

## МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ ЧАСУ ЗАТРИМКИ СИГНАЛУ В УМОВАХ АПРІОРНОЇ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ СКЛАДНОЇ ЗАВАДОВОЇ ОБСТАНОВКИ

П. Костенко<sup>1</sup>, В. Слободянюк<sup>1</sup>, М. Альонкин<sup>1</sup>, М. Ровецький<sup>1</sup>,  
І. Ровецький<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Кафедра радіотехнічних систем навігації та посадки літаків,  
Харківський національний університет Повітряних сил імені Івана Кожедуба,  
вул. Сумська 77/79, 61023 Харків, Україна  
[kryu@ukr.net](mailto:kryu@ukr.net), [sloval@i.ua](mailto:sloval@i.ua), [winneeeeerr@gmail.com](mailto:winneeeeerr@gmail.com), [misharovetskyi@gmail.com](mailto:misharovetskyi@gmail.com)*

<sup>2</sup>*Кафедра інформаційних технологій та систем електронних комунікацій,  
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності,  
вул. Клепарівська 35, 79007, Львів, Україна  
[rovetskii.ivan@gmail.com](mailto:rovetskii.ivan@gmail.com)*

В роботі представлений непараметричний метод оцінки часу затримки сигналу з використанням BDS-статистики в умовах апріорної невизначеності про закон розподілу щільності ймовірності мультиплікативної та адитивної завади в його спостереженні. В основу методу покладена мінімізація цільової функції, що використовує BDS-статистику спостереження. Затримка визначається шляхом мінімізації цільової функції по невідомій затримці. Вивчаються властивості непараметричних оцінок затримки сигналу, отриманих для різних параметрів BDS-статистики, а також її порівняльний аналіз з оцінкою отриманою методом максимальної правдоподібності.

*Ключові слова:* BPSK-сигнал; адитивна та мультиплікативна завади; BDS-статистика; цільова функція; точність.

### Вступ

Сучасні цифрові технології дуже стрімко розвиваються, тому для забезпечення стійкого функціонування цифрової системи приймання та обробки сигналів виникає завдання оцінки параметрів імпульсного фазоманіпульованого сигналу в умовах сумісної дії адитивної та мультиплікативної флуктуаційних завад (шумів). На практиці такого роду завади зустрічаються під час поширення сигналу по каналах зв'язку, відбиття від складних об'єктів, в умовах дії засобів радіоелектронної боротьби (РЕБ) і т.д.. Обробка таких радіосигналів в умовах апріорної невизначеності завадової обстановки представляється актуальною науковою задачею. Як правило, при синтезі алгоритмів оцінки параметрів сигналів зазвичай задають модель завади у вигляді випадкового процесу з відомим розподілом ймовірностей. Однак на практиці з ряду причин апріорна інформація про розподіл завади може бути заздалегідь відсутня. В більшості випадків таку задачу вирішують у припущенні, що завади мають гаусівський розподіл і впливають на сигнал або адитивно або мультиплікативно. Відомо, що в умовах дії адитивної гаусівської завади оптимальна оцінка затримки сигналу

визначається методом максимальної правдоподібності (МП) для якого достатньою статистикою є взаємнокореляційна функція (ВКФ) між спостереженням та моделлю сигналу з очікуваними параметрами [1-2]. В той же час відмінність розподілу завад від гаусівських може призводити до зниження якості оцінки параметрів сигналів.

В роботах [3-7] розглядались непараметричні методи виявлення й оцінки параметрів хаотичних і регулярних сигналів на фоні білого шуму з використанням BDS-статистики перевагою якої є незалежність від закону розподілу спостереження. Єдиною вимогою до завад є їх незалежність та однаковий розподіл значень (I.I.D). Однак питання щодо оцінки параметрів сигналу в умовах сумісної дії адитивної та мультиплікативної завади не розглядалось.

Мета даної роботи є дослідження методу оцінки часу затримки сигналу в умовах апріорної невизначеності про розподіл ймовірності адитивної та мультиплікативної завади в спостереженні сигналу з використанням непараметричної BDS-статистики у якості цільової функції (ЦФ).

Припустимо, що випромінюється сигнал  $s(t)$  із бінарною кодовою маніпуляцією його фази (BPSK-сигнал), який може бути представлений наступним виразом [6] [8]:

$$s(t) = A_0 \sum_{k=1}^K p_k \text{rect}(t - (k-1)T) \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0) = U(t, K, T) \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0) \quad (1)$$

де  $p_k = \exp(j\pi\varphi_m(k))$  – елементи кодової псевдовипадкової послідовності (ПВП) приймають значення  $+1$  або  $-1$  і визначають код маніпуляції фази

$U(t, K, T) = A_0 \sum_{k=1}^K p_k \text{rect}(t - (k-1)T)$  сигналу – обвідної сигналу. Функція  $\text{rect}(x)$  визначена

як  $= 1$ , якщо  $|x| \leq 0,5T$  і  $\text{rect}(x) = 0$ , якщо  $|x| > 0,5T$ . Тут  $K$  – число символів кодуєної послідовності (довжина коду),  $A_0, f_0, \varphi_0$ , – амплітуда, “несуча” частота й початкова фаза несучого коливання відповідно,  $g(t) = 0 \forall t \notin [0, T]$ ; – парціальний (формуєчий) імпульс тривалістю  $T$ ;  $k$  – поточний номер символу кодової послідовності, поточний набіг фази  $\varphi_m(k)$ , пов’язаний з  $k$ -м кодовим символом із загального їхнього числа  $K$ .

