

УДК 539.3

ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАКОНОМІРНОСТЕЙ ТЕРМОМЕХАНІЧНИХ ПРОЦЕСІВ У ШАРУВАТИХ ПЛАСТИЧНО ДЕФОРМІВНИХ ТІЛАХ ЗА УМОВ, ЩО МОДЕЛЮЮТЬ ЕКСПЛУАТАЦІЙНІ

Віра МИХАЙЛИШИН

*Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я.С.Підстригача НАН України,
вул. Наукова, 36, Львів, 79060
e-mail: vira.mykhailyshyn@gmail.com*

Сформульовано задачу термомеханіки для шаруватих термочутливих пластично деформівних тіл. Запропоновано загальний підхід до її розв'язування на підставі методу скінченних елементів, який для задачі про напружено-деформований стан враховує розрахункові схеми стосовно покрокових апроксимації та лінеаризації вихідних співвідношень. Досліджено термомеханічні процеси у тришаровій сфері, виготовленій з двох матеріалів, для двох варіантів розміщення матеріалів. З'ясовано вплив розміщення матеріалів на формування напружень і зроблено висновки про доцільність застосування одного з варіантів на підставі розрахункової оцінки напруженого стану.

Ключові слова: теорія теплопровідності, теорія пластичного неізотермічного течіння, метод скінченних елементів, шаруваті тіла, напруження, деформації, зміцнення.

Прогнозування здатності структурно неоднорідних тіл, якими можуть бути елементи конструкцій, вузли сучасної техніки чи вироби в цілому, працювати при високих, загалом змінних у часі температурах, має практичний і теоретичний інтерес. Оцінка виникаючих напружень експериментальним шляхом дає підстави зробити досить обмежені висновки щодо закономірностей їхніх розподілів залежно від геометричних параметрів досліджуваних фізичних об'єктів, матеріалів, величини та характеру термічних впливів. Є багато теоретичних праць, які ґрунтуються на теорії пружності, і для шаруватих тіл здебільшого досліджені деформаційні явища, спричинені механічними навантаженнями [6, 17]. Прогнозування теплових і механічних процесів у кусково-однорідних тілах, теоретично і фізично обґрунтоване, є

важливою технологічною, прикладною та науковою проблемою. Мета нашої праці – дослідити шаруваті тіла в умовах термічних впливів, які можуть моделювати технологічні умови їхнього виготовлення чи експлуатації.

Значну частину досліджень у цьому напрямі становлять праці з вивчення термомеханічних процесів у рамках припущень про пружне деформування, для тіл канонічної форми у стаціонарних теплових режимах та багатьох інших припущень. Ця праця зорієнтована на теоретичне обґрунтування оцінки параметрів температурного та напружено-деформованого станів, базується на теорії нестационарної теплопровідності [8] та теорії пластичного неізотермічного течіння з ізотропно-кінематичним зміцненням [12], методі скінчених елементів (МСЕ) [10] для розв’язування відповідних крайових задач математичної фізики для шаруватих тіл. Розрахункові схеми МСЕ розвинуті в [5, 11] стосовно використовуваного варіанта теорії пластичності та методів лінеаризації покрово апроксимованої вихідної задачі про напружено-деформований стан. Запропонований досить загальний теоретичний підхід дає змогу в сукупності врахувати важливі для оцінки виникаючих напружень явища зміцнюваності матеріалів, які можуть деформуватись пластично за фізично нелінійним законом, та термочутливості матеріалів для тіл неканонічної форми.

Задача теплопровідності та задача про напружено-деформований стан, спричинений термічними чинниками та можливими механічними впливами, формулюється для шарувато неоднорідного тіла, яке складається з N шарів, характеристики матеріалів яких і їхня температурна залежність в розглядуваних температурних діапазонах відома. Розглядувані нестационарні теплові процеси реалізуються при охолодженні завдяки конвективному теплообміну з середовищем через вільні зовнішні поверхні. Припускається можливість виникнення пластичних деформацій, спричинених певними термомеханічними чинниками впливу. Процеси вважають квазістатичними, геометрично лінійними при можливих великих переміщеннях. Враховують зміцнення матеріалів за межею пружності, що математично описується відповідними модельними наближеннями. Шарувате тіло розглядають у декартовій системі координат (x_1, x_2, x_3) , в якій воно займає у початково недеформованому та початково ненапруженому станах область Ω_0 з обмежуючою поверхнею Γ_0 та розділюючими шари поверхнями η_k ($k = 1, 2, \dots, N - 1$). Взаєморозміщення обмежуючої Γ_0 та розділюючих η_k поверхонь довільне та стосовно координатних поверхонь на відміну від обмежень [7], в якій ці поверхні паралельні між собою і паралельні до відповідних координатних. Припускають ідеальний тепловий і механічний контакти між шарами. Температурне поле у k -му шарі описується рівнянням теплопровідності [8]

