

КІЛЬКІСНА ОЦІНКА ВЕЙВЛЕТНОГО СТИСНЕННЯ ЗОБРАЖЕНЬ

І. Половинко, Н. Ліпковський, Ю. Фургала

*Львівський національний університет імені Івана Франка,
вул. Ген. Тарнавського, 107, 79017 Львів, Україна*

polovynkoi@gmail.com ,
nazar.lipkovskijua@gmail.com ,
yury.furgala@gmail.com

В останній час спостерігається значний інтерес до використання вейвлетів при обробці зображень. Це викликано стрімким розвитком обчислювальної техніки, графічних моніторів, кольорових принтерів а також цифрової техніки зв'язку. Зростає кількість наукових публікацій, які присвячені проблемам нанесення оптичних маркерів із використанням вейвлетів, оскільки на їх основі формуються і розвиваються такі прикладні галузі як стеганографія і стеганоаналіз.

З іншого боку, зображення представляються у цифровому вигляді достатньо великим числом бітів, що вимагає пошуку ефективних методів їх стиснення. Незважаючи на значну кількість теоретичних і експериментальних робіт в області стиску та відновлення зображень, існує ще ряд питань, які вимагають свого вивчення та реалізації. Це, зокрема, стосується кількісної оцінки ефективності тих чи інших методів, які давали би оптимальний результат при мінімальних обчислювальних потужностях а також створення надійних комп'ютерних програм для реалізації цих процесів. На даний час, оцінка змін що виступають при стисненні та відновленні зображень у значній ступені є суб'єктивною процедурою, що ускладнює їх подальшу обробку комп'ютерними методами. Тому, у даній роботі, на прикладі гістограмної обробки вейвлетів Добеши, запропоновано метод кількісної оцінки зміни якості зображень.

Програмування здійснювалось на високорівневій мові java, оскільки вона володіє рядом можливостей, які дозволяють працювати з вейвлетами з «нуля». Реалізовано застосунок, що виконує стиснення зображень за допомогою вейвлетів сімейства Добеши. Запропоновано параметр оцінки спотворення, який являє собою відношення різниці середньоквадратичних відхилень гістограм стиснутого і початкового зображень до середньоквадратичного відхилення гістограми стиснутого зображення. Оцінка величини цього параметру була проведена для низькочастотного фільтру Добеши (LL) при різному числі коефіцієнтів розкладу. Показано, що із збільшенням числа цих коефіцієнтів, параметр спотворення зменшується, що корелює з візуальними спостереженнями.

Ключові слова: стиснення зображень, вейвлети Добеши, базовий вейвлет-кодер, субсмуговий кодер, гістограми, параметр спотворення.

Вступ

В останній час у світі спостерігається значний інтерес до використання вейвлетів при обробці зображень. Це викликано стрімким розвитком обчислювальної техніки, графічних моніторів, кольорових принтерів а також цифрової техніки зв'язку. Зростає кількість наукових публікацій, які присвячені проблемам нанесення оптичних маркерів [1-4], оскільки на їх основі формується і розвивається стеганографія і стеганоаналіз [2]. З іншого боку, зображення представляються у цифровому вигляді достатньо великим

числом бітів, що вимагає пошуку ефективних методів їх стиснення. Так навіть проста картинка у градаціях сірого розміром 512x512 вимагає для свого збереження 262 кбіт комп'ютерної пам'яті.

На даний час досягнуто значних успіхів у вивченні процесів розпізнання зображень, які дозволяють виявляти ті чи інші об'єкти. Розроблений відповідний математичний апарат, який використовує нейронні мережі. Цій проблемі присвячено ряд монографій [1,2]. Однак не менш важливою є проблема якості зображень, яка зокрема виникає у процесах їх стиску та відновлення. Не врахування цього фактору, зменшує можливість використання інформації, яку можна отримати в результаті аналізу як візуальними так і комп'ютерними методами. Незважаючи на велику кількість теоретичних і експериментальних робіт в області стиску та відновлення зображень, існує ще ряд питань, які вимагають свого вивчення та реалізації. Це, зокрема, стосується кількісної оцінки ефективності використання тих чи інших методів стиску, які давали би оптимальний результат при мінімальних обчислювальних потужностях, можливості їх відтворення із незначними втратами а також створення швидкодіючих та надійних комп'ютерних програм для цих процесів. Тому у даній роботі на прикладі вейвлетів Добеши розвинуто метод стиснення зображень та кількісної оцінки зміни їх якості.

1. Аналіз літературних даних

Розрізняють стиснення зображень з втратами і без втрат. При цьому стиск без втрат характеризується незначними коефіцієнтами стиску (від 3 до 5) і знаходить використання у телебаченні, медицині, аерофотозйомці та інших прикладних задачах. При стиску зображення з допустимими втратами коефіцієнт перетворення може досягати сотень. Популярність вейвлет перетворення (ВП) пояснюється тим, що воно з успіхом може використовуватись для стиску зображень як з втратами так і без втрат.

Використання вейвлетів для стиснення зображень має ряд переваг у порівнянні з іншими методами. Так вейвлет-перетворення добре апроксимується перетворенням Карунена –Лоева для фрактальних сигналів, до яких відносяться зображення [15]. Крім того, дисперсія коефіцієнтів субсмуг ортонормованого вейвлет-перетворення розподілена у широкому діапазоні значень. Наприклад, якщо дисперсії кодуються простим ентропійним кодером, тоді вартість кодування усього зображення є сумою кодування окремих смуг. Різні ентропії субсмуг приведуть до вартості кодування значно меншої, ніж при безпосередньому кодуванні зображення. У результаті такого перерозподілу дисперсій, коефіцієнти вейвлет-перетворення мають суттєво негаусівську статистику і таким чином меншу ентропію ніж гаусівський сигнал із такою ж дисперсією. Коефіцієнти вейвлет-декомпозиції мають регулярні просторово-частотні залежності що з успіхом використовуються у ряді алгоритмів кодування. Основними є наступні:

Базовий вейвлет-кодер. Вейвлет-кодер зображення реалізується таким самим чином, як і інші кодери з перетворенням, наприклад дискретне косинусне перетворення [8]. Такий кодер називають базовим. Він складається з трьох основних частин: декорелюючого перетворення, процедури квантування і ентропійного кодування. На даний час проводяться інтенсивні роботи по вдосконаленню усіх трьох компонент базового кодера. Спочатку розглянемо складові частини базового кодера.