Після відбиття від цілі, що рухається без прискорення, радіоімпульс  $s(t)$  у приймальному обладнанні (без урахування затухання й шуму спостереження) буде мати вигляд  $s_{\text{пр}}(t) = s(t - \tau_c(t))$ , у якому затримка  $\tau_c(t) = \frac{2R_{rc}(t)}{(c \pm v_{rc})}$  є функцією радіальної

дальності  $R_{rc}(t)$ , обумовленої рівністю  $R_{rc}(t) = R_0 \pm v_{rc}t$ . Знаки плюс (+) і мінус (-) використовуються для характеристики радіальної швидкості  $v_{rc}$  відповідно при наближенні й віддаленні цілі,  $c$  – швидкість поширення радіохвиль,  $R_0$  початкова дальність від випромінювача до цілі в момент  $t=0$ , а  $2R_0/(c \pm v_{rc}) = \tau_c$  – дійсна (фактична) затримка сигналу  $s(t)$  на шляху до цілі й зворотному напрямку. З урахуванням зроблених зауважень, вираз для прийнятого радіоімпульсу можна записати у вигляді [8, 10]

$$s_{\text{пр}}(t) = \sqrt{\beta_{\text{пр}}} s(\beta_{\text{пр}}(t - \tau_c)), \quad (2)$$

у якому  $\beta_{\text{пр}} = \frac{1-v_{\text{rc}}/c}{1+v_{\text{rc}}/c}$  часовий масштабний коефіцієнт (доплерівський фактор прийнятого сигналу) стиснення або розтягування ( $\pm$ ) випромінюваного сигналу. Доплерівський фактор призводить до зміни  $\Delta T_c = \frac{2v_{\text{rc}}}{c} T_c = K \cdot \Delta T$  тривалості випромінюваного сигналу та парціальних імпульсів  $\Delta T = \frac{2v_{\text{rc}}}{c} T$ .

Прийнятий сигнал  $s_{\text{пр}}(t)$  без урахування затухання й при зроблених припущеннях у комплексному представленні аналітичним сигналом можна записати у вигляді:

$$s_{\text{пр}}(t, \tau_c, f_{\text{дс}}) = A_0 e^{j[2\pi f_{\text{пр}}(f_{\text{дс}})(t-\tau_c)+\phi_0]} \times \sum_{k=1}^K g(\beta_{\text{пр}}(f_{\text{дс}}))(t-\tau_c-(k-1)T) e^{j\theta_m(k)} \quad (3)$$

тут  $\beta_{\text{пр}}(f_{\text{дс}}) = \frac{f_0 \pm f_{\text{дс}}}{f_0}$  коефіцієнт стиснення/розтягування ( $\pm$ ) прийнятого сигналу.

Завада визначається двома компонентами: мультиплікативної та адитивної. Тоді модель спостереження запишемо у наступному вигляді:

$$u(t) = \xi(t)s_{\text{пр}}(t) + \eta(t), \quad (4)$$

де  $\xi(t)$  й  $\eta(t)$  випадкові процеси, що обумовлюють, відповідно мультиплікативну й адитивну завади в спостереженні сигналу. Будь-яка апріорна інформація про розподіл  $\xi(t)$  й  $\eta(t)$  відсутня, робиться припущення лише, що значення  $\xi(t)$  й  $\eta(t)$  – це процес IID (Independent and Identically Distributed) – процес з незалежними та однаково розподіленими випадковими величинами (“білий” шум). По кінцевій вибірці спостереження потрібно отримати оцінку часу затримки  $\tau_c$ .

### 1. Цільова функція непараметричного методу оцінки часу затримки імпульсного сигналу

Цільова функція ґрунтується на використанні BDS-статистики [9]. Вона дозволяє розрізнити дані I.I.D. і будь-який вид залежності, тобто перевірити нульову гіпотезу  $H_0$  про незалежність і тотожний розподіл значень числового ряду  $x = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ , використовуючи критерій значимості. BDS-критерій заснований на статистичній величині  $w(x)$ :

$$w_{m,N}(\varepsilon) = \sqrt{N-m+1} \frac{C_{m,N}(\varepsilon) - (C_{1,N-m}(\varepsilon))^m}{\sigma_{m,N}(\varepsilon)}, \quad (5)$$

що визначається нормованою на середньоквадратичне відхилення  $\sigma_{m,N}(\mathbf{x}, \varepsilon)$  BDS-статистики (чисельник виразу (5), який позначимо  $w_{\Delta}$ ):

$$w_{\Delta m,N} = C_{m,N}(\mathbf{x}^m, \varepsilon) - (C_{1,N-m}(\mathbf{x}, \varepsilon))^m. \quad (6)$$

BDS-статистика визначається кореляційними сумами  $C_{m,N}(\varepsilon), C_{1,N}(\varepsilon)$ , які обчислюють частоту влучення довільної пари точок у гіперсфери радіуса  $\varepsilon$ , а знаменник середньоквадратичним відхиленням  $\sigma_{m,N}(\varepsilon)$  чисельника.

$$C_{m,N}(\varepsilon) = \frac{2}{(N-m+1)(N-m)} \times \sum_{s=m}^N \sum_{t=s+1}^N \prod_{j=0}^{m-1} I_\varepsilon(\mathbf{x}_{s-j}^m, \mathbf{x}_{t-j}^m) \quad (7)$$

Для  $m=1$  маємо:

$$C_{1,N}(\varepsilon) = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{s=1}^N \sum_{t=s+1}^N I_\varepsilon(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_t), I_\varepsilon(\mathbf{x}_t^m, \mathbf{x}_s^m) = \begin{cases} 1, & \|\mathbf{x}_i^m - \mathbf{x}_j^m\| \leq \varepsilon \\ 0, & \|\mathbf{x}_i^m - \mathbf{x}_j^m\| > \varepsilon \end{cases}, \quad (8)$$

де  $I_\varepsilon(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_t)$  – функція Хевісайда безлічі пар елементів точок  $\mathbf{x}_n^m = (x_n, x_{n+1}, \dots, x_{n+m})$  та  $\mathbf{x}_t^m = (x_t, x_{t+1}, \dots, x_{t+m})$ , що покриваються гіперсферою радіуса  $\varepsilon$ . Очевидно, максимальне значення  $C_{\max} = 1$ , а мінімальне  $C_{\min} \approx 1/N^2$ . Рекомендується вибирати  $\varepsilon$  в діапазоні  $\varepsilon = 0,5\sigma_u \div 2\sigma_u$ , де  $\sigma_u$  – середньоквадратичне відхилення часового ряду  $\{u_n\}_{n=1}^N$ .

Середньоквадратичне відхилення  $\sigma_{m,N}(\varepsilon)$ , визначається наступним виразом [9]:

$$\sigma_{m,N}(\varepsilon) = 2 \sqrt{k^m + 2 \sum_{j=1}^{m-1} k^{m-j} \cdot (C_{1,N}(\varepsilon))^{2j} + (m-1)^2 \cdot \sqrt{(C_{1,N}(\varepsilon))^{2m} - m^2 k (C_{1,N}(\varepsilon))^{2m-2}}}, \quad (9)$$

$$k = \frac{1}{(N-1)(N-2)N} \left\{ \sum_{t=1}^N \left[ \sum_{s=1}^N I_\varepsilon(\mathbf{x}_t, \mathbf{x}_s) \right]^2 - 3 \sum_{s=1}^N \sum_{t=s+1}^N I_\varepsilon(\mathbf{x}_t, \mathbf{x}_s) + 2N \right\}$$

Значення BDS-статистики для незалежних однаково розподілених випадкових величин перебувають в інтервалі  $(-1,96; 1,96)$ , який відповідає рівню значимості  $\alpha=0,05$ . Якщо випадкові значення  $\mathbf{x} = \{x_n\}_{n=1}^N$ , які належать генеральній сукупності I.I.D. величин, то щільність розподілу ймовірності BDS-статистики асимптотично прагне до стандартного нормального розподілу  $\lim_{N \rightarrow \infty} w_{m,N}(\varepsilon) \sim N(0,1)$  для будь-яких  $m$  і  $\varepsilon$ . Потрібно враховувати, що в чисельних експериментах значення  $N$  і  $\varepsilon$  завжди скінчені.

В подальшому будемо досліджувати ЦФ у вигляді  $w(\mathbf{r}(\tau))$  та  $w_\Delta(\mathbf{r}(\tau))$ , значення яких будемо розраховувати по нев'язкам  $\mathbf{r}(\tau) = \{u_i(\tau_c) - s_{\text{юч}}(\tau)\}_{i=1}^N$  між відліками спостереження  $\{u_i\}_{i=1}^N$  та очікуваного сигналу  $\{s_{\text{юч}}(\tau)\}_{i=1}^N$  в діапазоні можливих значень затримки  $\tau$ . Мінімум ЦФ  $w(\mathbf{r}(\tau))$  та максимум  $w_\Delta(\mathbf{r}(\tau))$  приймається за оцінки  $\hat{\tau}$ , параметрів  $\tau_c$ :

$$\hat{\tau}_c = \min_{\tau} w(\mathbf{r}(\tau)), \quad \hat{\tau}_c = \max_{\tau} w_\Delta(\mathbf{r}(\tau)). \quad (10)$$

## 2. Результати моделювання

Для дослідження якості оцінки часу затримки імпульсного сигналу в умовах сумісної дії мультиплікативних та адитивних завад, виконано статистичне моделювання сигналу та завад. Розглянуто випадки коли мультиплікативна завада в спостереженні має гаусівський розподіл з параметром масштабу  $\sigma_\xi$ , який визначає її середньоквадратичне відхилення (СКВ), а адитивна завада також має гаусівський розподіл з параметром СКВ  $\sigma_\eta$ . Також розглянуто випадок коли мультиплікативна завада описується розподілом ймовірності з “важкими” хвостами, а саме розподілом Коші, з параметром масштабу  $\gamma$ .