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\lambda_q^{(k)}(T) \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) = C^{(k)}(T) \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

з початковою умовою

$$T(\{x\}, t)|_{t=t_0} = T_0(\{x\}) \quad (2)$$

та граничною умовою

$$-\lambda_q^{(k)}(T) \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{\Gamma_{01}} = \beta(T) (T(\{x\}, t) - T_C) \quad (3)$$

теплообміну через частину поверхні $\Gamma_{01} \subset \Gamma_0$. Крім того, при ідеальному тепловому контакті між шарами на розділюючих сфери поверхнях $\eta = \eta_k$ неперервність температур і рівність теплових потоків через ці поверхні виражається співвідношеннями

$$T^{(k)}|_{\eta_k} = T^{(k+1)}|_{\eta_k}, \quad \lambda_q^{(k)} \frac{\partial T^{(k)}}{\partial \eta} \Big|_{\eta_k} = \lambda_q^{(k+1)} \frac{\partial T^{(k+1)}}{\partial \eta} \Big|_{\eta_k} \quad (4)$$

відповідно. У формулах (1) – (4) і далі введено позначення T для температури тіла, T_0 – для початкової температури, T_C – для температури середовища, t – для часу, λ_q – для коефіцієнта теплопровідності, C – для питомої об'ємної теплоємності, n – для зовнішньої нормалі до поверхні, β – для коефіцієнта тепловіддачі у середовище. Верхній індекс (k) означає номер шару.

Задача про напружено-деформований стан пластично деформівного тіла, яке зазнає температурних чинників впливу і, крім того, може потрапляти під вплив статичного механічного навантаження, формулюється в змінних Лагранжа на основі фізичного рівняння теорії пластичного неізотермічного течіння з ізотропно-кінематичним зміцненням [12]. До цієї задачі входить рівняння рівноваги [3], геометричне лінійне співвідношення [3] і вищезазначене рівняння стану [12], яке для k -го шару набуває вигляду:

$$\begin{aligned} \{d\sigma\} = & \left([D]^{(k) t+dt} - \frac{9}{4(\bar{\sigma}_i^t)^2} \cdot \frac{[D]^{(k) t+dt} \{\bar{s}\}^t \{\bar{s}\}^{t'} [D]^{(k) t+dt}}{H^{(k) t} + 3G^{(k) t+dt}} \right) (\{d\varepsilon\} - \{d\varepsilon^T\}) + \\ & + \left([dD]^{(k)} - \frac{9}{4(\bar{\sigma}_i^t)^2} \cdot \frac{[D]^{(k) t+dt} \{\bar{s}\}^t \{\bar{s}\}^{t'} [dD]^{(k)}}{H^{(k) t} + 3G^{(k) t+dt}} \right) (\{\varepsilon\}^t - \{\varepsilon^p\}^t - \{\varepsilon^T\}^t) + \quad (5) \\ & + \frac{3}{2\bar{\sigma}_i^t} \cdot \frac{[D]^{(k) t+dt} \{\bar{s}\}^t \frac{\partial \bar{\sigma}_i^t}{\partial T}}{H^{(k) t} + 3G^{(k) t+dt}} dT. \end{aligned}$$

Граничними умовами цієї задачі при закріпленні тіла на частині поверхні $\Gamma_{0u} \subset \Gamma_0$ і механічних навантаженнях на частині поверхні $\Gamma_{0\sigma} \subset \Gamma_0$ ($\Gamma_{0u} \cup \Gamma_{0\sigma} = \Gamma_0$, $\Gamma_{0u} \cap \Gamma_{0\sigma} = \emptyset$) є умова

$$\{u\}|_{\Gamma_{0u}} = \{u^*\} \quad (6)$$

та умова

$$[n]' \{\bar{\sigma}\}|_{\Gamma_{0\sigma}} = \{P_n\}. \quad (7)$$

Співвідношення (5) описує поведінку пластично деформівних термочутливих зміцнюваних у процесі деформування матеріалів. В рівнянні стану (5) прирости напружень Піоли-Кірхгофа другого роду $\{d\sigma\}$ виражаються через повні $\{\varepsilon\}$, пластичні $\{\varepsilon^p\}$, температурні $\{\varepsilon^T\}$ деформації Гріна; їхні прирости $\{d\varepsilon\}$, $\{d\varepsilon^T\}$; через інтенсивність досягнутих приведених до центру поверхні текучості напружень $\bar{\sigma}_i$; матрицю $[D]$ пружних сталей та її пов'язаний із температурою приріст $[dD]$; G – модуль пружності при зсуві; через H – миттєве значення тангенса кута нахилу ізотермічної кривої деформування “інтенсивність деформацій ε_i – інтенсивність напружень σ_i ”; через девіаторні компоненти $\{\bar{s}\}$ приведених до центру поверхні текучості попередньо досягнутих напружень; $\bar{\sigma}_i$ – інтенсивність напружень Коші [12]. У формулах (6), (7) $\{\bar{\sigma}\}$ – вектор початкових напружень Піоли-Кірхгофа першого роду, $[n]$ – матриця напрямних косинусів зовнішньої нормалі $\{n\}$ до поверхні Γ_0 , $\{P_n\}$ – вектор

поверхневих навантажень на частині поверхні $\Gamma_{0\sigma} \subset \Gamma_0$. У формулах (5), (7) символ “ ρ ” означає операцію транспонування. Верхні індекси “ t ” і “ $t + dt$ ” засвідчують моменти деформування t і $t + dt$, відповідно.