Початковим завданням є вибір оптимального базису вейвлетів для кодування зображення. Відомі ряд критеріїв побудови таких вейвлетів. Серед них найбільш важливими є гладкість, точність апроксимації, величина області визначення, частотна

вибірковість фільтру. Найпростішим видом вейвлет-базису для зображень є розділений базис що отримується шляхом стиску і розтягу одномірних вейвлетів[8]. Використання перетворення що розділяється, зводить проблему пошуку ефективного базису до одномірного випадку. Його використовують майже всі відомі на сьогоднішній день кодери.

Прототипами базисних функцій перетворень що розділяються є наступні функції:

$$\varphi(x)\varphi(y), \varphi(x)\varphi(y), (x)\varphi(y), (x)\varphi(y), \quad (1)$$

На кожному кроці перетворення виконується два розбиття по частоті. Припустимо що маємо зображення розміром $N \times N$. Спочатку кожна з N стрічок ділиться на високочастотну і низькочастотну складову. Отримується два зображення розміром $N \times N/2$. У подальшому кожен стовпець ділиться аналогічним чином. В результаті отримується чотири зображення розміром $N/2 \times N/2$: низькочастотне (НЧ) по горизонталі і вертикалі, високочастотне по горизонталі і вертикалі, низькочастотне по горизонталі і т.д. Перше з вищеназваних зображень ділиться аналогічним чином на наступному кроці перетворення як це показано на рис. 1.

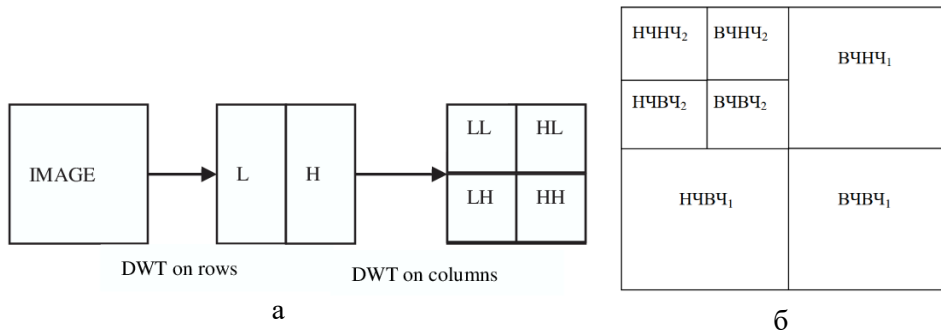


Рис.1 Перший(а) та другий(б) рівні вейвлет-перетворення зображення.
Fig.1 The first (a) and second (b) levels of the wavelet transformation of the image

Відомо що для вейвлет-кодування зображень добре підходять сплайнові вейвлети. Експерименти дослідження показують, що гладкість базисних функцій є особливо важливою і процесах стиснення зображень. Практично таке саме значення має число нулевих моментів вейвлетів що тісно пов'язане з гладкістю. Найбільш широко на практиці використовують базиси, що володіють однією або двома неперервними похідними.

У роботі [8] детально вивчено усі біортогональні блоки мінімального порядку з довжиною фільтрів < 36 . На додаток до вище вказаних критеріїв, враховувалась чутливість апроксимації з низьким розділенням до зсуву функції $f(x)$. Найкращим фільтром що був знайдений у цих експериментах, виявився сплайновий фільтр 7/9. Цей фільтр найбільш часто використовується у вейвлет-кодерах зображення. У цій роботі також порівнювалось пікове значення відношення сигнал/шум, яке отримувалось при використанні різноманітних фільтрів у простій схемі кодування. Алгоритм розміщенні бітів який використовувався у цьому фільтрі, добре працює з ортогональними базисами. У випадку біортогональних фільтрів повинен використовуватись інший, більш ефективний алгоритм.

Для біртогонального перетворення квадрат похибки в області перетворення не рівний квадрату похибки у відновленому зображенні. В результаті проблема мінімізації похибки стає набагато складнішою ніж в ортогональному випадку. Можна зменшити похибку в області зображення шляхом використання схеми зваженого розподілу бітів. Тоді цілий ряд фільтрів за своєю ефективністю стає рівним фільтру 7/9. Одним з таких базисів є інтерполюючий вейвлет Деслаурі-Дубук порядку 4. Перевагою такого фільтру є те що його коефіцієнти є раціональними числами кратними степені 2. Обидва цих вейвлети мають 4 нульових моменти і дві неперервні похідні. Для ефективного стиску, необхідно також необхідно детально обробляти границі зображень. Методи здійснення вейвлет-перетворення, що враховують границі, були детально описані у [10]. Альтернативним способом є конструювання граничних фільтрів що зберігають ортогональність перетворення біля границі.

У більшості вейвлет-кодерів використовується скалярне квантування. Існують дві основні стратегії виконання такого квантування. Якщо наперед відомо розподіл коефіцієнтів у кожній смузі, то оптимальним буде використання квантувачів Ллойда-Макса [11] із обмеженою ентропією для кожної субсмути. Оскільки у загальному випадку такої інформації немає, тому можна лише передати параметричний опис коефіцієнтів шляхом посилання декодеру додаткових бітів. Априорно відомо що коефіцієнти ВЧ смуг мають узагальнений гаусівський розподіл з нульовим математичним очікуванням.

На практиці частіше використовується більш простий рівномірний квантувач з «мертвою зоною» [12].