На рис. 1а показані часові реалізації спостережень  $u(t)$  в умовах сумісної дії мультиплікативної та адитивної завад з гаусівськими розподілами, та мають параметри  $\sigma_\xi = 1$  і  $\sigma_\eta = 0,3$ , а на рис. 1б показано спостереження з мультиплікативною завадою, що має розподіл Коші з параметром розподілу  $\gamma = 0,5$ , та такою самою адитивною завадою.

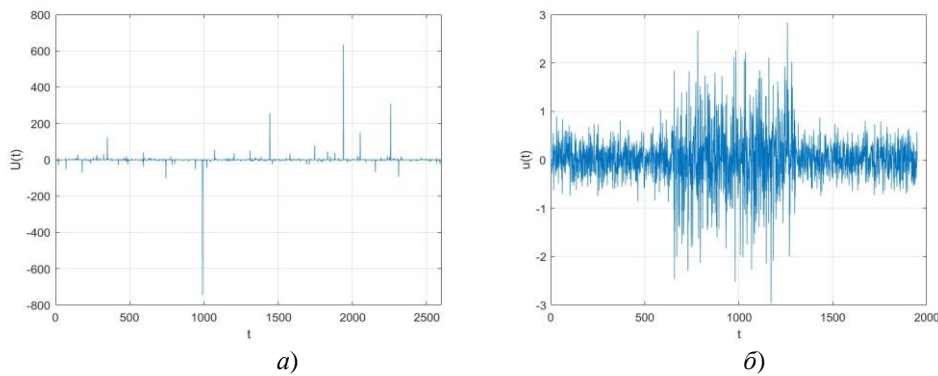


Рис.1. Часова реалізація спостереження: (а) - в умовах сумісної дії мультиплікативної та адитивної завади з гаусівським розподілами; (б) - в умовах сумісної дії мультиплікативної завади з розподілом Коші та адитивної завади з гаусівським розподілом.

Fig.1. Time realization of observation in the conditions of the combined effect of multiplicative and additive noise : (a) Gaussian distribution; (b) multiplicative noise with Cauchy distribution and additive noise with Gaussian distribution

Для дослідження властивостей якості оцінки затримки були розраховані цифрові фільтри (ЦФ) для різних значень параметрів BDS-статистики. На рис.2а та 2б представлені реалізації ЦФ  $w(\mathbf{r}(\tau))$  та  $w_\Delta(\mathbf{r}(\tau))$  у випадку сумісної дії мультиплікативної та адитивної завади з гаусівським розподілами для різних значень  $m$  при фіксованому  $\varepsilon = \sigma_\eta$ .

Також на рис. 2в для порівняльного аналізу з ЦФ показана ВКФ в залежності від часу затримки між очікуваним сигналом та спостереженням, яка визначається як:

$$R(\tau) = \int_0^{T_c} u(t)s(t-\tau)dt . \quad (11)$$

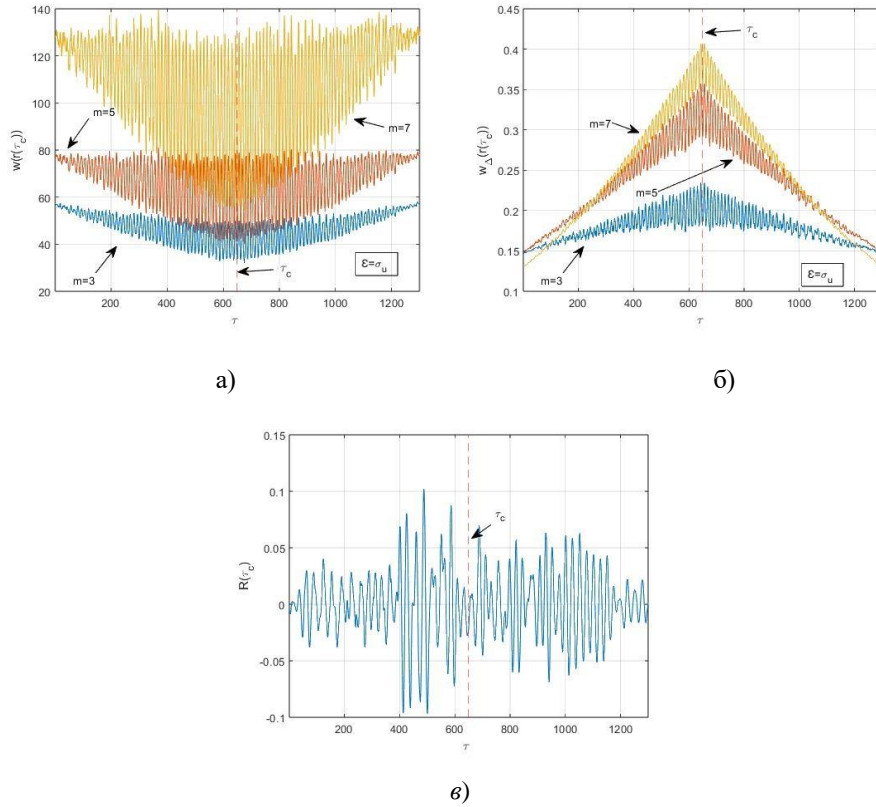


Рис.2. Реалізації ЦФ  $w(\mathbf{r}(\tau))$  (а),  $w_\Delta(\mathbf{r}(\tau))$  (б) та ВКФ ЦФ (в) у випадку сумісної дії мультиплікативної та адитивної завад з гаусівським розподілами для різних  $m$  при фіксованому  $\epsilon$

Fig.2. Realizations of the OF: (a)  $w(\mathbf{r}(\tau))$ ; (b)  $w_\Delta(\mathbf{r}(\tau))$  and (c) CCF in the case of the combined action of multiplicative and additive noise with Gaussian distributions for different  $m$  at fixed  $\epsilon$

Виходячи з залежностей представлених на рис.2а можна, зробити висновок, що при збільшенні  $m$  спостерігається зростання рівня бокових пелюсток ЦФ  $w(\mathbf{r}(\tau))$ , що може негативно впливати на визначення пелюстку з мінімальним значенням при чисельному його розрахунку при оцінці якості затримки. В той же час на рис. 2б при однакових умовах моделювання, максимуми реалізацій ЦФ  $w_\Delta(\mathbf{r}(\tau))$  збільшується а одночасно з цим її коливання зменшуються, що приводить до зменшення похибки  $MSE_\tau$  оцінки затримки відносно фактичного значення затримки сигналу, що демонструють значення  $MSE_\tau$ , отримані для 500 реалізацій завад які показані на рис. 3а,б. Результати розрахунку  $MSE_\tau$  в залежності від параметре  $m$ , показані на рис. 3а, при фіксованих значеннях мультиплікативної завади  $\sigma_\xi$  та адитивної завади  $\sigma_\eta$  з гаусівськими розподілами.

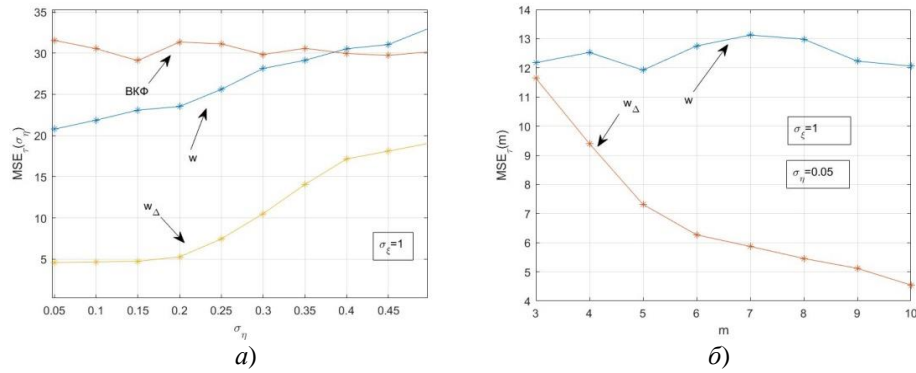


Рис. 3. (а) - залежність  $MSE_{\tau}$  оцінки часу затримки при фіксованому значенні  $\sigma_{\xi}$  та  $\sigma_{\eta}$  в від  $m$ ;  
 (б) - залежність  $MSE_{\tau}$  оцінки часу затримки при фіксованому значенні  $\sigma_{\xi}$  мультиплікативної  
 завади та зміні параметру  $\sigma_{\eta}$  для адитивної завади з гаусівським розподілом при  $m=10$ .  
 Fig.3. (a) - dependence of  $MSE_{\tau}$  the time delay estimate at a fixed value  $\sigma_{\xi}$  and  $\sigma_{\eta}$  at different value  $m$ ;  
 (b) - dependence of  $MSE_{\tau}$  the time delay estimate at a fixed value  $\sigma_{\xi}$  of multiple noise and different  
 value  $\sigma_{\eta}$  of additive noise with Gaussian distribution at value  $m=10$

Легко помітити, що залежність  $MSE_{\tau}$  для ЦФ  $w(\mathbf{r}(\tau))$  та  $w_{\Delta}(\mathbf{r}(\tau))$  суттєво відрізняються. Похибки  $MSE_{\tau}$  для ЦФ  $w_{\Delta}(\mathbf{r}(\tau))$  менше ніж для ЦФ у вигляді  $w(\mathbf{r}(\tau))$  та мають тенденцію до зменшення при збільшенні параметру  $m$  на інтервалі його зміни. Менша похибки  $MSE_{\tau}$  оцінки затримки сигналу при використанні ЦФ  $w_{\Delta}(\mathbf{r}(\tau))$  спостерігається і у випадку збільшення інтенсивності адитивної завади  $\sigma_{\eta}$  при її зміні але для обох ЦФ похибки зростають. Розрахунок похибки  $MSE_{\tau}$  оцінки затримки з використанням методу максимізації ВКФ завжди має більшу похибку  $MSE_{\tau}$  по мірі збільшення  $\sigma_{\eta}$ , що не суперечить відомим результатам [1].

Окрему увагу приділимо випадку коли мультиплікативна завада описується випадковим процесом з розподілом Коші, для якого характерні “важкі” хвости, тобто не можна нехтувати великими, але рідкими значеннями випадкового процесу (рис. 1б). Особливість розподілу Коші  $C(\nu, \gamma)$ , з параметрами зсуву  $\nu$  та масштабу  $\gamma$ , обумовлена невизначеністю теоретичного значення моменту першого порядку та нескінченністю моменту другого порядку. В той же час нескінченність другого моменту розподілу Коші є не більш ніж абстрактною математичною властивістю, обумовленою характером поведінки хвостів щільності "на нескінченності": для будь-якої великої вибірки другий момент завжди кінцевий, а на практиці завжди мають справу з кінцевими вибірками.

На рис.4а та 4б в логарифмічному масштабі представлені реалізації ЦФ  $w(\mathbf{r}(\tau))$  та  $w_{\Delta}(\mathbf{r}(\tau))$  у випадку сумісної дії мультиплікативної завади з розподілом Коші та адитивної завади з гаусівським розподілом при фіксованому  $m=3$  для різних  $\epsilon$ , де радіус покриття

визначається як  $\varepsilon = \delta_\varepsilon \cdot \sigma_u$  ( $\delta_\varepsilon$  приймає дійсні значення). При цьому параметр масштабу мультиплікативної завади  $\gamma = 0,7$ , СКВ адитивної завади  $\sigma_\eta = 0,1$

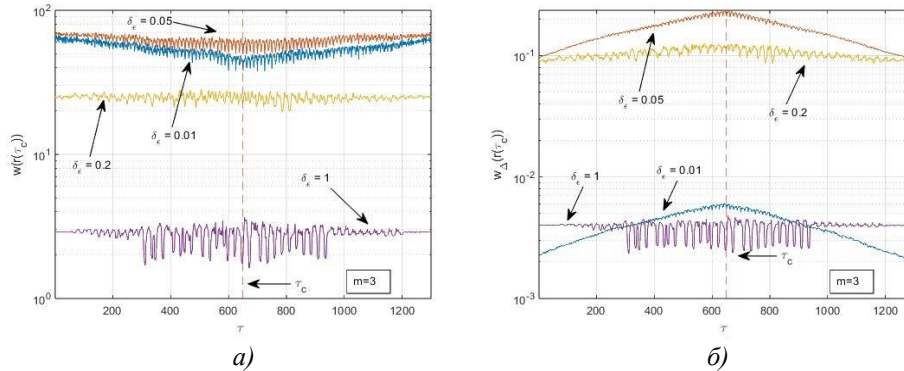


Рис.4. Реалізації ЦФ: (а)  $w(\mathbf{r}(\tau))$ , (б)  $w_\Delta(\mathbf{r}(\tau))$  у випадку сумісної дії мультиплікативної завади з розподілом Коші та адитивної завади з гаусівським розподілом при фіксованому  $m$  для різних  $\varepsilon$

Fig.4. Realizations of the OF: (a)  $w(\mathbf{r}(\tau))$ ; (b)  $w_\Delta(\mathbf{r}(\tau))$  in the case of the combined action of multiplicative noise with Cauchy distribution and additive noise with Gaussian distributions for fixed value  $m$  at different value  $\varepsilon$

З аналізу залежностей ЦФ показаних на рис. 4 можна зробити висновок, що при  $\delta_\varepsilon = 1$  в околиці  $\tau_c$  ЦФ має багато локальних екстремумів, що може негативно впливати на визначення глобального екстремуму при чисельному його розрахунку. При зменшенні параметру  $\varepsilon$  спостерігається зменшення розкиду рівня екстремумів коливання ЦФ, які укладаються в околицю фактичного значення часу затримки  $\tau_c$ . Експериментально встановлено, що цей параметр, у випадку дії мультиплікативної завади з розподілом Коші необхідно вибирати в межах діапазону  $\varepsilon = 0,01..0,05\sigma_u$ .

Для аналізу якості оцінки затримки сигналу при сумісній дії адитивної завади з гаусівським розподілом та мультиплікативної завади з розподілом Коші на рис. 5а наведені значення  $MSE_\tau$  в залежності від параметру адитивної завади  $\sigma_\eta$  при фіксованому параметру масштабу  $\gamma = 0,5$ . Відповідно на рис.5б наведені залежності  $MSE_\tau$  при зміні параметру  $\gamma$  при фіксованому значенні  $\sigma_\eta$ .

Наведені на рис. 5а залежності  $MSE_\tau$ , які відповідають розглянутим ЦФ, демонструють зменшення точності оцінки затримки сигналу при збільшенні інтенсивності  $\sigma_\eta$  адитивної завади в межах  $\sigma_\eta = 0,025..0,17$  її зміни. В той же час при оцінці затримки сигналу методом максимізації ВКФ похибки  $MSE_\tau$  завжди більша на розглянутому інтервалі.

В той же час на рис. 5б наведені залежності  $MSE_\tau$  від зміни параметру масштабу  $\gamma$  мультиплікативної завади.



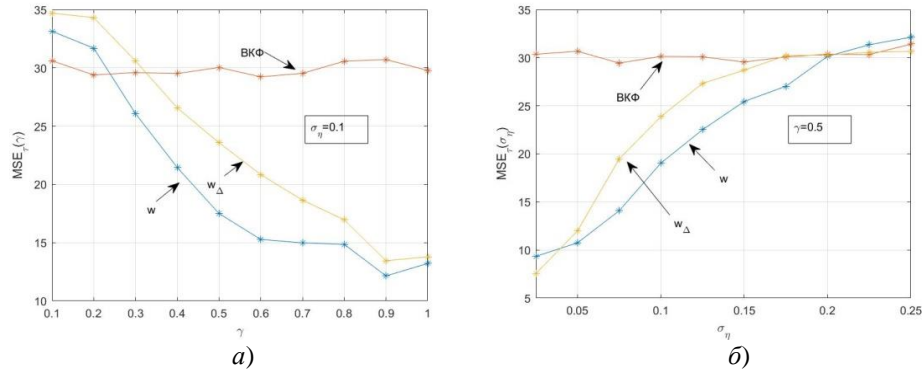


Рис.5. Залежність  $MSE_{\tau}$  в умовах сумісної дії мультиплікативної завади з розподілом Коші та адитивної завади з гаусівським розподілом: (а) - при зміні  $\sigma_{\eta}$  та фіксованому  $\gamma$ , (б) - при зміні  $\gamma$  та фіксованому  $\sigma_{\eta}$ .

Fig.5. Dependence of  $MSE_{\tau}$  in the case of the combined action of multiplicative noise with Cauchy distribution and additive noise with Gaussian distributions: (a) - different value  $\sigma_{\eta}$  and at fixed value  $\gamma$ ; (b) - different value  $\gamma$  and at fixed value  $\sigma_{\eta}$ .

В околиці малих значень  $\gamma$  похибка  $MSE_{\tau}$  приймає максимальне значення, що можна пояснити зменшенням рівня сигналу в спостереженні щодо рівня адитивної завади. Далі зі збільшенням  $\gamma$  придушення сигналу зменшується, а його рівень до адитивної завади  $\sigma_{\eta}$  збільшується. Відповідно похибка  $MSE_{\tau}$  оцінки часу затримки буде зменшуватись. При подальшому збільшенні значення  $\gamma > 1$  складова спостереження  $\xi(t)_{s_{np}}(t)$  зменшується відносно адитивної завади  $\sigma_{\eta}$ , що призводить до збільшення похибка  $MSE_{\tau}$ . З рисунку легко помітити, що при будь-якому значенні параметру  $\gamma$  мультиплікативної завади оцінки отримані з використанням ВКФ незадовільні.

### Висновки

Застосування BDS-статистики та запропонованої на її основі цільової функції дозволяє визначати затримку імпульсного сигналу в умовах дії мультиплікативної та адитивної завад. Статистичне моделювання чисельного алгоритму оцінки затримки, з використанням ЦФ для декількох розподілів щільності імовірності мультиплікативної та адитивної завад, показало, що якість емпірично визначеної затримки не критично залежить від розподілу завад. Вибір параметрів ЦФ дозволяє отримувати оцінки затримки сигналу з прийнятною похибкою. Проведене дослідження дає підставу говорити про ефективність використання непараметричної BDS-статистики для оцінки часу затримки сигналу в той час, як ефективних методів оцінки затримки сигналу в умовах сумісної дії мультиплікативною та адитивною завад з невідомими законами розподілу імовірностей практично не існує.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- [1] *Shelukhyn O.* "Negaussovskiye sluchaynye protsessy v radiotekhnike" [Non-Gaussian random processes in radiotechnics], Moskva: Radio i svyaz, 2001.
- [2] *Artiushenko V.M., Volovach V.I and Budylo V.N.* "Otsenka vliyaniya korrelirovanykh negaussovskiykh pomekh na tochnost izmereniya informatsionnykh parametrov signala" [Evaluation of the effect of correlated non-Gaussian interference on the accuracy of measuring the information parameters of a signal], Physics of wave processes and radio technical systems, no. 2(21), pp. 30-38, 2018.
- [3] *Artiushenko V.M., Volovach V.I and Ivanov V.V.* "Statisticheskie kharakterystiky signalov s pomekh radiotekhnicheskikh ystroystv blizhnego deystviya" [Statistical characteristics of signals and interference of short-range radio devices], News of higher educational institutions. Instrumentation, no. 7(57), pp. 46-50, 2014.
- [4] *Kostenko P.* "Osnovy statystychnoi teorii informatsiyno-vymiryvalnykh radiotekhnichnykh system: pidrychnyk" [Fundamentals of the statistical theory of information and measurement radio technical systems: a textbook] / Kostenko P. and Falkovych S., Kharkiv, 612 p., 2021. ISBN 978-966-468-099-5.
- [5] *Kostenko P., Slobodianiuk V. and Dukin H.* "Porivnyal'nyy analiz rozdil'noyi zdatnosti nepara-metricchnoho BDS-kryteriyu ta kryteriyu maksimal'noyi pravdopodobnosti otsinyuvannya zatrymky y doplerivs'koho zsvuvu chastoty impulsnoho syhnalu" [Comparative analysis of the resolution of the nonparametric BDS criterion and the maximum likelihood criterion for estimating the delay and Doppler shift of the pulse signal frequency], News of higher educational institutions. Radioelectronics, No. 10, pp. 605-621, 2022. <https://doi.org/10.20535/S0021347022120081>.
- [6] *Slobodianiuk V.* "Neparametrychnyy metod otsinky chastoty Doplera shyrokosmuhovoho syhnalu, spot-vorenogo adyativnym shumom z nevidomoyu shchil'nistyuu rozpodilu imovirnostey" [A nonparametric method for estimating the Doppler frequency of a broadband signal distorted by additive noise with an unknown probability distribution density], Information processing systems, No. 4(171), pp. 62-75, 2022. <https://doi.org/10.30748/soi.2022.171.07>.
- [7] *Lin Z.* Wideband ambiguity function of broadband signals, The Journal of the Acoustical Society of America, No. 6(83), pp. 2108-2116, 1988. <https://doi.org/10.1121/1.396391>.
- [8] *Dronkin, E. and Mrachkovsky, O.* Wide-band ambiguity function of finite volume, Radioelectronics and Communications Systems, No. 2(53), pp. 95-105, 2010. <https://doi.org/10.3103/S0735272710020044>
- [9] *Broock W., Scheinkman J., Dechert W. and LeBaron B.* A test for independence based on the correlation dimension, Econometric Reviews, No. 3(15), pp. 197-235, 1996. <https://doi.org/10.1080/07474939608800353>.

**A METHOD OF DETERMINING THE TIME DELAY OF SIGNAL IN CONDITIONS  
OF A PRIORI UNCERTAINTY OF A COMPLEX NOISE SITUATION**

**P. Kostenko<sup>1</sup>, V. Slobodyanuk<sup>1</sup>, M. Alonkyn<sup>1</sup>, M. Rovetskii<sup>1</sup>, I Rovetskii<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*Ivan Kozhedub Kharkiv National Air Force University (KNAFU),  
77/79 Sumska St., UA – 61023 Kharkiv, Ukraine*

*[kpyu@ukr.net](mailto:kpyu@ukr.net), [sloval@i.ua](mailto:sloval@i.ua), [winneeeerr@gmail.com](mailto:winneeeerr@gmail.com), [misharovetskyi@gmail.com](mailto:misharovetskyi@gmail.com)*

<sup>2</sup>*Lviv State University of Life Safety,  
35 Kleparivska St. UA-79007, Lviv, Ukraine  
[rovetskii.ivan@gmail.com](mailto:rovetskii.ivan@gmail.com)*

The conference paper presents a non-parametric method for solving the problem of estimating the time delay of a broadband impulse signal with binary phase manipulation by the Barker code taking into account the Doppler factor of the received signal using BDS (Brock, Dechert, and Scheinkman) statistics. The time delay estimation has been performed under the condition of a priori uncertainty about the probability density function of the multiplicative and additive noise in the signal observation. The method is based on minimizing the objective function that utilizes BDS statistics of the observation. The delay has been determined by minimizing the objective function concerning the unknown delay using BDS statistics. Objective functions obtained for different parameters of BDS statistics have been studied.

For example, researched multiplicative and additive noise with Gaussian distribution. Special attention was paid to the case multiplicative noise was described by a random process with a Cauchy distribution, which is characterized by "heavy" tails it means large but rare values of the random process cannot be neglected. It got characteristics of delay estimation accuracy for different parameters of noise and different parameters of BDS statistics which are determined by the size of the pseudo-phase space and the radius of coverage for the image of the signal in this space. It has shown that there are parameters of the algorithm that allow implementing the proposed non-parametric method of estimating the time delay of signal and ensuring its effectiveness. A comparative analysis of the proposed method with the traditional method of maximum likelihood estimation which for Gaussian noise, reduces to the maximization of the cross-correlation function of the observation and the signal model. In the case combined action of the presented multiplicative and additive noise, the method of maximum likelihood is not effective at the same time, the proposed non-parametric method always provides sufficient evaluation efficiency in the conditions of the combined action of a priori unknown distributions of multiplicative and additive disturbances.

*Key words:* BPSK signal; additive noise; multiplicative noise; BDS statistics; objective function; accuracy.

*Стаття надійшла до редакції 15.01.2024  
Прийнята до друку 12.02.2024*