Крім того, для жорстко зв'язаних складових шарів на розділюючих поверхнях η_k справджується неперервність переміщень і напружень, що виражається умовами

$$\{u\}^{(k)}|_{\eta_k} = \{u\}^{(k+1)}|_{\eta_k}, \quad \{\sigma\}^{(k)}|_{\eta_k} = \{\sigma\}^{(k+1)}|_{\eta_k}. \quad (8)$$

Сформульована сукупністю рівняння рівноваги [3], геометричного лінійного співвідношення [3] і співвідношень (5) – (8) задача про напружено-деформований пружно-пластичний стан тіла є задачею стосовно невідомих переміщень $\{u\}$, деформацій $\{\varepsilon\}$ і напружень $\{\sigma\}$. Розв'язок цієї задачі на відміну від задач теорії пружності не точно описує механічну поведінку пластично деформованих тіл, оскільки рівняння стану (5) цієї теорії й інших відомих теорій пластичності не є точними стосовно критеріїв пластичного деформування. Це означає, що інтенсивність деформацій ε_i та інтенсивність напружень σ_i , отриманих на підставі розв'язку сформульованої задачі, не задовольняють експериментальну криву деформування матеріалу “ $\varepsilon_i - \sigma_i$ ”, функціонально описану критерієм пластичного деформування. В цій праці критерієм пластичного деформування є модифікована на випадок ізотропно-кінематичного зміцнення умова [4]

$$\sqrt{\frac{3}{2} \{\bar{s}\}^{t'} \{\bar{s}\}^t} = \sigma_T + \beta^* b (\varepsilon_i^p)^m \quad (0 \leq \beta^* \leq 1) \quad (9)$$

$$\{\bar{s}\}^t = \{\bar{\sigma}\}^t - \{1, 1, 1, 0, 0, 0\}' \bar{\sigma}_0^t,$$

$$\{\bar{\sigma}\}^t = \{\sigma\}^t - \{\gamma\}^t, \quad \bar{\sigma}_0^t = \frac{1}{3} \{1, 1, 1, 0, 0, 0\} \left(\{\sigma\}^t - \{\gamma\}^t \right),$$

яка єдиним виразом записана на підставі прийнятого в [12] критерію. У формулах (9) σ_T означає межу текучості матеріалу; ε_i^p – інтенсивність пластичних деформацій; β^* , b , m – характерні для матеріалу параметри зміцнення, з допомогою яких апроксимується експериментальна крива деформування; $\{\gamma\}$ – зміщений у просторі напружень центр поверхні текучості, заданої першою формулою з (9). Це зміщення математично виражається правилом Ціглера [20]

$$\{d\gamma\} = d\mu \left(\{\sigma\}^t - \{\gamma\}^t \right), \quad (10)$$

в якому множник $d\mu$ в явному стосовно критерію (9) вигляді [4] отриманий на підставі співвідношення [19] в неявній формі. Критерій (9) найбільш фізично обґрунтований при параметрі зміцнення $\{\gamma\} \neq 0$ ($t > 0$), $0 < \beta^* \leq 1$ [12], який разом з параметрами b , m є ізотропно-кінематичним модельним наближенням відповідно до кривої деформування “ $\varepsilon_i - \sigma_i$ ” зміцнюючих властивостей матеріалу. Цей критерій допомагає також моделювати поведінку ідеального матеріалу ($\{\gamma\} = 0$, $\beta^* = 0$), ізотропно зміцнюваного ($\{\gamma\} = 0$, $0 < \beta^* \leq 1$) та кінематично зміцнюваного ($\{\gamma\} \neq 0$ ($t > 0$), $\beta^* = 0$) [12], які менш достовірно узгоджуються з кривою деформування.

Розв'язок сформульованої вище задачі стосовно невідомих механічних параметрів стану без доповнення критерієм (9) з конкретизацією у формі (10) не задовольняє цей критерій. Це пов'язано з незадовільною узгодженістю співвідношення (5) між

деформаціями та напруженнями з експериментальною кривою деформування матеріалу. Відомі підходи до розв'язування задач механіки на підставі різних рівнянь стану при пластичному деформуванні полягають у знаходженні розв'язків задач без доповнення певними критеріями пластичного деформування та ітераційного уточнення цих розв'язків відповідно до кривої деформування і її функціонально заданого у формі критерію аналогу [11, 13, 16].

Розв'язування сформульованої задачі в аналітичному вигляді навіть для областей канонічної форми, однорідних, у стаціонарних теплових процесах та інших часткових випадках може бути пов'язане з принциповими труднощами або практично неможливим. Підхід, запропонований з використанням розрахункових схем МСЕ, дає змогу розв'язувати конкретні задачі на підставі наведеної постановки для тіл неканонічної форми, з довільною кількістю складових шарів з різних матеріалів при довільному взаєморозміщенні обмежуючої та розділюючих шари поверхонь, при довільному характері розподілу додаткового до температурного статичного механічного навантаження, у нестационарному тепловому процесі, з довільно заданим характером температурної залежності необхідних для розрахунків термомеханічних характеристик матеріалів і ін.

Розв'язування задач розрахунковими підходами МСЕ ґрунтується на їхніх еквівалентних варіаційних формулюваннях: на формулюванні [14] для задачі теплопровідності та принципі віртуальної роботи [3] для задачі про напружено-деформований стан. Розв'язування задачі розрахунку з допомогою МСЕ напружено-деформованого стану відбувається так: у межах кроку при покроковій апроксимації [2, 13] розв'язується лінеаризована задача без врахування критерію пластичності, розв'язок якої уточнюється ітераційним шляхом відповідно до кривої деформування та критерію пластичності, що є функціональним аналогом кривої. Питання, пов'язані з розвитком обчислювальних схем МСЕ стосовно використовуваного варіанту теорії течіння, конструюванням ключових рівнянь МСЕ для покроково апроксимованої лінеаризованої задачі, організацією уточнюючого розв'язки ітераційного процесу, функціональні можливості розробленого програмного забезпечення опрацьовані в [5, 11]. Розроблена методика та програмне забезпечення допомагають прогнозувати термомеханічні явища на підставі двовимірних задач термопластичності для шаруватих пружних та ідеальних або зміцнених пружно-пластичних тіл з довільною обмежуючою поверхнею і довільно орієнтованими розділюючими шари поверхнями при просторовій у межах кожного шару однорідності термочутливих складових матеріалів. Чинники впливу на напружено-деформований стан – неізотермічні теплові і (або) силові.

Запропонований підхід проілюстрований на розв'язуванні задач для шаруватої порожнистої сфери з внутрішнім радіусом R_1 і зовнішнім радіусом R_2 , що охолоджується від початкової однорідно розподіленої температури завдяки конвективному теплообміну з середовищем через поверхню $r = R_2$ при термоізоляції поверхні $r = R_1$. Нехай сфера складається з N шарів із сферичними коаксіальними розділюючими шари поверхнями $\eta_k = r_k$ ($k = 1, 2, \dots, N - 1$), між якими є ідеальний тепловий і механічний контакти.

Еволюція термомеханічних станів у процесі охолодження сфери описується співвідношеннями задачі теплопровідності та задачі про напружено-деформований

стан у сферичній системі координат (r, θ, φ) . У зв'язку з геометричною симетрією початково недеформованого тіла в цій системі координат та симетрією умов термічного впливу вивчається термомеханічний процес в області Ω_0 як області четвертої частини вертикального діаметрального перерізу. Задача осесиметрична. Для задачі теплопровідності початковою умовою є умова (2). Граничною умовою конвективного теплообміну з середовищем через поверхню $r = R_2$ при теплоізолюваній поверхні $r = R_1$ є умова

$$-\lambda_q^{(1)} \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_2} = \beta(T - T_C), \quad (11)$$

де $\lambda_q^{(1)}$ – коефіцієнт теплопровідності матеріалу зовнішнього шару, який примикає до поверхні $r = R_2$. Граничними умовами на перерізах Γ_{01} та Γ_{02} області Ω_0 , що відповідають $\theta = 0$ та $\theta = \pi/2$, є умови відсутності теплових потоків через ці перерізи і виражаються співвідношеннями

$$\frac{\partial T}{\partial \theta} \Big|_{\theta=0} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\frac{\pi}{2}} = 0. \quad (12)$$

Умови ідеального теплового контакту між шарами описують формулами (4).

Прогнозування температурних напружень, спричинених нестационарним процесом охолодження, відбувається на підставі теорії пластичного течіння з фізичним рівнянням (5) [12]. Відповідна задача про напружено-деформований стан охоплює граничні умови стосовно нерозривності переміщень u_θ на перерізах Γ_{01} та Γ_{02} області Ω_0

$$u_\theta|_{\theta=0} = 0, \quad u_\theta|_{\theta=\frac{\pi}{2}} = 0 \quad (13)$$

та граничні умови на поверхнях $r = R_1$ та $r = R_2$

$$\sigma_r|_{r=R_1} = 0, \quad \sigma_r|_{r=R_2} = 0 \quad (14)$$

для сферичного тіла, вільного від механічних навантажень. Ідеальний механічний контакт між шарами означає виконання умов (8).

На практиці можуть виникнути питання, які пов'язані з вибором і розташуванням складових матеріалів так, щоб при виготовленні чи експлуатації такого кусково-однорідного сферичного тіла виникаючі напруження були меншими.

Як приклад вивчають тепловий і механічний процеси у тришаровій виготовленій із двох матеріалів сфері з шарами однакової товщини для двох варіантів розміщення матеріалів. Перший, який примикає до поверхні $r = R_2$, і третій, який примикає до поверхні $r = R_1$, шари виготовлені з того самого матеріалу. Розглядають два випадки, які відрізняються розташуванням одного з двох матеріалів або поблизу вільних сферичних зовнішніх поверхонь, або його розміщенням у середньому внутрішньому шарі. З'ясовують вплив таких розміщень матеріалів на напружено-деформований стан у нестационарному процесі охолодження від однорідної температури $T_0 = 300^\circ\text{C}$ до температури середовища $T_C = 20^\circ\text{C}$ з коефіцієнтом тепловіддачі у середовище $\beta = 56 \text{ кВт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$. Розділюючими шари поверхнями є поверхні $\eta_1 = r = \frac{R_1 + 2R_2}{3}$ та $\eta_2 = r = \frac{2R_1 + R_2}{3}$. Тоді при розв'язуванні задачі теплопровідності з початковою умовою (2), граничними умовами (11), (12) і контактними умовами (4) та при розв'язуванні задачі про напружено-деформований стан з граничними умовами (13), (14) і контактними умовами (8) кількість шарів $N = 3$.

Геометрична область сферичного порожнистого тіла задається внутрішнім радіусом $R_1 = 0,05$ м і зовнішнім радіусом $R_2 = 0,1$ м. Складовими матеріалами сфери є сталь 0X13 та сплав ТС-5. Необхідні для розрахунків довідкові дані про термомеханічні термочувливі та постійні характеристики цих матеріалів є в [1, 9, 12, 15, 18]. Оскільки немає довідкових даних щодо параметрів зміцнення для сплаву ТС-5, то роблять припущення про деформування цього матеріалу як ідеального пружно-пластичного. Сталь 0X13 при оцінці температурних напружень тришарової сфери почергово моделюється ідеальним матеріалом, кінематично зміцнюваним та ізотропно-кінематично зміцнюваним. Параметрами ізотропного зміцнення для сталі 0X13 є $\beta^* = 0,515$, $b = 2208$ МПа, $m = 0,435$ [12].

Сітка з 135 скінченних елементів утворена перетином концентричних віддалених у радіальному напрямі на відстані $\frac{R_2-R_1}{9}$ дуг з радіальними прямими, рівномірно поділяючими кут $[0, \pi/2]$ на 15 кутів.

Задачу теплопровідності розв'язують з початковим кроком по часу $(\Delta t)_0 = 1$ сек і укрупненими часовими кроками зі зменшенням градієнтності температурного поля. Вузлові значення температури отримали для $N_T = 680$ кроків. Розрахунково змодельований тепловий процес охолодження до температури $T \approx 20^\circ \text{C}$ триває протягом $t^* = 420$ сек = 7 хв.

Для розрахунку температурних напружень, спричинених тепловим режимом охолодження, зроблено додаткове укрупнення часових інтервалів для забезпечення вищої високої швидкості обчислень, яке практично не впливає на їхню точність. У підсумку механічний процес простежується протягом $N_{\text{НДС}} = 63$ кроків.

Для аналізу температурних напружень отримали та проаналізували результати для таких випадків розміщення матеріалів. У першому випадку матеріали шарів розміщені, починаючи від поверхні $r = R_2$, так: сталь 0X13 – сплав ТС-5 – сталь 0X13. В другому випадку їхнє розміщення таке: сплав ТС-5 – сталь 0X13 – сплав ТС-5. Результати розрахунково змодельованого термомеханічного процесу зображено на рис. 1 та рис. 2 для вибіркового часових моментів простежування $t = 5$ сек та $t = 420$ сек вздовж радіального перерізу, який перетинає точки інтегрування скінченних елементів.

Шарувата неоднорідність розглядуваної сфери несуттєво впливає на розподіл температурного поля. Наявність матеріалу в середньому шарі, який відмінний від матеріалів, що примикають до вільних сферичних поверхонь, робить помітний вплив на розподіл напружень (рис. 1, 2). У зв'язку з інтенсивною віддачею тепла через поверхню $r = R_2$, особливо на початку охолодження, в цій приповерхневій зоні локалізуються суттєві напруження для модельних наближень для ідеального матеріалу та в припущенні кінематичного та ізотропно-кінематичного зміцнення сталі 0X13 для обох варіантів розміщення шарів. Для ідеального матеріалу вони найменші, порівнюючи з іншими модельованими варіантами зміцнення в рамках розглядуваного варіанта розміщення шарів. Максимальні розтягуючі напруження виникають на початку охолодження (наприклад, при $t = 5$ сек). Внаслідок повного охолодження відбувається їхній перерозподіл так, що в зоні високих початкових градієнтів температур поблизу поверхні $r = R_2$ ці напруження стискаючі і менші за величиною порівняно з початковими інтервалами охолодження. Ці закономірності характерні для обох варіантів розміщення матеріалів.

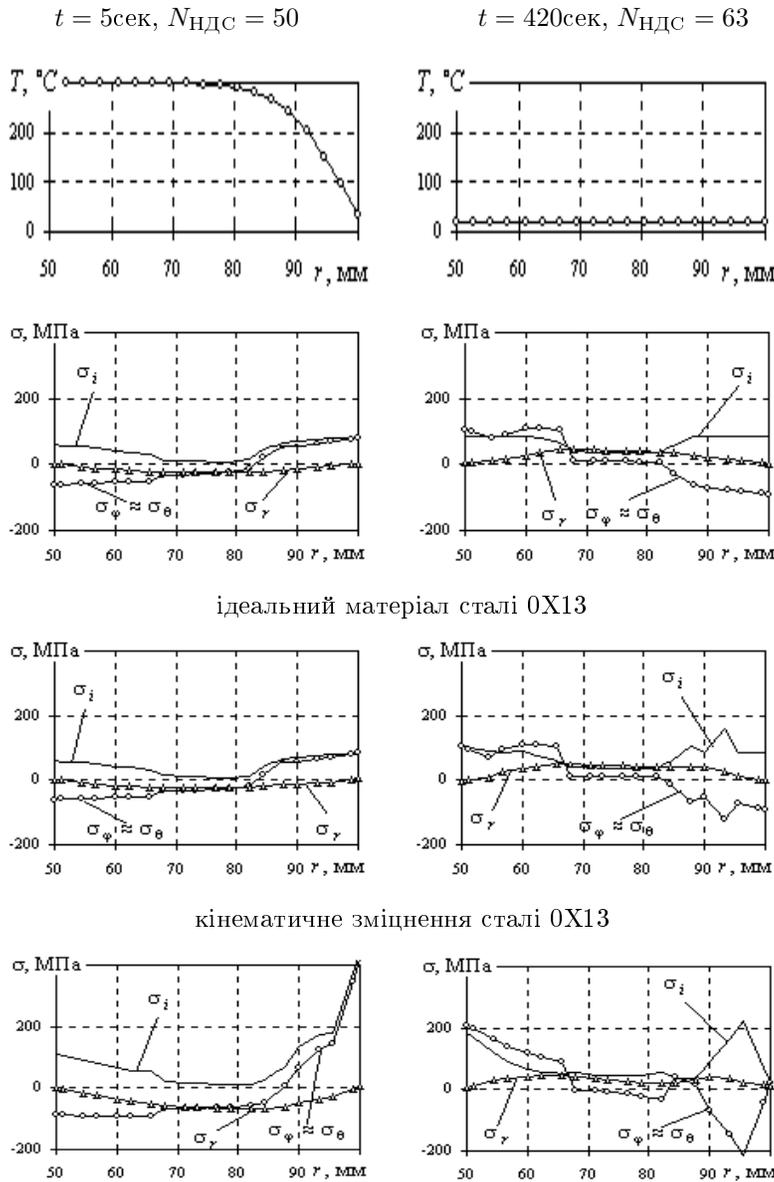
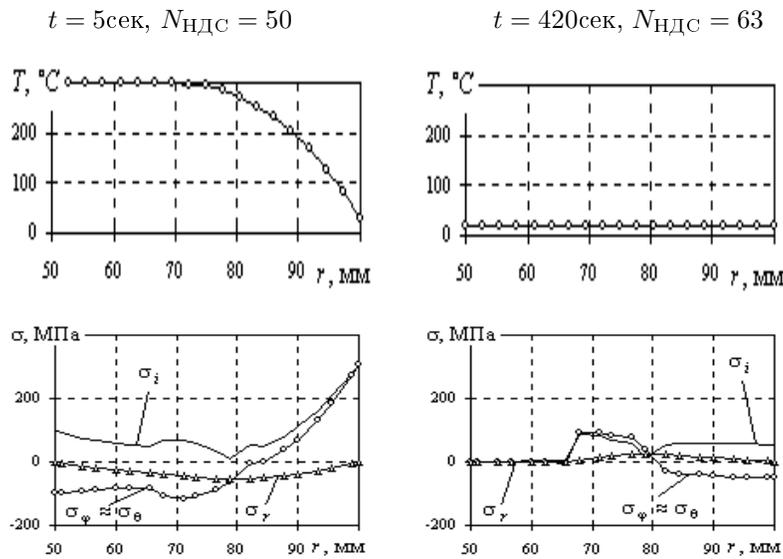


Рис. 1.

Важливими з інженерних міркувань є висновки про доцільність використання певного варіанта складеної шаруватої сфери на підставі оцінки виникаючих напружень.



ідеальний матеріал сталі 0X13

Рис. 2.

Розрахунково спостережуваний деформаційний процес у випадку розміщення шарів відповідно до першого варіанта відбувається при пластичному деформуванні протягом всього охолодження. При моделюванні ізотропно-кінематичного зміцнення як найбільш узгодженого з експериментальною кривою деформування матеріалу для шарів із сталі 0X13, які контактують з вільними сферичними поверхнями, досить суттєві максимальні розтягуючі напруження локалізовані поблизу поверхні $r = R_2$ (рис. 1). Вони можуть бути небезпечними для експлуатації в умовах високих градієнтів температур. Для високопластичної сталі 0X13 ці напруження перевищують межу текучості $\sigma_T = 96$ МПа при 20°C [12] (рис. 1).

У випадку розміщення шарів так, що шари з сплаву ТС-5 контактують із сферичними обмежуючими поверхнями, а середній шар виготовлений із сталі 0X13, максимальні розтягуючі напруження локалізовані в околі поверхні $r = R_2$, зокрема на початку охолодження, є також високими (рис. 2). Навіть при високих початкових градієнтах температур розрахунково спостережуване пластичне деформування починає відбуватись лише з часу $t = 3,6$ сек при моделюванні поведінки сталі 0X13 ідеальним матеріалом або кінематично зміцнюваним. Результати стосовно величини та характеру напружень для ідеального та кінематично зміцнюваного матеріалів практично збігаються, оскільки при пружному деформуванні до моменту $t = 3,6$ сек зміцнення не відбувається, а наступний деформаційний процес за фізично нелінійним законом (5) при меншій градієнтності температурного поля і незначних зонах пластичного деформування не приводить до суттєвої відмінності напружень у припущенні ідеального та кінематично зміцнюваного матеріалів. При моделюванні ізотропно-кінематичного зміцнення як найбільш фізично обґрунтованого деформування має пружний характер протягом розглядуваного температурного режиму охолодження. Це означає, що інтенсивність σ_i максимальних напружень не перевищує

межі текучості σ_T сплаву ТС-5. Тому сферичне тіло в розглянутому температурному режимі з шарами, матеріали яких розміщені у порядку сплав ТС-5 – сталь 0Х13 – сплав ТС-5, має більший ресурс міцності, ніж сфера з шарами, матеріали яких розміщені, починаючи від зовнішньої поверхні, у порядку сталь 0Х13 – сплав ТС-5 – сталь 0Х13.

Дослідження виконано за часткової фінансової підтримки ДФФД (проект № Ф41.2/001).

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. *Бернштейн М.Л.* Механические свойства металлов / *М.Л. Бернштейн, В.А. Займовский* – М.: Металлургия, 1979. – 496 с.
2. *Бондарь В.С.* Шаговый метод решения задач нелинейного поведения конструкций / *В.С. Бондарь, В.В. Даншин, А.Н. Фролов* // Прикл. пробл. прочности и пластичности. Методы решения задач упругости и пластичности. – 1986. – С. 26-31.
3. *Васидзу К.* Вариационные методы в теории упругости и пластичности / *К. Васидзу* – М.: Мир, 1987. – 542 с.
4. *Гачкевич О.Р.* Математичне моделювання і дослідження напруженого стану тіл у процесі охолодження при високотемпературному відпалі / *О.Р. Гачкевич, В.С. Михайлишин* // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2004. – Т. 47, № 3. – С. 186-198.
5. *Гачкевич О.* Числова методика розв'язування задач термомеханіки тіл у разі охолодження в процесі високотемпературного відпалювання / *О. Гачкевич, В. Михайлишин, А. Равська-Скотнічна* // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. прикл. матем. та інформ. – 2007. – Вип. 12. – С. 78-92.
6. *Григоренко Я.М.* Розв'язання задач теорії оболонок на основі дискретно-континуальних методів / *Я.М. Григоренко, В.Д. Будаєв, О.Я. Григоренко* – Миколаїв: Ілюн, 2010. – 294с.
7. *Григоренко Я.М.* Задачи теории упругости неоднородных тел / *Я.М. Григоренко, А.Т. Василенко, Н.Д. Панкратова* – К.: Наук. думка, 1991. – 216 с.
8. *Коваленко А.Д.* Термоупругость / *А.Д. Коваленко* – К.: Вища шк., 1975. – 216 с.
9. *Лившиц Б.Г.* Физические свойства металлов и сплавов / *Б.Г. Лившиц, В.С. Крапошин, Я.Л. Липецкий* – М.: Металлургия, 1980. – 320 с.
10. *Толок В.А.* Метод конечных элементов: теория, алгоритмы, реализация / *В.А. Толок, В.В. Киричевский, С.И. Гометок, С.Н. Гребенюк, Д.П. Бувайло* – К.: Наук. думка, 2003. – 316 с.
11. *Михайлишин В.* Ітераційні процедури для задач неізотермічної пружно-пластичності з ізотропно-кінематичним зміцненням / *В. Михайлишин* // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 1999. – Т. 35, № 4. – С. 102-112.
12. *Морозов Е.М.* Неизотермическая модель упругопластического тела с комбинированным законом упрочнения и ее применение для МКЭ-расчета тел с трещинами / *Е.М. Морозов, Г.П. Никишков, Т.А. Черныш* // Аналитические и численные методы решения краевых задач пластичности и вязкоупругости. – Свердловск: Уральск. научн. центр АН СССР, 1986. – С. 87-94.
13. *Писаренко Г.С.* Уравнения и краевые задачи теории пластичности и ползучести: Справ. пособие. / *Г.С. Писаренко, Н.С. Можаровский* – К.: Наук. думка, 1981. – 496 с.
14. *Сахаров А.С.* Метод конечных элементов в механике твердых тел / *А.С. Сахаров, И. Альтенбах* – К.: Вища шк., 1982. – 480 с.
15. *Юрнев В.Н., Лебедев П.Д.* Теплотехнический справочник: Т. 2 / *В.Н. Юрнева, П.Д. Лебедева* – М.: Энергия, 1976. – 897 с.

16. Биргер И.А. Термопрочность деталей машин / И.А. Биргер, Б.Ф. Шорр, И.В. Демьянушко и др. – М.: Машиностроение, 1975. – 456 с.
17. Феденко В.И. Неупругая деформация многослойного материала при растяжении вдоль его слоев / В.И. Феденко // Проблемы обчислювальної механіки і міцності конструкцій. – 2011. – Вип. 17. – С. 254-260.
18. Францевич И.Н. Упругие постоянные и модули упругости металлов и неметаллов / И.Н. Францевич, Ф.Ф. Воронов, С.А. Бажута – К.: Наук. думка, 1982. – 288 с.
19. Allen D.H. A theory for analysis of thermoplastic materials / D.H. Allen, W.E. Haisler // Comput. & Struct. – 1981. – Vol. 13, №1. – P. 129-135.
20. Ziegler H. A modification of Prager's hardening rule / H. Ziegler // Quart. Appl. Math. – 1959. – Vol. 17. – P. 55-65.

*Стаття: надійшла до редакції 26.01.2013
прийнята до друку 16.10.2013*

INVESTIGATION OF REGULARITIES OF THERMOMECHANICAL PROCESSES IN THE LAYERED PLASTIC DEFORMABLE SOLIDS UNDER SIMULATED WORKING CONDITIONS

Vira MYKHAILYSHYN

*Pidsryhach Institute of Applied Problems of Mechanics and Mathematics
of NAS of Ukraine,
Naukova Str., 3b, Lviv, 79060
e-mail: vira.mykhailyshyn@gmail.com*

The problem of the thermomechanics for the layered temperature sensitive plastic deformable solids is formulated. The general approach to solving it based on the finite element method that include for the problem of stress and strain states the calculating schemes concerning step-by-step approximation and linearization of the original relationships is proposed. The thermomechanical processes in three-layered sphere of two materials for two variants of materials placement are investigated. Influence of materials placement on the stresses formation is clarified and conclusions about application expediency of one of variants based on the calculating estimation of stress state are made.

Key words: heat transfer theory, theory of the plastic nonisothermal yielding, finite element method, layered solids, stresses, strains, hardening.

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В СЛОИСТЫХ ПЛАСТИЧЕСКИ ДЕФОРМИРУЕМЫХ ТЕЛАХ ПРИ УСЛОВИЯХ, МОДЕЛИРУЮЩИХ ЭКСПЛУАТАЦИОННЫЕ

Вера МИХАЙЛИШИН

*Институт прикладных проблем механики и математики
им. Я.С.Подстригача НАН Украины,
ул. Наукова, 36, Львов, 79060
e-mail: vira.mykhailyshyn@gmail.com*

Сформулировано задачу термомеханики для слоистых термочувствительных пластически деформируемых тел. Предложен общий подход к ее решению на основании метода конечных элементов, который для задачи о напряженно-деформированном состоянии включает расчетные схемы касательно пошаговых аппроксимаций и линеаризации исходных соотношений. Исследованы термомеханические процессы в трехслойной сфере, изготовленной из двух материалов, для двух вариантов размещения материалов. Выяснено влияние размещения материалов на формирование напряжений и сделано выводы о целесообразности применения одного из вариантов на основании расчетной оценки напряженного состояния.

Ключевые слова: теория теплопроводности, теория пластического не-изотермического течения, метод конечных элементов, слоистые тела, напряжения, деформации, упрочнение.