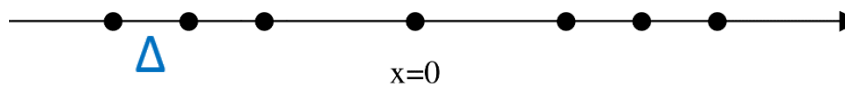


Рис.2 Рівномірний квантувач з мертвою зоною
Fig.2 Uniform quantizer with a dead zone

Як видно з рис.2, інтервали квантування у всьому інтервалі мають розмір Δ , крім центрального інтервалу (біля нуля), де він звичайно вибирається рівним 2Δ .

Коефіцієнту, що попадає у певний інтервал ставиться у відповідність значення центроїду цього інтервалу. У випадку асимптотично- високих швидкостей кодування, рівномірне квантування є оптимальним. Хоча у практичних режимах роботи квантувачі з мертвою зоною є субоптимальні, вони працюють майже так добре як і квантувачі Ллойда-Макса. Однак вони є простішими у використанні. Крім того вони є робастними до зміни коефіцієнтів у субсмузі. Додатковою їх перевагою є те, що вони можуть бути вставленими один в одного для отримання вкладеного бітового потоку.

Ентропійне кодування. Субоптимальне ентропійне кодування коефіцієнтів можна здійснити за допомогою алгоритму арифметичного кодування[7]. Кодек оцінює розподіл квантових коефіцієнтів. Ця оцінка отримується шляхом апроксимації розподілу коефіцієнтів з гаусівською або лапласівською густиною та обчисленням параметрів розподілу. При цьому оцінка параметрів може відбуватись в процесі роботи. Такий підхід має перевагу у тому, що кодек враховує локальні зміни статистики зображення. Відомі також ефективні адаптивні процедури оцінювання. Оскільки зображення не є випадковим гаусівським процесом, то коефіцієнти перетворення хоча і є некорельованими, вони володіють певною структурою. Ентропійний кодек може використовувати цю структуру, здійснюючи деяке передбачення. Використання передбачення приводить до незначного

підвищення ефективності. На практиці часто замість арифметичного кодера використовують кодер Хаффмана [18]. Причина цього полягає у необхідності меншого числа обчислень а також і у тому, що алгоритми арифметичного кодування є запатентованими.

Ще одне питання, на яке необхідно відповісти при створенні алгоритму стиску, це те, як слід квантувати кожну із смуг. На це питання дає відповідь алгоритм розподілу бітів. Загальна ідея полягає в тому щоби визначити таке число бітів R_j що виділяються для кодування j -смуги, при якому сумарне спотворення $\sum_j D_j(R_j)$ було би мінімальним із врахуванням умови $\sum_j R_j \leq R$. Якщо відомий точний вигляд функції $D_j(R)$, тоді проблема вирішується за допомогою умов Каруша-Куна-Таккера. Одне з рішень полягає у апроксимації функції $D_j(R)$ за допомогою виразом швидкість – спотворення для гаусівського джерела. Однак, при низьких швидкостях кодування, ця апроксимація буде неточною. Кращі результати отримуються, якщо виміряти функцію $D_j(R)$ у діапазоні зміни R і вирішенням проблеми обмеженої оптимізації із використанням методу цілочислового програмування.

У випадку використання біортогональних вейвлетів виникає додаткова проблема, яка полягає у нерівності середньоквадратичної похибки (СКП) області зображення та області трансформанти. У зв'язку з цим, був запропонований алгоритм короткомасштабного послаблення [10], який дає наближене вирішення цієї проблеми. Даний алгоритм є значно ефективнішим від звичайної мінімізації СКП в області трансформанти. Вагові коефіцієнти ω_j для субсмуги j знаходиться наступним чином. На початку один коефіцієнт для певної субсмуги встановлюється рівним 1 а для усіх інших - 0. Тоді виконується зворотне перетворення. Вага ω_j рівна сумі квадратів отриманих значень. Розподіл бітів проводиться з метою мінімізації зваженої суми $\sum \omega_j D_j(R_j)$.

Процедура зважування дає добрі результати у випадку використання нертогональних вейвлетів. Для фільтру 7/9, ваги ω_j є близькими до 1. Тому зважування у даному випадку є недоцільним.

Базовий вейвлет-кодер використовує загальні принципи кодера з перетворенням, тобто базується на ефектах декореляції та перерозподілу енергії. Однак математична теорія вейвлет-перетворень дозволяє створити зовсім інші і ефективні методи стиску. Зупинимось на основних ідея цих методів. Кодування з перетворенням базується на тому, що більша частина енергії зосереджується у малому числі коефіцієнтів які кантуються у відповідності з їх значеннями. Ця парадигма є досить потужною, однак вона базується на декількох припущеннях які не завжди є вірними. Зокрема припускається що зображення породжується гаусівським джерелом, що не відповідає дійсності. У роботі [13] було показано, що ця невідповідність приводить до неправильних результатів при кодуванні з низькими швидкостями.

Традиційне кодування з перетворенням може бути покращене шляхом введення оператора вибору. Замість квантування коефіцієнтів трансформанти у наперед визначеному порядку, вейвлет-перетворення дозволяє вибрати необхідні елементи. Це стає можливим головним чином дякуючи тому, що базис вейвлетів є компактним у частотній та просторовій областях Нехай $Y[n]$ є випадковим вектором довжиною N , котрий визначається як:

$$Y[n] = \begin{cases} X, & \text{якщо } n = P; \\ X, & \text{якщо } n = P + 1(\text{mod } N); \\ 0, & \text{у решті випадків.} \end{cases} \quad (2)$$

де P - це випадкова ціла величина яка рівномірно розподілена в інтервалі від 0 до $N-1$, а X - випадкова величина що з однаковою імовірністю приймає значення 1 і -1 . Причому X і P є незалежними. Вектор Y має нульове середнє і коваріаційну матрицю з елементами

$$E\{Y[n]Y[m]\} = \begin{cases} \frac{2}{N}, & \text{для } n = m; \\ \frac{1}{N}, & \text{для } |n - m| \in \{1, N - 1\}; \\ 0, & \text{у решті випадків.} \end{cases} \quad (3)$$

Коваріаційна матриця є циркулянтною, так що перетворення Карунена -Лоева [16] для неї є просто перетворенням Фур'є. Однак перетворення Фур'є вектора Y є дуже неефективним з точки зору кодування. Енергія на частоті k буде рівною

$$\left| 1 + e^{2\pi i \frac{k}{N}} \right| \quad (4)$$

Це означає що енергія Y є розподіленою по усій низькочастотній області базису Фур'є і частково – по високочастотній. Таким чином перетворення Карунена –Лоева «запакувало» енергію двох ненульових коефіцієнтів у приблизно у $N/2$ коефіцієнтів. Звичайно було би вигідніше кодувати величину Y початковому базису без усякого перетворення.

Кодування за допомогою нуль-дерев. Із теорії кодування з похибкою відомо, що оптимальний розподіл бітів досягається у випадку, коли сигнал є поділений на субсмуги що містять білий шум. Для реальних сигналів це досягається у випадку неівномірної ширини субсмуг. В області низьких частот вони більш вузькі ніж в області високих. Ось чому вейвлет-перетворення забезпечує компактність енергії.

Ця компактність енергії веде до ефективного використання скалярних квантувачів. Однак вони не враховують залишкову структуру що зберігається у вейвлет-коефіцієнтах особливо у високочастотних смугах. Одним з найбільш природніх способів врахування цієї залишкової структури є оцінювання взаємозв'язку між коефіцієнтами що належать різним субсмугам. У високочастотних субсмугах є, як правило великі області з нульовою або малою енергією. Области ж високою енергією повторяють від однієї до іншої субсмуги свої контури та місцеположення. Це пов'язано з тим, що вони появляються довкола контурів на початковому зображенні, там де вейвлет-перетворення не може адекватно представити сигнал. Повільно- змінні гладкі області початкового зображення добре описуються низькочастотними вейвлет-базисами, що приводить до «пакування» енергії у малому числі коефіцієнтів цієї області. Такий процес приблизно однаково повторяється

на всіх рівнях декомпозиції що і приводить до візуальної подібності різноманітних субсмуг.

Отже апіорне знання про те, що зображення складається з гладких областей текстур та контурів дозволяє враховувати цю міжсмугову структуру. Кодери що використовують структуру нульдерев співставляють врахування структури коефіцієнтів з одночасним кодуванням нулів. В результаті отримується дуже ефективний метод стиснення. Ідея нульдерев що використовується для опису вейвлет-коефіцієнтів показана на рис.3.

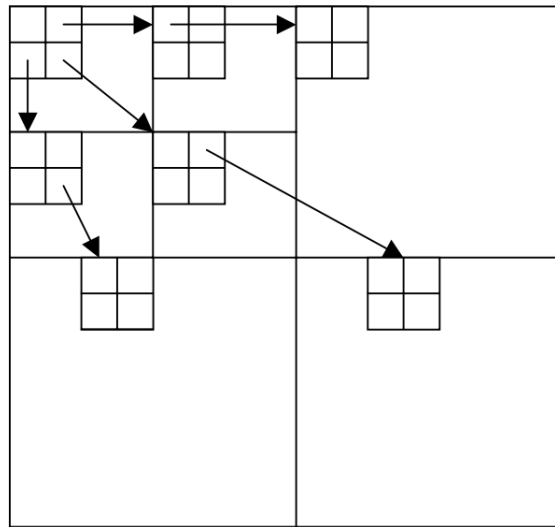


Рис.3 Залежності між коефіцієнтами вейвлет-перетворення зображення в алгоритмі нуль - дерева.

Fig.3 Dependencies between coefficients of the wavelet transformation of the image in the zerotree algorithm.

У цій структурі використовується двоканалне розділене вейвлет-перетворення. Як видно з рис.3, кореневий вузол дерева, який розміщений у лівому верхньому куті, представляє коефіцієнт масштабуючої функції у низькочастотній області і має три відростки. Вузли дерева відповідають вейвлет коефіцієнтам масштабу що рівний їх висоті у дереві. Кожен з наступних вузлів має чотири відростки, які відповідають вейвлет-коефіцієнтам наступного рівня і такого самого просторового розподілу. Низом дерева є листкові вузли, що не мають відростків. Для кожного з коефіцієнтів самої низькочастотної області існує три таких дерева що відповідають порядкам фільтрації.

Квантування нульдеревом базується на такому спостереженні, що якщо коефіцієнт малий, то його відростки на дереві також як правило є малими. Це пояснюється тим, що значущі коефіцієнти виникають поблизу контурів і текстур, які є локальними. Легко бачити що це є різновидністю передбачення. Льюїс та ін.[14] звели це передбачення до мінімуму, припустивши що коли певний коефіцієнт є незначним, то його нащадки також будуть незначними. Дерево, або субдерево яке містить(принаймі так передбачається) тільки незначні коефіцієнти, називається нуль-деревом. Був виконаний наступний

алгоритм квантування вейвлет-коефіцієнтів. Спочатку кожен вузол квантувався квантувачем, що є оптимальним для густини розподілу Лапласа. Якщо значення вузла є меншим деякого порогу, то його нащадки ігноруються. Ці нащадки будуть відновлені декодером як нулі. В іншому випадку, здійснюється перехід до чотирьох відгалужень вузла і процедура повторюється. Якщо вузол не має відгалужень (є листком), то починає опрацьовуватись наступний кореневий вузол і тд. Даний алгоритм є ефективним завдяки двом особливостям. По-перше - добрій «упаковці» енергії вейвлет-перетворенням, а по – друге за рахунок спільного кодування нулів. Для кодування нулів як правило використовують кодер довжин серій. Для підвищення ефективності на вхід цього кодера коефіцієнти повинні подаватись у певному порядку. Наприклад у растровому форматі зберігання графічної інформації, що використовує стиснення з втратами якості зображення JPEG, використано зигзагоподібне сканування. Як показали дослідження, характеристики алгоритму Льюїса незначно перевищують JPEG хоча, візуально якість зображення є кращою. Недоліком цього алгоритму є спосіб породження і розпізнання нульдерев. Як уже згадувалось, коли коефіцієнт є малим, то його нащадки також будуть малі. У випадку коли це не так, то обнулюються значущі коефіцієнти і алгоритм Льюїса веде до великих спотворень. Перевагою цього алгоритму є його простота. Нульдерев породжуються шляхом простого порівняння амплітуд коефіцієнтів і не вимагається додаткової інформації про їх місцеположення. Однак ця простота дається ціною невисокої ефективності.

Субсмугові кодери з решітковим кодуванням (РК). Основними складовими таких кодерів є субсмугова декомпозиція та оптимальний розподіл бітів по різних підмножинах даних і РК з обмеженою ентропією. Розглянемо субсмугове декомпозицію зображення і припустимо що субсмуги можна представити як нестационарний процес X , відліки якого взяті із розподілу з дисперсією σ_i^2 . Звичайно у цьому випадку можна обчислити «середню дисперсію» усього випадкового процесу і виконати звичайне оптимальне квантування. Однак кращих результатів можна досягнути шляхом передачі додаткової інформації про дисперсію кожного відліку і квантування його у відповідності з його густиною розподілу імовірності. Ця ідея була вперше запропонована для адаптивного квантування коефіцієнтів дискретного косинусного перетворення. Вона полягає у розділенні коефіцієнтів на чотири групи у відповідності з їх рівнем дисперсії. При цьому коефіцієнти кодуються для кожної групи за допомогою оптимального квантувача.

Допустимо що маємо J груп і відліки, що відповідають одному класу $i \in \{1, \dots, J\}$, породжуються одним джерелом X_i . Нехай джерелу X_i відповідає N_i відліків, а загальне число відліків у всіх групах рівне N . Визначимо імовірність того, що відлік належить джерелу X_i як:

$$p_i = N_i / N \quad (5)$$

Кодування джерела X_i на швидкості R_i приводить до середньоквадратичної похибки яка рівна:

$$D_i(R_i) = \varepsilon_i^2 \sigma_i^2 2^{-2R_i}, \quad (6)$$

де ε_i це константа, яка залежить від густини розподілу. У подальшому проблема розподілу бітів далі вирішується методом множників Лагранжа. У результаті отримуємо вираз для швидкості у кожній з груп:

$$R_i = \frac{R}{J} + \frac{1}{2} \log_2 \frac{\varepsilon_i^2 \sigma_i^2}{\prod_{j=1}^J (\varepsilon_j^2 \sigma_j^2)^{p_j}}, \quad (7)$$

де R -сумарна швидкість. Виграш від класифікації визначається як відношення похибки квантування початкового сигналу X до класифікованого сигналу:

$$G_c = \frac{\varepsilon_i^2 \sigma_i^2}{\prod_{j=1}^J (\varepsilon_j^2 \sigma_j^2)^{p_j}}. \quad (8)$$

Цей вираз максимізується по всіх $\{p_i\}$. Процес оптимізації часто приводить до нерівномірних $\{p_i\}$, а це означає нерівномірний розподіл коефіцієнтів по групах. Крім того нерівномірний розподіл вимагає передачі меншого числа додаткової інформації: будь-який нерівномірний розподіл $\{p_i\}$ має меншу ентропію ніж рівномірний.

2. Експериментальні методики .

Двовимірне вейвлет-перетворення Добеши виконувалось як почергове одновимірне вейвлет-перетворення рядків і стовпців матриці сигналу, як це показано на рис 1. Спочатку виконувались одновимірні вейвлет-перетворення кожного рядка, після чого перетворений рядок записується на колишнє місце. Далі вейвлет-перетворення застосовуються до всіх стовпців [21]. В результаті зображення розбивається на чотири рівні частини. На рис. 4 використано стандартні позначення квадрантів перетвореного зображення [10]: $C_{11} = LL, D_{11} = HL, D_{12} = LH, D_{13} = HH$. Квадрант C_{11} відповідає низькочастотним вейвлет-коефіцієнтам, D_{13} – високочастотним.

Якщо початковий двовимірний сигнал X має розмір $N \times N, N = 2^k, k \in Z$, тоді у матричному вигляді для ВП квадранти $C_{11}, D_{11}, D_{12}, D_{13}$, обчислюються за наступними формулами [6]:

$$\begin{aligned} C_{11} &= H_N * X * H_N^T, \\ D_{11} &= H_N * X * G_N^T, \\ D_{12} &= G_N * X * H_N^T, \\ D_{13} &= G_N * X * G_N^T. \end{aligned} \quad (9)$$

де H_N і G_N – матриці низькочастотних та високочастотних фільтрів Добеши відповідно.

Якщо необхідно здійснити подальше стиснення зображення, то використовується K -кратне двовимірне вейвлет-перетворення. Воно полягає у застосуванні K разів

двовимірного вейвлет-перетворення, причому чергове двовимірне вейвлет-перетворення застосовується до молодшої чверті матриці (на рис.1).

Відновлення зображення, яке було стиснуте M разів шляхом двовимірного вейвлет перетворення, виконується шляхом зворотного перетворення. При цьому кожен крок послідовно рекурсивно відновлює молодший квадрант.

Програмування здійснювалось на високорівневій мові java, оскільки вона володіє рядом можливостей , які дозволяють працювати з вейвлетами з «нуля». Сам програма містить наступні класи: **Wavelet** - у якому описано методи вейвлет-перетворення, які використано у головній частині програми; **Controller** - де відбувається керування основним вікном програми; **ChooseWaveletController** - для керування вікном з вибором вейвлета; **main.fxml** - де описана структура інтерфейсу застосунку;

У програмі також реалізовано застосунок, який виконує стиснення зображень за допомогою вейвлетів з сімейства Добеши .На рис.4 показано результат прямого вейвлет-перетворення із використанням вейвлету Добеши із двома коефіцієнтами (Табл.1, db1)

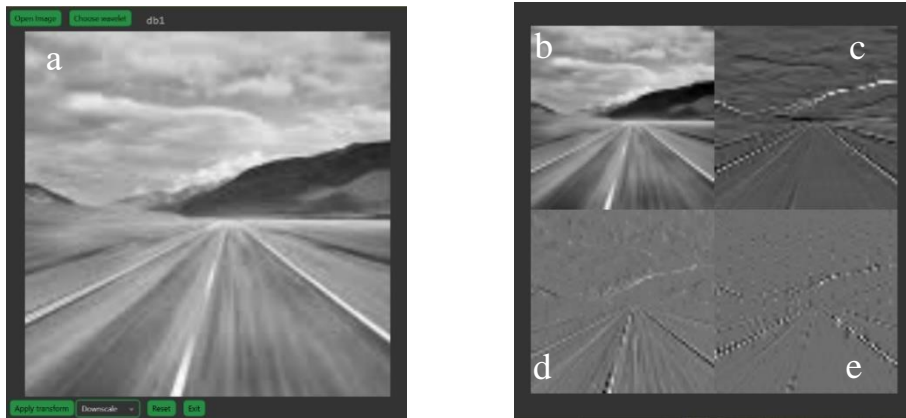


Рис.4 Інтерфейс програми: а-початкове зображення. Результат виконання прямого ВП вейвлетами DB1 представлені у правій частині :b- низькочастотне по вертикалі і горизонталі (LL), с - високочастотне по горизонталі і низькочастотне по вертикалі (HL), d- низькочастотне по вертикалі і високочастотне по горизонталі, е – високочастотне по горизонталі і вертикалі.

Fig.4 Program interface: a - initial image. The result of direct WT with DB1 wavelets is presented in the right part: b - low-frequency vertically and horizontally (LL), c - high-frequency horizontally and low-frequency vertically (HL), d - low-frequency vertically and high-frequency horizontally, e - high-frequency horizontally and vertically.

Інтерфейс програми дозволяє здійснювати основні операції над зображення. Так Open Image відкриває зображення форматів .pdf та .jpg з пристрою. Оскільки вейвлет - перетворення найкраще працює з сигналами, розмір яких рівний степеню числа 2, то при відкритті, зображення обмежується до квадрата $n \times n$, де $n = 2^k$ - найбільший степінь двійки, що не перевищує ширину і висоту оригінального зображення. Кнопка Apply Transform реалізує виконання однієї з операцій, перерахованих в спадному меню справа.

Операція Downscale реалізує пряме вейвлет-перетворення Добеші. В результаті початкове зображення представляється через зменшене удвічі згладжене зображення і три матриці високочастотних коефіцієнтів, необхідних для відновлення початкового зображення. Перетворення можна здійснювати рекурсивно, тобто, зменшене зображення можна знову розкласти на чотири матриці і так далі. Операція Upscale відновлює попереднє зображення, використовуючи наявне зображення та три матриці високочастотних коефіцієнтів відповідного розміру. Операція Quantize потрібна для проведення квантування високочастотних коефіцієнтів. Оскільки більшість коефіцієнтів близькі до нуля, то їх можна заокруглити і викинути з матриць. Це дозволяє зменшити загальний розмір зображення ціною зменшення деталізації. Операція Smooth прирівнює всі високочастотні коефіцієнти зображення до нуля. Таким чином, вся інформація про оригінальне зображення зберігається лише у зменшеній його копії. Якщо відновити таке зображення до повного розміру, отримаємо більш згладжений і менш деталізований варіант початкового фото. Кнопка Reset забирає всі отримані матриці і картинки з форми і ставить на їхнє місце початкове зображення. Кнопка Save Image зберігає матрицю низькочастотних фільтрів (зменшене зображення) на пристрої. Кнопка Choose wavelet дозволяє обрати один з двадцяти вейвлетів Добеші у новому вікні для виконання подальших операцій.

3. Результати та їх обговорення.

У даній роботі для обробки було використане оригінальне зображення [9], яке представлено на рис. 4а.

На рис.5а показана гістограма початкового зображення а також гістограми зображень що утворюються у результаті його обробки за допомогою найпростішого вейвлету db1. Як видно з отриманих результатів, усі гістограми мають приблизно гаусівський характер. Тому для аналізу результатів використано модифікований параметр R який раніше був запропонований у роботі [5] для оцінки ступені відновлення зображень. У нашому випадку параметр R буде описувати спотворення низькочастотної складової (LL, рис.4б), яке виникає у результаті стиснення, у порівнянні з початковим зображенням (Рис.4а). Ступінь спотворення зображення, яке виникає у процесі стиснення, будемо описувати модифікованим параметром:

$$R = \left(1 - \frac{\sigma_f}{\sigma_n}\right) = (\sigma_n - \sigma_f) / \sigma_n, \quad (10)$$

де σ_n – середньоквадратичне відхилення (СКВ) для гістограми стиснутого зображення, а σ_f – СКВ початкового зображення. У граничному випадку, коли під час стиснення СКВ зображення не змінилось $\sigma_n = \sigma_f$, тоді параметр $R=0$, що свідчитиме про те, що після стиснення якість зображення не змінилась. У проміжних випадках, коли $\sigma_n \geq \sigma_f$, параметр R буде приймати значення

$$0 \leq R \leq \left(1 - \frac{\sigma_f}{\sigma_n}\right), \quad (11)$$

і має місце часткове спотворення зображення. Результуючі значення цього параметра для деяких довжин фільтрів на основі вейвлетів Добеши представлені у таблиці.

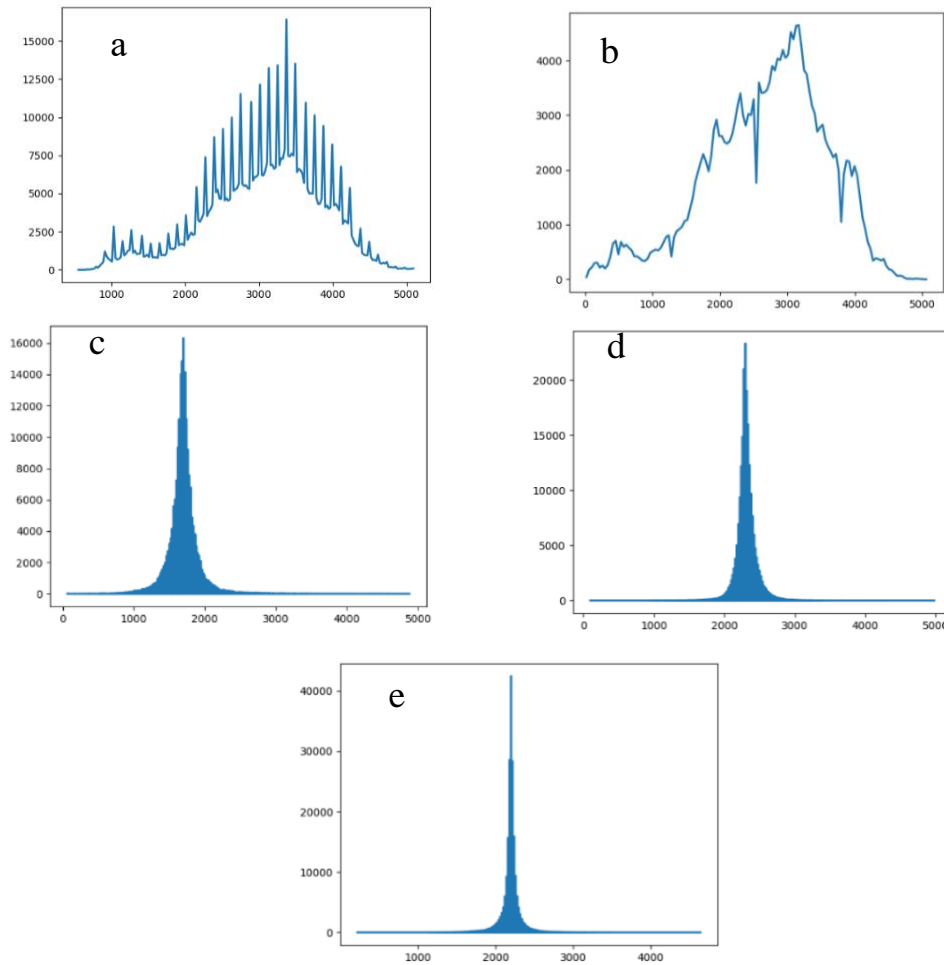


Рис.5 Гістограми зображень представлених на рис.4. Позначення відповідають рис.4.

Fig.5 Histograms of the images presented in Fig.4. The designations correspond to Fig.4.

Як видно з результатів представлених у таблиці, у випадку використання вейвлетів Добеши db-1, відбувається значне спотворення низькочастотного зображення, що відображається як у величині параметру $R=0,55$, так і у візуальних спостереженнях (Рис.4а,б). При переході до розкладу із використанням чотирьох коефіцієнтів (db-2), параметр R зменшується, що також корелює з візуальним покращення якості зображення. При подальшому збільшенні числа коефіцієнтів розкладу (db-4,db-6) значного

покращення якості зображення не спостерігається, а параметр R залишається практично постійним (Табл.1).

Табл.1 Параметри стиснення зображення.
Table.1 Image compression parameters.

Порядок фільтру	Кількість коефіцієнтів розкладу	Коефіцієнти розкладу	Параметр спотворення R
db1	2	[0.7071067812, 0.7071067812],	0,55
db2	4	[0.4829629131, 0.8365163037, 0.2241438680, -0.1294095226	0,16
db4	8	[0.2303778133, 0.7148465706, 0.6308807679, -0.0279837694, -0.1870348117, 0.0308413818, 0.0328830117, -0.0105974018],	0,16
db6	12	[0.11154074335008017, 0.4946238903983854, 0.7511339080215775, 0.3152503517092432, -0.22626469396516913, -0.12976686756709563, 0.09750160558707936, 0.02752286553001629, -0.031582039318031156, 0.0005538422009938016, 0.004777257511010651, -0.00107730108499558],	0,14

Висновки

За допомогою високорівневої мови програмування java реалізовано застосунок (Рис.4), який виконує стиснення зображень за допомогою вейвлетів з сімейства Добеши. Він дозволяє відкривати зображення форматів .pdf та .jpg з пристрою. У подальшому можна реалізувати ряд операцій, зокрема пряме та зворотне перетворення Добеши. При цьому зображення представляється через зменшене удвічі згладжене зображення і три матриці високочастотних коефіцієнтів, необхідних для відновлення початкового зображення. У застосунку можна також обрати один з двадцяти вейвлетів Добеши у новому вікні для виконання подальших операцій.

Перетворення здійснюється рекурсивно, тобто, зменшене зображення можна знову розкласти на чотири матриці і так далі. Крім того, є можливість відновлення попереднього зображення, використовуючи наявне зображення та три матриці високочастотних коефіцієнтів відповідного розміру. Застосунок також дозволяє здійснювати квантування високочастотних коефіцієнтів. Оскільки більшість коефіцієнтів близькі до нуля, то їх заокруглюють і вилучають з матриць, сприяє зменшенню загального розміру.

Розроблений таким чином застосунок дозволив з малими часовими і обчислювальними затратами здійснювати різноманітні операції над зображеннями використовуючи вейвлети Добеши із наступною їх гістограмою обробкою. Запропоновано параметр оцінки спотворення, який являє собою відношення різниці середньоквадратичних відхилень гістограм стиснутого і початкового зображень до середньоквадратичного відхилення гістограми стиснутого зображення. Оцінка величини цього параметру була проведена для низькочастотного фільтру Добеши (LL) при різному числі коефіцієнтів розкладу. Показано, що із збільшенням числа цих коефіцієнтів, параметр спотворення зменшується від 0.55 для фільтру db1, до значення 0,16 для фільтру

db2. Подальше збільшення числа коефіцієнтів фільтру не приводить до помітного зменшення коефіцієнту спотворення, що також корелює з візуальними спостереженнями.

Однак слід відмітити, що запропонований метод не завжди добре узгоджується з похибкою що сприймається людиною візуально. Наприклад якщо маємо два спотворення які повністю однакові, крім невеликої області, то хоча візуально різниця між цими зображеннями добре помітна, коефіцієнт спотворення для них буде приблизно однаковим. Врахування системи людського зору у схемі стиску зображень є важливою задачею. У цьому напрямку було проведено багато досліджень але в силу труднощів з математичним описом системи зору людини, належної міри не було знайдено. Відомо що у людському оці виконується операція багатомасштабного представлення зображень. Причому око є більш чутливим до спотворень у низькочастотній області. Звідси появляється можливість покращення візуальної якості шляхом опрацювання субсмуг у відповідності з чутливістю ока у різних частотних діапазонах.

Отримані результати можуть бути використані у задачах цифрової обробки сигналів, а також у системах високошвидкісної обробки даних та мультимедійних системах.

Список використаних джерел

- [1] *Наконечний А., Наконечний Р., Павліш В.* (2010). Цифрова обробка зображень. Видавництво Львівської політехніки. С.366
- [2] *Коханович Г.Ф., Пузиренко Ф.Ю.* Комп'ютерна стеганографія. Теорія і практика-Київ:Київ- Прес,2006.-288с
- [3] *Коришунув Ю.М.* Математические основы кибернетики. — М.: Энергия, 1980. — 424 с.
- [4] *І. Половинко, Н. Ліпковський.* «Стійкість оптичних маркерів на зображеннях за умови зовнішніх завад». // Електроніка та інформаційні технології. – 2022. – Вип. 19– С. 38-47
- [5] *І. Половинко, О. Семочко.* Кількісна оцінка вінерівської фільтрації зображень// Електроніка та інформаційні технології. – 2023. – Вип.22 – С. 24-33.
- [6] *Вайд'янатхан П.П.* Цифрові фільтри, блоки фільтрів і поліфазні ланцюги з багаточастотною дискретизацією: Методичний огляд, 1990, №3. С.77-120.
- [7] *William A. Pearlman, Amir Said,* 2011 Chapter 4 «Entropy coding techniques» pp41-76 11.
- [8] *Villasenor J., Belzer B., Liao J.* Wavelet filter evaluation for image compression //IEEE Trans. on image processing, 1995, No8. P.1053-1060.
- [9] *Vetterli M., Kovacevic J.* Wavelets and subband coding. Prentice Hall, 1995, 307p 18.
- [10] *V.I. Vorobjov, V.G. Gribunin.* Theory and practice of wavelet transformation. S-Petersburg -204P,1999
- [11] *S. P. Lloyd.* Least squares quantization in PCM, IEEE Transactions on Information Theory, 1982, vol. 28, n°2, pp. 129–137
- [12] *Robert M. Gray, Davfid L. Neuhoff.* Quantization. IEEE Trans. on Inf. Theory, 1998

- [13] *Mallat S.G. A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: The Wavelet Representation/ S.G. Mallat //IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 1989.- Vol II, 7.-P. 674-693.*
- [14] *Lewis A., Knowles G. Image compression using the 2-d wavelet transform //IEEE Transactions on Image Processing, 1992, No2. P.244-250.*
- [15] *Karhunen–Loeve transform (KLT) [Архівовано 2016-11-28 у Wayback Machine.], Computer Image Processing and Analysis (E161) lectures, Harvey Mudd College*
- [16] *Karhunen–Loeve transform (KLT) [Архівовано 2016-11-28 у Wayback Machine.], Computer Image Processing and Analysis (E161) lectures, Harvey Mudd College*
- [17] *Ihor Polovynko. Marcing of the Color Imagies by Using Wavelet Transformations, Electronics and Information Technology – 2021 – Issue15. – PP.59-66 .*
- [18] *Ian H. Witten, Alistair Moffat, Timothy C. Bell. Managing Gigabytes: Compressing and Indexing Documents and Images. — 1999. — 551 с.*
- [19] *Gonzales R., Woods R. Digital image processing (2th) – Prentice Hall. – 2017. – 802.*
- [20] *Ihor Polovynko. Digital signature creation by using descrete cosine and wavelet transformations, Electronics and Information Technology., 2018- Issue10. – PP.86-98*

QUANTITATIVE EVALUATION OF WAVELET COMPRESSION OF IMAGES

I. Polovynko, N. Lipkovskiy, Y. Furgala

*Ivan Franko National University of Lviv,
Gen. Tarnavskogo St., 107, 79017 Lviv, Ukraine*

polovynkoi@gmail.com ,
nazar.lipkovskijua@gmail.com
yury.furgala@gmail.com

Recently, there has been considerable interest in the use of wavelets in image processing. This is caused by the rapid development of computing technology, graphic monitors, color printers, and digital communication technology. The number of scientific publications devoted to the problems of applying optical markers with the use of wavelets is increasing, as such applied fields as steganoraphia and steganoanalysis are formed and developed on their basis.

On the other hand, images are represented in digital form with a sufficiently large number of bits, which requires the search for effective methods of their compression. Despite a significant number of theoretical and experimental works in the field of image compression and restoration, there are still a number of issues that require their study and implementation. This, in particular, concerns the quantitative assessment of the effectiveness of certain methods that would give the optimal result with minimal computing power, as well as the creation of reliable computer programs for the implementation of these processes. At present, the assessment of changes occurring during image compression and restoration is largely a subjective procedure, which complicates their further processing by computer methods. Therefore, in this work, using the example of histogram processing of Dobesha wavelets, a method of quantitative assessment of the change in image quality is proposed.

Programming was carried out in the high-level java language, as it has a number of features that allow working with wavelets from "scratch". An application that performs image compression

using wavelets of the Dobeshe family has been implemented. The distortion evaluation parameter is proposed, which is the ratio of the difference between the mean square deviations of the histograms of the compressed and original images to the mean square deviation of the histogram of the compressed image. The estimation of the value of this parameter was carried out for the low-pass Dobeshe (LL) filter with a different number of expansion coefficients. It is shown that as the number of these coefficients increases, the distortion parameter decreases, which correlates with visual observations.

Keywords: image compression, Dobeshe wavelets, basic wavelet coder, subband coder, histograms, distortion parameter.

Стаття надійшла до редакції 20.02.2024.

Прийнята до друку 20.03.2024.