ISSN 2078-3744. Вісник Львів. ун-ту. Серія мех.-мат. 2012. Випуск 77. С. 167–172
Visnyk of the Lviv Univ. Series Mech. Math. 2012. Issue 77. P. 167–172

УДК 513.6

КВАТЕРНІОННІ АЛГЕБРИ НАД ПСЕВДОГЛОБАЛЬНИМ ПОЛЕМ

Оксана НОВОСАД

Львівський національний університет імені Івана Франка,
вул. Університетська, 1, Львів, 79000
e-mail: oksana.novosad@gmail.com

Нехай $Q = (a, b/F)$ – кватерніонна алгебра над псевдоглобальним полем (тобто полем алгебричних функцій від однієї змінної з псевдоскінченним [1] полем констант), $\mathrm{char}\,(F) \neq 2$. Нехай $K = F(x, \sqrt{ax^2 + b}) = F(Q)$. Отримано рівності, які зв'язують плейси поля K та кватерніонні алгебри над F, аналогічні рівностям, які отримав І. Ган в [2].

Ключові слова: кватерніонна алгебра, група Брауера, плейс, псевдоглобальне поле, поле функцій роду 0, принцип Гассе.

1. Вступ. Нехай F – псевдоглобальне поле з $\mathrm{char}\,(F) \neq 2$ (тобто поле алгебричних функцій від однієї змінної з псевдоскінченним [1] полем констант). Під плейсом розуміємо клас еквівалентності дискретних нормувань поля F. Позначимо

$$P(F) \;=\; \{\; \mathfrak{p} \quad | \quad \mathfrak{p} - \text{ плейс поля } F \;\}\,.$$

Нехай $\hat{F}_{\mathfrak{p}}$ – відповідне поповнення поля F, що відповідає плейсу $\mathfrak{p} \in P(F)$. Нехай K – поле алгебричних функцій від однієї змінної над полем F. Під плейсом поля K/F розуміємо нормалізоване дискретне нормування поля K, яке тривіальне на множині $F^* = F \setminus \{0\}$. Визначимо

$$\mathbb{P}(K/F) \;=\; \{P \quad | \quad P - \text{плейс поля } K/F\}.$$

Далі $\hat{K}_P$ позначатиме поповнення поля K, що відповідає плейсу $P \in \mathbb{P}(K/F)$. Розглянемо випадок, коли поле K є роду нуль. Тоді відомо, що $K = F(x, \sqrt{ax^2 + b})$, де $a, b \in F^*$ та x – трансцендентний над F. Таке поле K визначене з точністю до ізоморфізму алгеброю кватерніонів $Q = (a, b/F)$, тому далі пишемо $F(Q)$ замість K.

2. Групи Брауера полів роду 0. В цьому параграфі ми коротко нагадаємо основні властивості полів алгебричних функцій роду 0, що пов'язані з алгебрами кватерніонів над їхніми полями констант.

Нехай F – поле і $\mathrm{char}\,(F) \neq 2$. Нехай K – поле алгебричних функцій від однієї змінної роду 0 над полем F. Відомо [6], що поле K є роду 0 тоді і лише тоді, коли поле K набуло вигляду $K = F(x, \sqrt{ax^2 + b})$, де $a, b \in F^* = F \setminus \{0\}$ та x –

трансцендентний над F. Нехай $(a, b/F)$ – 4-вимірна алгебра кватерніонів над F з базою $\{1, i, j, k\ :\ i^2 = a,\ j^2 = b,\ ij = -ji = k\}$. Тоді $K = F(x, \sqrt{ax^2+b})$, де $a, b \in F^*$ та x – трансцендентний над F. Таке поле K визначене з точністю до ізоморфізму алгеброю кватерніонів $Q = (a, b/F)$, тому далі пишемо $F(Q)$ замість K. Нагадаємо[6], що дві алгебри кватерніонів Q та Q' ізоморфні як алгебри ($Q \cong Q'$) тоді і лише тоді, коли $F(Q)$ та $F(Q')$ ізоморфні як поля ($F(Q) \cong F(Q')$).

Нехай V_P – кільце дискретного нормування плейса $P \in \mathbb{P}(K/F)$. Пригадаємо, що відображення $\mathrm{Br}(V_P) \to \mathrm{Br}(K)$, породжене вкладенням $V_P \hookrightarrow K$, ін'єктивне. Коли $\overline{V}_P$ – поле лишків кільця V_P, то $\overline{V}_P$ – скінченне розширення поля F. Степінь P визначається так: $\deg(P) = [\ \overline{V}_P : F\ ]$.

Нехай F – довільне поле, тоді $\mathrm{Br}(F)$ – його група Брауера, що складається з класів подібних (еквівалентних) центральних простих скінченновимірних алгебр над полем F. Елемент $\alpha \in \mathrm{Br}(F)$, що містить алгебру A, позначаємо $[A]$. Дві центральні прості F-алгебри A і B подібні (еквівалентні), якщо існують такі натуральні числа $m, n \geqslant 1$, що алгебри $A \bigotimes_F M_n(F)$ і $B \bigotimes_F M_m(F)$ ізоморфні. Всі матричні алгебри над полем F еквівалентні між собою і становлять нульовий клас – нейтральний елемент групи Брауера. Клас алгебри A^o, інверсної до алгебри A (тобто A^o складається з таких самих елементів, що і A, але з множенням в оберненому порядку), є оберненим до класу алгебри A. Розширення K поля F називають полем розкладу алгебри A, якщо алгебра $A \bigotimes_F K$ ізоморфна матричній алгебрі $M_m(K)$. Еквівалентні алгебри мають спільні поля розкладу. Підмножина $\mathrm{Br}(K/F)$ групи $\mathrm{Br}(F)$, яка складається з усіх елементів групи $\mathrm{Br}(F)$, що розкладаються в полі K, є підгрупою групи $\mathrm{Br}(F)$.

Для локального поля F (поповнення скінченного розширення поля $\mathbb{Q}$ або поповнення скінченного розширення поля $\mathbb{F}_q(x)$) відомо, що $\mathrm{Br}(F) \;\cong\; \mathbb{Q}/\mathbb{Z}$.

У випадку глобального поля F (скінченного розширення $\mathbb{Q}$ або скінченного розширення $\mathbb{F}_q(x)$) існує точна послідовність

$$0 \to \mathrm{Br}(F) \to \bigoplus_{\mathfrak{p} \in P(F)} \mathrm{Br}(\hat{F}_{\mathfrak{p}}) \to \mathbb{Q}/\mathbb{Z} \to 0.$$

Наступна відома лема знадобиться нам у випадку, коли поле алгебричних функцій роду нуль є полем раціональних функцій.

Лема 1. *Нехай F – довільне поле. Нехай $K = F(Q)$ для довільної алгебри кватерніонів Q над полем F. Такі твердження еквівалентні:*

(i) *Q – розкладна над F;*
(ii) *існує таке $P \in \mathbb{P}(K/F)$, що $\deg(P) \;=\; 1$;*
(iii) *K – чисто трансцендентне над F.*

Доведення можна знайти у [6] чи у [7]. З цієї леми випливає такий наслідок (щодо доведення див. [7]).

Наслідок 1. *Нехай F - довільне поле. Нехай Q – алгебра кватерніонів над полем F, тоді $K = F(Q)$. Для довільного поля $E \supseteq F$ такого, що $[E\colon F] < \infty$, E розкладає Q тоді і лише тоді, коли $E \supseteq \overline{V}_P$ для деякого $P \in \mathbb{P}(K/F)$.*

Нехай F – псевдоглобальне поле, тобто поле алгебричних функцій від однієї змінної з псевдоскінченним [1] полем констант. Якщо Q – алгебра кватерніонів над полем F, тоді ми позначимо носій алгебри Q так:

$$\mathrm{supp}(Q) \;=\; \left\{\mathfrak{p} \in P(F) \quad \middle| \quad Q \bigotimes\nolimits_F \hat{F}_{\mathfrak{p}} \text{ - нерозкладна}\right\}.$$

Далі ми використовуємо аналоги локальної та глобальної теорії полів класів для загальних локальних полів (тобто повних дискретно нормованих полів з квазіскінченними полями лишків і псевдоглобальних полів), зокрема, такі факти.

Теорема 1 ([3], [4])**.** *1. Якщо F – загальне локальне поле, то існує ізоморфізм* $inv_{\mathfrak{p}}\colon \mathrm{Br}(\hat{F}_{\mathfrak{p}}) \;\xrightarrow{\sim}\; \mathbb{Q}/\mathbb{Z}$.

2. Для псевдоглобального поля F існує точна послідовність:

$$0 \longrightarrow \mathrm{Br}(F) \xrightarrow{\ i\ } \bigoplus_{\mathfrak{p}\in P(F)} \mathrm{Br}(\hat{F}_{\mathfrak{p}}) \xrightarrow{\sum inv_{\mathfrak{p}}} \mathbb{Q}/\mathbb{Z} \longrightarrow 0, \tag{1}$$

де $i([A]) = [A \bigotimes_F \hat{F}_{\mathfrak{p}}] = A_{\mathfrak{p}}$, $\sum inv_{\mathfrak{p}}(A) = \sum_{\mathfrak{p}} inv_{\mathfrak{p}}(A_{\mathfrak{p}})$.

Лема 2. *Нехай Q та Q' – алгебри кватерніонів над псевдоглобальним полем F, а E – розширення скінченного степеня поля F. Якщо* $\mathrm{supp}(Q') \subseteq \mathrm{supp}(Q)$, *тоді* $\mathrm{supp}(Q' \bigotimes_F E) \subseteq \mathrm{supp}(Q \bigotimes_F E)$.

Доведення. Нехай $P \in \mathrm{supp}(Q' \bigotimes_F E)$, а $\mathfrak{p}$ – обмеження P на F. Тоді $\mathfrak{p} \in \mathrm{supp}(Q')$, тому $\mathfrak{p} \in \mathrm{supp}(Q)$. $\hat{F}_{\mathfrak{p}}$ має єдину кватерніонну алгебру за твердженням (1) попередньої теореми 1, то $Q \bigotimes_F \hat{F}_{\mathfrak{p}} \simeq Q' \bigotimes_F \hat{F}_{\mathfrak{p}}$, тому і $Q \bigotimes_F \hat{E}_{\mathfrak{p}} \simeq Q' \bigotimes_F \hat{E}_{\mathfrak{p}}$, яка нерозкладна. Отже, $P \in \mathrm{supp}(Q \bigotimes_F E)$. □

З точної послідовності (1) теореми 1 отримуємо як наслідки такі два важливі факти.

Принцип Гассе (частковий випадок). Нехай F – псевдоглобальне поле, Q та Q' – алгебри кватерніонів над F. Тоді $Q \cong Q'$ тоді і лише тоді, коли $Q \bigotimes_F \hat{F}_{\mathfrak{p}} \cong Q' \bigotimes_F \hat{F}_{\mathfrak{p}}$ для всіх плейсів $\mathfrak{p} \in P(F)$. Зокрема, Q – розкладна тоді і лише тоді, коли $\mathrm{supp}(Q)$ – порожня множина.

Закон взаємності Гільберта. Нехай F – псевдоглобальне поле. Для кватерніонної алгебри Q над F множина $\mathrm{supp}(Q)$ скінченна і складається з парної кількості точок. Для довільної парної кількості точок S існує єдина (з точністю до ізоморфізму) кватерніонна алгебра Q така, що $\mathrm{supp}(Q) \;=\; S$.

Доведення. Це випливає з точної послідовності (1) у члені $\bigoplus_{\mathfrak{p}\in P(F)} \mathrm{Br}(\hat{F}_{\mathfrak{p}})$. □

Твердження 1. *Нехай F – довільне поле. Припустимо, що Q – кватерніонна алгебра з діленням над F. Нехай $K = F(Q)$. Для елемента $r \in F^* \setminus F^{*2}$ такі твердження еквівалентні:*

(i) *$F(\sqrt{r})$ – поле розкладу Q.*
(ii) *$F(\sqrt{r})$ – поле лишків плейсів K/F. Якщо F – псевдоглобальне поле і* $\mathrm{supp}(Q) \;=\; \{\mathfrak{p}_1, \mathfrak{p}_2, \ldots, \mathfrak{p}_n\}$, *тоді (i) та (ii) також еквівалентні такому твердженню:*
(iii) $r \notin \hat{F}^{*2}_{\mathfrak{p}_1} \bigcup \hat{F}^{*2}_{\mathfrak{p}_2} \bigcup \ldots \bigcup \hat{F}^{*2}_{\mathfrak{p}_n}$.

Доведення. