосуванням описаного вище методу. Виділимо в окремі об'єкти аналізу п'ять найбільших за кількістю персонажів саг. Це «Сага про Гіслі», «Сага про людей з Озерної долини», «Сага про Егіля», «Сага про Ньяла» і «Сага про людей з Лаксдаля». Ми не вважаємо за необхідне наводити рисунки із зображенням мережі персонажів кожної із великих саг окремо, оскільки, як це було зазначено вище, головні герої одної саги можуть виступати другорядними героями іншої. Також ми не будемо наводити і детальний аналіз кожної із 5 великих саг, а лише їхній короткий опис і деякі основні результати. Особливу увагу будемо приділяти асортативності, бо, як ми вже мали змогу переконатися, ця характеристика часто відрізняє реальні соціальні мережі від мітологічних.

1. Сага про Гіслі

«Сага про Гіслі» (ісландською "Gíslasaga Súrssonar") розповідає про поневіряння головного героя Гіслі. Через сімейні чвари Гіслі вбиває свого родича і мусить тікати від правосуддя. Після 13 років переховувань його вбивають. Уважають, що події відбувалися між 940 і 980 роками н. е.⁴⁸. Мережа персонажів саги про Гіслі є невеликою і складається зі 103 персонажів і 254 зв'язків між ними. Оскільки сага сконцентрована на головному персонажі, це відобразилося і на характеристиках мережі. Зокрема, максимальний ступінь вузла належить самому Гіслі і становить 44, що є майже половиною від кількості всіх персонажів. Також така сконцентрованість на головному герої відобразилася і на асортативності. Вона дорівнює $r_k = -0.15$, що є найменшим значенням з усіх «Саг». Отже, ця мережа цієї саги, як і мережі «Беовульф» і «Викрадення», має низку характеристик, подібних до реальних соціальних мереж. Відмінною ж залишається асортативність, яка в усіх цих трьох мережах є від'ємною.

⁴⁸ Robert Kellogg and Jane Smiley, *The Sagas of Icelanders: A Selection*, (London: Penguin, 2000).

2. Сага про людей з Озерної долини

«Сага про людей з Озерної долини» (ісландською “*Vatnsdœlasaga*”) є сімейною сагою. Вона описує родину Інгімунда – внука норвезького воєначальника, від їхнього переїзду в Ісландію і до часу приходу християнства в кінці X ст.⁴⁷. Мережа цієї саги складається зі 132 вузлів і 290 зв'язків між ними. Найвищий ступінь вузла становить 31, що є значно менше порівняно з сагою про Гіслі, особливо, беручи до уваги той факт, що «Сага про людей з Озерної долини» характеризується більшою мережею. Асортативність цієї мережі є близькою до 0. Ця властивість наближає «Сагу про людей з Озерної долини» до реальних соціальних мереж.

3. Сага про Егіля

Ця сага (ісландською “*Egilssaga*”) розповідає про подорожі й подвиги воїна-поета Егіля. Початок історії розкажує про діда Егіля та його двох синів у Норвегії. Після того, як один із них загинув унаслідок суперечки з королем, сім'я переїжджає в Ісландію. Друга частина саги розповідає про життя самого Егіля. Іншою особливістю саги про Егіля є те, що значна частина подій відбувається за межами Ісландії. Дія починається в Норвегії з родиною героя, де вперше з'являється близько третини персонажів саги. Пізніше в історії Егіль в одній зі своїх подорожей їде до Норвегії. Тому мережа містить перехресні соціальні структури⁴⁷. Мережа персонажів цієї саги складається із 292 персонажів і 770 зв'язків між ними. Події в сазі значною мірою пов'язані з подорожами і пригодами головного героя Егіля. Знову ж таки, зосередження сюжету на пригодах одного героя спричиняє слабку дисортативність відповідної мережі, $r = -0.07$. Також варто зазначити, що мережа персонажів саги про Егіля містить групу із 14 вузлів, в якій кожен пов'язаний із кожним. Це дещо підвищує асортативність. Тому якщо розглядати цю групу як одного персонажа (схожа ситуація вже траплялася з нереїдами в «Іліяді»), то мережа стане ще більш дисортативною. Загалом характеристики мережі саги про Егіля дуже схожі на характеристики реальних соціальних мереж. Єдиною відмінністю є асортативність. Це ставить її в один ряд із уже проаналізованими «Беовульфом», «Викраденням» і «Сагою про Гіслі». Спільною рисою усіх цих творів є те, що вони сконцентровані навколо одного протагоніста чи їхньої групи.

4. Сага про людей з Лаксдаля

Ця сага (ісландською “*Laxdœlasaga*”) розкажує про життя людей в західній частині Ісландії з кінця IX до початку XI століть. Це друга за розміром сага, також вона має другу за розміром мережу⁴⁷. Мережа цієї саги складається зі 332 вузлів і 894 зв'язків. Ця сага є сімейною, і тому в ній немає чітко вираженого центрального персонажа. Це відповідно відобразилося на асортативності $r_k = 0.19$, що є найбільшим значенням серед усіх «Саг». Іншою особливістю є те, що із 9 громад тільки 3 містять понад 20 вузлів. Тобто суспільство, описане в сазі, доволі однорідне, у ньому складно знайти особливих персонажів чи їхні групи.

5. Сага про Ньяла

Ця сага (ісландською "Njáls saga") є найбільшою і найпопулярнішою з усіх «Саг ісландців». До наших днів дійшло найбільше рукописних текстів, що містять цю сагу. Вона розкажує про те, як дрібні міжусобиці можуть розростатися до кровопролиття. Події в сазі відбувалися між 960 і 1020 роками н. е.⁴⁹. Мережа персонажів саги про Ньяла є найбільшою із саг і містить 575 вузлів і 1 612 ребер. Значна частина цих зв'язків, а саме 224, ворожі, що значно більше, ніж для інших саг. Асортативність мережі дуже близька до 0. Хоча, якщо брати до уваги тільки дружні зв'язки, то асортативність збільшується до $r_k = 0.09$. Оскільки до складу мережі входить багато ворожих зв'язків, то це відобразилося на тому, що 9.7 % усіх замкнених тріад персонажів мають непарну кількість ворожих зв'язків. Такий рівень усе ще дозволяє назвати мережу структурно збалансованою, хоч це і є найвищий показник для усіх «Саг».

6. Об'єднання п'яти великих саг

Суспільство в «Сагах» відрізняється від того, яке представлене в героїчних епохах. Часто головні персонажі одних саг виступають другорядними персонажами інших саг. Кожна сага окремо розкажує про певну частину суспільства, якусь подію чи історію певного персонажа. Тому, щоб говорити про мережу персонажів саг, доцільно розглядати їхні об'єднання. Як ми вже бачили раніше, деякі із п'яти найбільших саг мають усі властивості соціальної мережі реального світу, інші – виглядають як героїчні епоси. Відповідь на запитання, якими ж будуть характеристики об'єднаної мережі, є зовсім не тривіальною, а залежить від того, як «Саги» поєднані між собою. Тобто наскільки і як саме перетинаються їхні персонажі. Логічно припустити, що, оскільки сага про Ньяла є найбільшою складовою отриманої мережі, то вона і робить визначальний внесок у її характеристики.

Об'єднана мережа персонажів п'яти саг зображена на рис. 5. Вона складається зі 1 282 вузлів і 3 720 зв'язків між ними. Вузли позначені різним кольором відповідно до того, в якій сазі трапляється персонаж. Білим кольором позначені персонажі, які трапляються більше ніж в одній сазі. Візуально можна виділити тісний кластер персонажів «Саги про Егіля», що розташований у центральній частині рисунку. Середній коефіцієнт кластерності високий і становить $C = 0.46$, а середня найкоротша відстань така: $l = 5.1$. Ці значення дозволяють сказати, що така мережа є мережею тісного світу. Як і передбачалося, асортативність об'єднаної мережі є близькою за значенням до «Саги про Ньяла» і становить $r_k = 0.05$. Слабке позитивне значення можна пояснити впливом другої за розміром складової, а саме «Саги про

⁴⁹ Carl Frank Bayerschmidt and Lee Milton Hollander, eds. *Njal's Saga* (Hertfordshire: Wordsworth Classics, 1998); Magnus Magnusson and Hermann Pálsson, eds. *Njal's Saga* (London: Penguin, 1960); Andrew Joseph Hamer, *Njáls saga and its Christian background: A study of narrative method*, (University of Groningen, 2008).

людей з Лаксдаля», яке має найвище значення асортативності з усіх мереж, які наведені в цьому огляді. Якщо ж взяти до огляду тільки дружні зв'язки, то асортативність ще дещо збільшується до значення $r_k = 0.09$.

Якщо ж порівнювати мережеві характеристики об'єднання саг із попередніми епічними творами і реальними соціальними мережами, то можна зазначити, що суспільство, яке описується в сагах, є дуже схоже на реальне. На відміну від попередніх епосів, воно є, хоч і слабо, але асортативне, і це враховуючи, що три з п'яти саг орієнтовані на центральних персонажів.

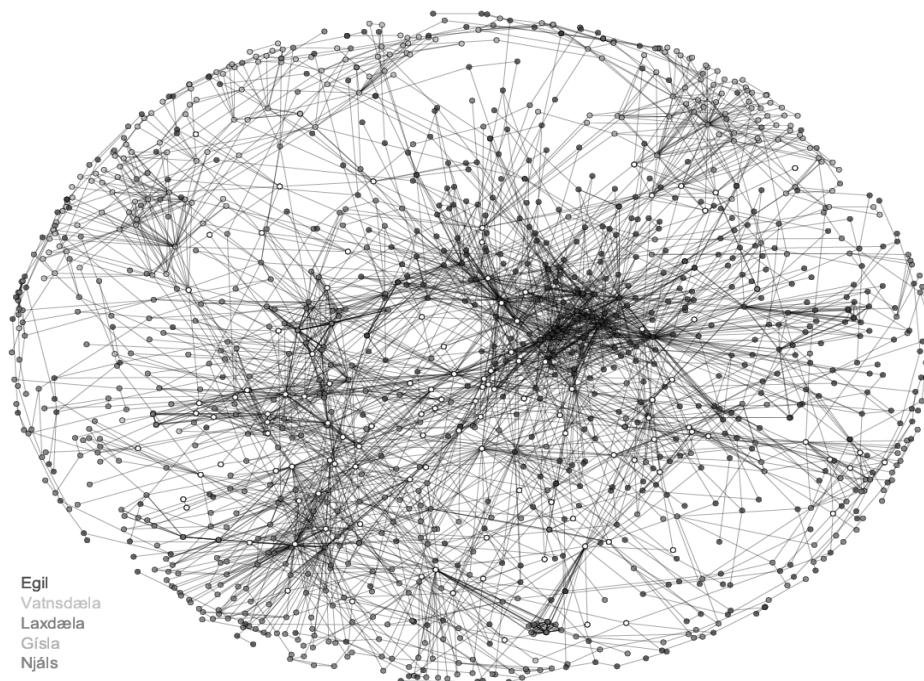


Рис. 5. Мережа, утворена об'єднанням персонажів п'яти найбільших саг. Різними кольорами позначено персонажів різних саг. Персонажі, які трапляються більше ніж в одній сазі, позначені білим кольором. (Рисунок взято з Pádraig Mac Carron, "A Network Theoretic Approach to Comparative Mythology". (PhD thesis, Coventry University, 2014)) (Кольоровий онлайн).

Билини

Наш наступний приклад стосується билин – творів героїчного епосу східних слов'ян. За місцем дії їх поділяють на київські, новгородські й московські. Билини київського циклу охоплюють доволі невеликий період розквіту Київської Русі (кінець X – середина XII ст.)⁵⁰. Тривалий час билини по-

⁵⁰ Борис Путилов, ред. *Билины: Сборник* (Ленинград: Советский писатель, 1986)

бутували в усній формі, і тільки 1619 року англієць Річард Джеймс здійснив перший відомий нам запис билин⁵¹. Першу ж упорядковану збірку билин на початку XVIII століття підготував Кірша Данилов⁵². Основну кількість текстів було зібрано й записано у віддалених північних районах Росії. Дослідник билин Василь Авенаріус пояснює це тим, що більшість населення України в той час була грамотна, на відміну від жителів віддалених сіл Російської імперії, і знання від покоління до покоління переходили вже в письмовій формі, а не в усній⁵³. Другою причиною могло слугувати те, що український народ у цей час оспівував період козаччини, і це витіснило з народної пам'яті тексти сивої давнини. Таку думку висловлювали Михайло Максимович і Микола Костомаров⁵⁴. Для аналізу ми взяли до уваги тільки билини київського циклу, представлені в збірці Путилова (поклик 50). Як це було зроблено і з попередніми епосами, ми побудували мережу персонажів, використовуючи правила з'єднання. Відмінністю билин від усіх інших творів, що представлені в цій статті, є те, що вони складаються із багатьох коротких незалежних історій. Мережа персонажів билин представлена на рис. 6. Вузли різного кольору позначають різні громади. Для зручності кожна окрема громада також обведена в кільце. Для чотирьох найбільших громад вказано персонаж із найвищим ступенем вузла. Цікаво зазначити, що з трьох основних богатирів тільки Ілля Муромець формує свою окрему громаду, тоді як Добриня і Олексій Попович входять в один кластер із князем Володимиром. Такий розподіл може бути відображенням того факту, що Іллю Муромця відносять до старших богатирів, а Добриню та Олексія до молодших⁴⁹. Третя і четверта за розміром громади зосереджені навколо Михайла Потика і Чурила. Михайло Грушевський відносить цих двох до групи галицько-волинських персонажів⁵⁵, і цей аналіз виділяє відповідні громади.

Отримана мережа персонажів билин складається із 153 персонажів і 320 зв'язків між ними. Середній коефіцієнт кластерності високий і становить $C = 0.57$, а середня найкоротша відстань становить лише $l = 2.9$. Такі значення дозволяють сказати, що ця мережа є мережею тісного світу. Оскільки билини концентруються на подіях з життя героїв-богатирів, то це має вплив на структуру мережі. Як і у «Викраденні», значна частина персонажів фігурує лише у двобойі із богатырями. Це спричинює від'ємне значення асортативності $r_k = -0.15$.

⁵¹ Борис Ларин, *Русско-английский словарь-дневник Ричарда Джемса (1618-1619 гг.)*, (Ленинград: Издательство Ленинградского университета, 1959).

⁵² Кирша Данилов, *Древние Российские стихотворения, собранные Киршею Даниловым*. (Москва: Наука, 1977).

⁵³ Василий Авенариусъ, *Книга былинъ : Сводъ избранныхъ образцовъ русской народной эпической поэзии*. (Москва, Изданіе книгопродавца А. Д. Ступина, 1902).

⁵⁴ Валерій Шевчук, *Українські билини: Історико-літературне видання східнослов'янського епосу*, (Київ: Веселка, 2003).

⁵⁵ Михайло Грушевський, *Історія української літератури*, Том 4, Книга 1. (Київ: Либідь, 1994).

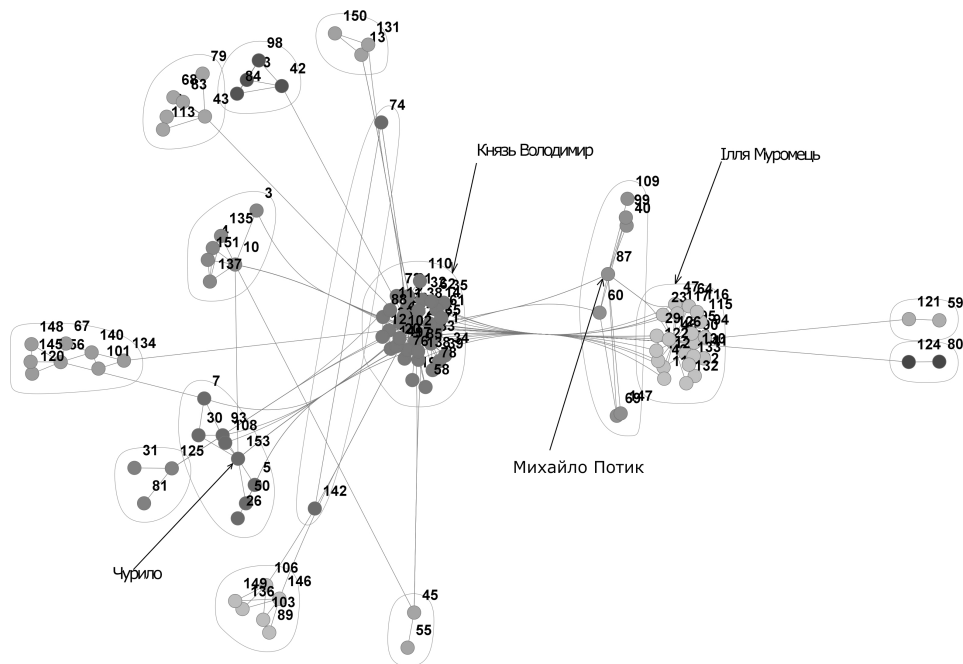


Рис. 6. Розподіл найбільшої зв'язної компоненти мережі персонажів билин на громади. Дві найбільші зосереджені навколо князя Володимира (сюди входять і Олексій Попович і Добриня) та Іллі Муромця. Наступні за розміром громади об'єднуються навколо Михайла Потика і Чурила. (Рисунок взято з Петро Сарканич, та ін. «Універсальність і мережевий аналіз билин – героїчного епосу східних слов'ян.» Журнал Фізичних Досліджень 20, № 4 (2016): 4801) (Кольоровий онлайн).

Найвищий ступінь у вузла, що зображає князя Володимира: вузол приєднаний майже до половини персонажів. Це спонукає думати, що персонаж князя Володимира збірний^{53,56}. Щоб перевірити цю гіпотезу, вузол, який представляє князя Володимира, можна розділити на кілька вузлів і перерозподілити всі прилеглі зв'язки. Якщо такий вузол розділити на три персонажі, то асортативність збільшиться до $r_k \approx 0$, а поділ на чотири персонажі спричинить позитивне значення $r_k = 0.03$. В обох випадках операція поділу приводить до того, що властивості мережі стають більш схожими на характеристики реальної мережі. Це може слугувати іще одним аргументом на користь того, що князь Володимир є збірним персонажем.

Загалом властивості мережі персонажів билин мають властивості реальної соціальної мережі. Єдиною відмінністю, яку також мали деякі з саг, «Ви-

⁵⁶ Dmytro Chyzhevsky, Epic Poetry in: Internet Encyclopedia of Ukraine, відвідано 6 березня 2019 року, <http://www.encyclopediaofukraine.com>.

крадення» і «Беовульф», є значення асортативности – усі ці мережі є дисортативними, тоді як реальні соціальні мережі асортативні.

Війна ірландців і іноземців

Епос «Війна ірландців і іноземців» (ірландською "Cogadh Gaedhel re Gallaibh") описує битву під Клонтарфом – протистояння між ірландцями і вікінгами 1014 року. Наслідком цієї битви стало те, що вікінги втратили панівне положення в регіоні і почали підпорядковуватися ірландському королю⁵⁷. Події, пов'язані з епохою вікінгів в Ірландії та битвою під Клонтарфом, сьогодні часто розглядають занадто спрощено. Цей погляд полягає, по суті, в «міжнаціональному» конфлікті – ірландці проти вікінгів, у якому перемога перших поклала край амбіціям других⁵⁸. Правда ж має багато нюансів^{59,60,61}. Інша точка зору полягає в тому, що питання, яке вирішується в битві при Клонтарфі, є суто внутрішнім ірландським, і полягає в спробі Лінстеру (на сході Ірландії) залишатися незалежним від панівних династій на півночі в Ольстері та на південному заході в Мюнстері. Деякі такі інтерпретації, в яких вікінги відіграли вторинну роль, схильні применшувати значення цієї битви⁶².

Спробуємо дати відповідь на запитання, був цей конфлікт внутрішнім чи міжнаціональним, використовуючи метод мережевого аналізу. Для цього ми ретельніше розглянемо мережу епосу «Війна ірландців і іноземців», утворену тільки ворожими зв'язками (див. рис. 7). У цій мережі вузли синього кольору позначають вікінгів, а зеленого – ірландців. Колір зв'язків також позначає, кого він поєднує: сині – вікінгів, зелені – ірландців, червоні – міжнаціональні (між вікінгами та ірландцями). Якби конфлікт був суто міжнаціональним, то б усі зв'язки на рис. 7 були червоні. Навпаки, для суто внутрішнього конфлікту всі зв'язки були би зеленими. Насправді ж картина така – 6 % ворожих зв'язків між вікінгами, 27 % між ірландцями, а 62 % між ірландцями й вікінгами. Сума трьох складових становить менше 100 %, оскільки частину персонажів неможливо віднести до жодного з таборів. Отже, видно, що жодна із точок зору на конфлікт не є абсолютно правильною. Основним тут справді стає ворожнеча між ірландцями й вікінгами, але значну частину становить конфлікт між самими ірландцями.

Іншим підходом до знаходження відповіді на запитання, був конфлікт внутрішнім чи міжнаціональним, є застосування культурної асортативнос-

⁵⁷ James Henthorn Todd, ed. *The War of the Gaedhil with the Gail: Or, The Invasions of Ireland by the Danes and Other Norsemen* (Longmans, Green, Reader, and Dyer, 1867).

⁵⁸ Термін «національний» і пов'язані з ним слова використовуються тут для означення великих груп людей із спільними характеристиками, такими як мова, традиції, звичаї.

⁵⁹ John Ryan, "The battle of Clontarf", *The Journal of the Royal Society of Antiquaries of Ireland* 8, 1 (1938): 1-50.

⁶⁰ Donnchadh Ó Corráin, *Ireland Before the Normans*, (Dublin: Gilland MacMillan, 1972).

⁶¹ Seán Duffy, *Brian Boru and the battle of Clontarf*. (Gill & Macmillan Ltd, 2013).

⁶² 1014: Brian Boru and the Battle of Clontarf – HistoryHub, відвідано, 6 березня 2019 року, <http://historyhub.ie/1014-brian-boru-battle-of-clontarf>.

ти ρ , означення якої можна знайти в роботі Yose і співавторів (поклик 17). Значення цієї величини обмежене зверху одиницею, якщо всі зв'язки в мережі є тільки між персонажами з одного табору. Нижня межа залежить між мережі й кількості фракцій у ній. У випадку мережі персонажів «Війни між ірландцями і іноземцями» нижня межа становить -0.88 . Значення $\rho = 1$ свідчило би про суто внутрішньоірландський конфлікт, а $\rho = -0.88$ – про конфлікт лише між ірландцями й вікінгами. Значення культурної асортативності для мережі, зображеної на рис. 7, становить $\rho = -0.32$, тобто конфлікт є більше міжнаціональним, ніж внутрішньонаціональним.

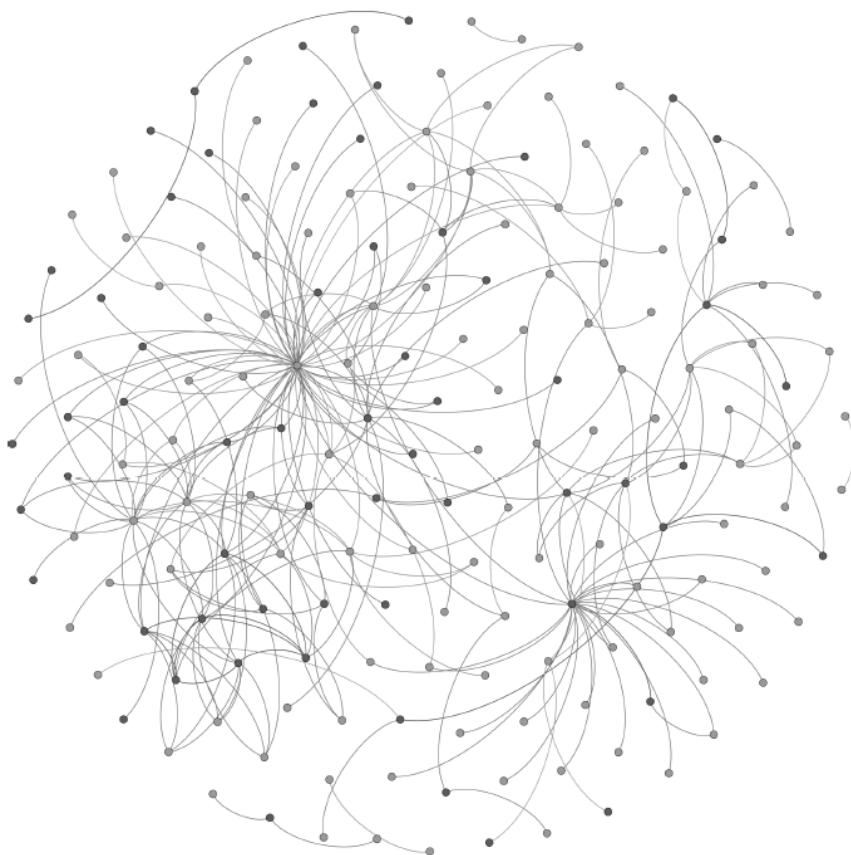


Рис. 7: Мережа ворожих зв'язків між персонажами «Війни ірландців і іноземців». Зеленим кольором виділені ірландські персонажі, а синім – вікінги. Червоні зв'язки позначають ворожий зв'язок між ірландцями і вікінгами, а зелені і сині – внутрішні між ірландцями і між вікінгами відповідно. (Рисунок взято з Joseph Yose, et al. "Network analysis of the Viking Age in Ireland as portrayed in Cogadh Gaedhel re Gallaibh". Royal Society open science 5, no. 1 (2018): 171024) (Кольоровий онлайн).

Коротко наведемо характеристики мережі дружніх зв'язків персонажів «Війни ірландців і іноземців». Ця мережа складається з 287 персонажів і 957 зв'язків між ними. Усього твір налічує 326 персонажів, але 39 з них не мають жодного дружнього зв'язку, тому вони в цій мережі і не враховані. Асортативність мережі становить $r_k \approx 0$, що ставить мережу посередині між асортативними і дисортативними мережами. Така ж ситуація в нас уже траплялася у «Сазі про людей з Озерної долини». Решта характеристик мережі «Битви ірландців і іноземців» схожі до характеристик реальних соціальних мереж.

Оскільки основною темою цього твору є конфлікт між ірландцями і вікінгами, то можна розглянути і мережі, утворені тими чи тими персонажами. Зокрема мережа, що складається тільки з вікінгів і містить обидва типи зв'язків, має доволі велике значення асортативності $r_k=0.31$, не містить триад з непарною кількістю ворожих зв'язків. Також вікінги мають тільки 16 ворожих зв'язків між собою. Це може виступати доказом, що вікінги в цьому епосі діють злагоджено і виступають тільки на одній стороні конфлікту. Оскільки ірландці становлять основну частину персонажів, то властивості ірландської мережі мало відрізняються від мережі всіх персонажів. Також варто зазначити, що в ірландській мережі наявні 72 ворожі зв'язки, а отже, також і ірландці ворогували між собою.

4. Висновки

У кількісній соціології добре відомо, що реальні соціальні мережі, відображаючи різноманітні сосунки – «взаємодії», у які вступає індивідуум упродовж свого життя, мають спільні властивості. Ці властивості піддаються аналізу, і їхні відповідні кількісні характеристики універсальні – спільні для різних соціальних мереж^{63,64,65,66}. У цьому огляді ми показали, що подібну універсальність мають і мережі персонажів епічних наративів. На відміну від згаданих на початку цієї статті мономітив² – універсальних, спільних для багатьох культур сюжетних архетипів, характеристики, про які йшлося в цій статті, не стосуються сюжету окремого твору, а кількісних показників мережі його персонажів.

Деякі кількісні характеристики розглянутих у цьому огляді мереж наведені в таблиці 1. Як і для будь-якого іншого статистичного методу, результати для середніх значень цих характеристик значно залежать від розміру

⁶³ Mark E. J. Newman and Juyong Park. "Why social networks are different from other types of networks". *Physical review E* 68, 3 (2003): 036122.

⁶⁴ Erzsébet Ravasz and Albert-László Barabási. "Hierarchical organization in complex networks". *Physical review E* 67, 2 (2003): 026112; Lovro Šubelj and Marko Bajec. "Clustering assortativity, communities and functional modules in real-world networks". *arXiv preprint* :1202.3188 (2012)..

⁶⁵ Mark E. J. Newman, "The structure and function of complex networks". *SIAM review* 45, 2 (2003): 167-256.

⁶⁶ Юрій Головач, та ін., «Складні мережі», *Журнал фізичних досліджень*, 10 (2006): 247.

вибірки. Що більша кількість персонажів у мережі і зв'язків між ними, то точніші результати можна одержати. Як бачимо із даних, наведених у табл. 1, мережі персонажів більшості епосів є мережами тісного світу: їм притаманні невисоке значення середнього найкоротшого шляху, високий коефіцієнт кластерності. Мережі деяких ісландських саг асортативні, але це радше виняток з правила, ніж загальна риса – мережі більшості епосів дисортативні. Для них часто виконується гіпотеза соціального балансу, а розподіл ступенів вузлів зменшується за степеневим законом¹³. Зауважимо, що, крім описаних у цьому розділі характеристик, важливою спільною рисою мереж мітів є їхня поведінка за так званих атак (послідовних усуваннях вузлів мережі, див. детальніше див. детальніше у роботах Albert *et al.* (поклик 30) та Головач та ін. (поклик 66). Саме цією поведінкою мережі мітів відрізняються від мереж авторських художніх творів¹³. Слід також зазначити, що, окрім епічних наративів, мережевий аналіз було застосовано й до низки інших творів, таких як «Всесвіт Марвел», «Знедолені» Віктора Гюґо, «Гаррі Поттер»¹³, «Гра престолів»⁶⁷, «Аліса в країні див»⁶⁸ та ін.

Як було продемонстровано на конкретних прикладах, мережевий аналіз може слугувати ще одним способом для розв'язання питань, пов'язаних із дослідженням того чи того твору (історичність подій, реальність того чи того персонажу, сюжету тощо). Однак, попри те, що аналіз соціальної структури персонажів твору дозволяє отримати кількісні характеристики, які не залежать від суб'єктивної думки автора чи дослідника, застосування такого методу має свої обмеження. Хоч мережевий аналіз і дає змогу порівнювати властивості мереж наративів із випадковими чи реальними соціальними мережами, але одержані в такий спосіб висновки про історичність того чи того епосу є тільки припущенням. Тому дослідження мережі персонажів епосів не може виступати як окремий метод, що розставляє всі крапки над «і», а лише як альтернативна точка зору чи спосіб одержати додаткові відомості про досліджуваний об'єкт.

У підсумку варто зазначити, що представлення стосунків між персонажами у вигляді мережі створює можливість для візуалізації твору, у чому ми неодноразово переконалися впродовж дослідження. Хоч таке зображення твору й нічого не говорить про сюжет, але дозволяє відобразити взаємодії між персонажами, що своєю чергою дає багато інформації.

⁶⁷ Network analysis of Game of Thrones family ties, відвідано 6 березня 2019 року, https://shiring.github.io/networks/2017/05/15/got_final

⁶⁸ Apoorv Agarwal, et al., "Social network analysis of Alice in Wonderland". *Proceedings of the NAACL-HLT 2012 Workshop on computational linguistics for literature*, (2012): 88-96.

Yurij HOLOVATCH, Ralph KENNA, Pádraig MACCARRON,
Petro SARKANYCH, Nazar FEDORAK, and Joseph YOSE
**Math and Myth: A Quantitative Approach
to Comparative Mythology**

Yurij HOLOVATCH – Doctor of Sciences (Physics and Mathematics), Professor, Head of the Department of the Institute for Condensed Matter Physics, National Academy of Sciences of Ukraine. Scientific interests: statistical physics, scaling, critical behavior, complex systems, interdisciplinary research. E-mail: hol@icmp.lviv.ua

Ralph KENNA – PhD, Professor of the School of Computing, Electronics and Mathematics at the Coventry University, UK. Scientific interests: statistical physics, critical behavior, sociophysics. E-mail: Ralph.Kenna@coventry.ac.uk

Pádraig Mac CARRON – PhD, postdoctoral research fellow, Arts and Humanities Institute at the Maynooth University, Ireland. Scientific interests: structure of social networks, complex networks, mythology. E-mail: Pdraig.Maccarron@mu.ie

Petro SARKANYCH – PhD, junior researcher at the Laboratory for Statistical Physics of Complex Systems at the Institute for Condensed Matter Physics, National Academy of Sciences of Ukraine. Scientific interests: statistical physics, critical behavior, complex networks. E-mail: petrosark@gmail.com

Nazar FEDORAK – Candidate of Philological Sciences, Associate Professor of the Academician M. Vozniak Department of Ukrainian Literature, Ivan Franko National University of Lviv, Associate Professor, Department of Philology, Ukrainian Catholic University. Scientific interests: Ukrainian and Western European Literature of the Middle Ages, Renaissance and Baroque; contemporary Ukrainian literature.
E-mail: nfedorak@ukr.net

Joseph YOSE – PhD, associate researcher of the School of Computing, Electronics and Mathematics at the Coventry University, UK. Scientific interests: sociophysics, mythology, application of the theory of complex networks in psychology. E mail: yosejoseph@gmail.com

The article is devoted to the application of a certain mathematical apparatus—the theory of complex networks—to quantitatively describe and compare myths belonging to different cultures. One of the fundamental results of comparative mythology is the finding of structures common for many cultures—monomyths. In our study, we focus on other aspects that are also common to different narratives. The approach we take is based on a new way of getting information about the relationships between the characters in the narrative. These characteristics are uniquely expressed in numerical form, and thus there is the possibility for quantitative comparison of different characters of the same text and texts belonging to different periods and different cultures. The method of analysis we use is based on the study of

social connections between the characters of a particular epic narrative and on the quantitative analysis of these connections.

To this end, the structure of a narrative is depicted as a network (graph) where the nodes are the characters and the edges are the connections (friendly or hostile) between the characters. This enables one, within a unique approach, to carry out a quantitative analysis and comparison of network structures that correspond to different texts. In particular, our work covers such texts as Homer's epic poem *The Iliad*, the Irish sagas *Táin Bó Cúailnge* and *Gaedhel re gallaibh*, the five largest Icelandic sagas, and *Beowulf*, the Anglo-Saxon heroic epic.

A quantitative analysis of the networks of connections between the characters of these works suggests that, in addition to the existence of monomyths, there are common universal characteristics in the structure of characters' social networks. Among the common properties is the small characteristic size of the network (the average length of the shortest path) and significant correlations between the network nodes (high value of the clustering coefficient). Common features of these networks include the social balance corresponding to the location of hostile and friendly relationships and characteristic behaviour under the node removal from the network. Our findings suggest that network analysis can serve as another way of addressing issues related to the classification or study of narratives.

Keywords: mythology, quantitative approaches, complex networks, social networks

Bibliography

1014: Brian Boru and the Battle of Clontarf – HistoryHub; <http://historyhub.ie/1014-brian-boru-battle-of-clontarf>.

Aarne, Antti. *The types of the folktale: A classification and bibliography*. Helsinki: Suomalainen tiedeakatemia, 1961.

Aarne-Thompson-Uther Classification of Folk Tales <http://www.mftd.org/index.php?action=atu>

Agarwal, Apoorv, Augusto Corvalan, Jacob Jensen, and Owen Rambow. "Social network analysis of Alice in Wonderland". *Proceedings of the NAACL-HLT 2012 Workshop on computational linguistics for literature*, (2012): 88–96.

Albert, Réka, Hawoong Jeong, and Albert-László Barabási. "Error and attack tolerance of complex networks". *Nature* 406, no.6794 (2000): 378.

Amaral, Luis A. Nunes, Antonio Scala, Marc Barthélémy, and H. Eugene Stanley. "Classes of small-world networks". *Proceedings of the National Academy of Sciences* 97, no.21 (2000): 11149-11152.

Anderson, Philip W. "More is different". *Science* 177, no.4047 (1972): 393–96.

Avenarius, Vasilii. *Kniga bylin": Svod" izbrannykh" obraztsov" russkoi narodnoi epicheskoi poezii*. Moskva: Izdanie knigoprodavtsa A. D. Stupina, 1902.

Barabási, Albert-László, and Réka Albert. "Emergence of scaling in random networks". *Science* 286, no.5439 (1999): 509–12.

Bayerschmidt, Carl Frank, and Lee Milton Hollander, eds. *Njál's saga*. New York, NY: American-Scandinavian Foundation, 1955

Benson, Larry D. "The originality of Beowulf". In *The Interpretation of Narrative: Theory and Practice*, edited by Morton W. Bloomfield, 1-43. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1970.

Berezkin, Yuri E. "Peopling of the New World from data on distributions of folklore motifs". In *Maths meets myths: quantitative approaches to ancient narratives*, edited by Ralph Kenna, Máirín MacCarron, and Pádraig MacCarron, 71-89. Cham: Springer, 2017.

Campbell, Joseph. *The hero with a thousand faces*. Novato, California: New World Library, 2008.

Chambers, Robert W. *Beowulf: An Introduction to the Study of the Poem*. Cambridge: Cambridge University Press, 1959.

Chyzhevsky, Dmytro. "Epic Poetry" in: Internet Encyclopedia of Ukraine. <http://www.encyclopediaofukraine.com>.

Crossley-Holland, Kevin, and Heather O'Donoghue, eds. *Beowulf*. Oxford: Oxford University Press, 1999.

Crossley-Holland, Kevin, and Heather O'Donoghue, eds. *Beowulf*. Oxford: Oxford University Press, 2008.

Danilov, Kirsha. *Drevnie Rossiiskie stikhotvoreniia, sobrannye Kirsheiu Danilovym*. Moskva: Nauka, 1977.

D'Huy, Julien. "Polyphemus: a Palaeolithic Tale?" *The Retrospective Methods Network Newsletter* 9 (2015): 43-64.

Duffy, Seán. *Brian Boru and the battle of Clontarf*. Dublin: Gill & Macmillan Ltd, 2013.

Euler, Leonhard. "Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis". *Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae* 8 (1741): 128-40.

Granovetter, Mark. "The strength of weak ties: A network theory revisited". *Sociological Theory* 1, (1983): 201-33.

Hamer, Andrew Joseph. "Njáls saga and its Christian background: A study of narrative method". PhD thesis, University of Groningen, 2008.

Harary, Frank. "On the notion of balance of a signed graph". *The Michigan Mathematical Journal* 2, no.2 (1953): 143-46.

Heider, Fritz. "Attitudes and cognitive organization". *The Journal of psychology* 21, no.1 (1946): 107-112.

Holovach, Iurii "Vid modeli Izinga do statystychnoi fizyky skladnykh system". *Fizychnyi zbirnyk NTSh* 8 (2011): 429-49.

Holovach, Iurii, Oleksandr Oliemskoi, Kristian fon Ferber, Taras Holovach, Olesia Mryhlyd, Ihor Olemskoi, ta Vasyl' Palchykov. "Skladni merezhi". *Zhurnal fizychnykh doslidzhen'* 10, №4 (2006): 247-89.

Howe, Christopher J., and Heather F. Windram. "Phylomemetics—evolutionary analysis beyond the gene". *PLoS biology* 9, no.5 (2011): e1001069.

Hrushevs'kyi, Mykhailo. *Istoriia ukrains'kyi literatury*, Tom 4, Knyha 1, Kyiv: Lybid', 1994.

Jackson, Kenneth H. *The oldest Irish tradition: a window on the Iron Age*. Cambridge: Cambridge University Press, 2010.

Jeong, Hawoong, Bálint Tombor, Réka Albert, Zoltan N. Oltvai, and Albert-László Barabási. “The large-scale organization of metabolic networks”. *Nature* 407, no.6804 (2000): 651.

Jones, Peter, ed. *The Iliad*. London: Penguin, 2003.

Kenna, Ralph, Máirín MacCarron, and Pádraig MacCarron, eds. *Maths Meets Myths: Quantitative Approaches to Ancient Narratives*. Cham: Springer, 2017.

Kinsella, Thomas, tr. *The Tain: translated from the Irish epic Táin Bó Cuailnge*, Oxford: Oxford University Press, 1969.

Klaeber, Friedrich. “*Beowulf and the Fight at Finnsburg*”. Lexington, MA: DC Heath, 1950.

Korfmann, Manfred, Joachim Latacz, and J. D. Hawkins. “Was there a Trojan war?” *Archaeology* 57, no.3 (2004): 36–41.

Kraft, John C., George Rapp, Ilhan Kayan, and John V. Luce. “Harbor areas at ancient Troy: sedimentology and geomorphology complement Homer’s Iliad”. *Geology* 31, no.2 (2003): 163–66.

Krasnytska, Mariana, Robin De Regt, and Petro Sarkanych. *Ising Lectures in Lviv (1997–2017)*. Lviv: Institute for Condensed Matter Physics of the National Academy of Sciences of Ukraine, 2017.

Larin, Boris. *Russko-angliiskii slovar’-dnevnik Richarda Dzhemsa (1618—1619 gg)*. Leningrad: Izdatel’stvo Leningradskogo universiteta, 1959.

Mac Carron, Pádraig, and Ralph Kenna. “Network analysis of the Íslendinga sögur—the Sagas of Icelanders”. *The European Physical Journal B* 86, no.10 (2013): 407.

Mac Carron, Pádraig, and Ralph Kenna. “Universal properties of mythological networks”. *Europhysics Letters* 99, no.2 (2012): 28002.

Mac Carron, Pádraig. “A Network Theoretic Approach to Comparative Mythology”. PhD thesis, Coventry University, 2014.

Magnusson, Magnus, and Hermann Pálsson, eds. *Njal’s saga*. Penguin Classics, 1960.

Maths Meets Myths 2013, <http://users.complexity-coventry.org/~kenna/MMM2013.html>

Maths Meets Myths 2014, <http://users.complexity-coventry.org/~kenna/MMM2014.html>

Network analysis of Game of Thrones family ties, https://shiring.github.io/networks/2017/05/15/got_final

Newman, Mark EJ. “Assortative mixing in networks”. *Physical Review Letters* 89, no.20 (2002): 208701.

Newman, Mark EJ. “The structure and function of complex networks”. *SIAM Review* 45, no.2 (2003): 167-256.

Newman, Mark EJ. “The structure of scientific collaboration networks”. *Proceedings of the National Academy of Sciences* 98, no.2 (2001): 404–09.

Newman, Mark EJ., Albert-László Barabási, and Duncan J. Watts. *The structure and dynamics of networks*. Princeton: Princeton University Press, 2011.

Newman, Mark EJ., and Juyong Park. “Why social networks are different from other types of networks”. *Physical Review E* 68, no.3 (2003): 036122.

- Newman, Mark EJ, and Michelle Girvan. "Finding and evaluating community structure in networks". *Physical Review E* 69, no.2 (2004): 026113.
- Ó Corráin, Donnchadh. *Ireland before the Normans*. Dublin: Gill and Mac Millan, 1972.
- O'Donoghue, Heather. *Old Norse-Icelandic literature: A short introduction*. New York, NY: John Wiley & Sons, 2008.
- O'Rahilly, Thomas Francis. *Early Irish history and mythology*. Dublin: Dublin Institute for advanced studies, 1946.
- Parisi, Giorgio. "Complex systems: a physicist's viewpoint". *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 263, no.1 (1999): 557–64.
- Putilov, Boris, red. *Byliny: Sbornik*. Leningrad: Sovetskii pisatel', 1986.
- Ravasz, Erzsébet, and Albert-László Barabási. "Hierarchical organization in complex networks". *Physical Review E* 67, no.2 (2003): 026112.
- Ryan, John. "The battle of Clontarf". *The Journal of the Royal Society of Antiquaries of Ireland* 8, no.1 (1938): 1-50.
- Sarkanych, Petro, Iurii Holovach, Ralf Kenna, ta Podrik Mak Kerron. "Universal'nist' i merezhevyi analiz bylyn – heroichnoho eposu skhidnykh slov'ian". *Zhurnal fizychnykh doslidzhen'* 20, №4 (2016): 4801.
- Shevchuk, Valerii. *Ukrains'ki byliny: Istoryko-literaturne vydannia skhidnoslov'ians'koho eposu*. Kyiv: Veselka, 2003.
- Smiley, Jane. *The Sagas of the Icelanders: A Selection*. London: Penguin, 2001.
- Šubelj, Lovro, and Marko Bajec. "Clustering assortativity, communities and functional modules in real-world networks". *arXiv preprint arXiv:1202.3188* (2012).
- Szell, Michael, and Stefan Thurner. "Measuring social dynamics in a massive multiplayer online game". *Social Networks* 32, no.4 (2010): 313–29.
- Tehrani, Jamshid J. "The phylogeny of little red riding hood". *PLoS ONE* 8, no.11 (2013): e78871.
- The Greatest Books, <http://thegreatestbooks.org/>
- Thurner, Stefan. *43 Visions for Complexity*, Singapore: World Scientific, 2017.
- Todd, James Henthorn, ed. *The War of the Gaedhil with the Gaill: Or, The Invasions of Ireland by the Danes and Other Norsemen*. London: Longmans, Green, Reader, and Dyer, 1867.
- Travers, Jeffrey, and Stanley Milgram. "The small world problem". *Psychology Today* 1, no.1 (1967): 61–7.
- Uther, Hans-Jörg. *The types of international folktales: a classification and bibliography, based on the system of Antti Aarne and Stith Thompson*. Helsinki: Suomalainen Tiedeakatemia, Academia Scientiarum Fennica, 2004.
- von Ferber, Christian, Bertrand Berche, Taras Holovatch, and Yuriy Holovatch. "A tale of two cities". *Journal of Transportation Security* 5, no.3 (2012): 199–216.
- Watts, Duncan J., and Steven H. Strogatz. "Collective dynamics of 'small-world' networks". *Nature* 393, no.6684 (1998): 440.
- Yose, Joseph, Ralph Kenna, Máirín MacCarron, and Pádraig MacCarron. "Network analysis of the Viking Age in Ireland as portrayed in Cogadh Gaedhel re Gallaibh". *Royal Society open science* 5, no.1 (2018): 171024.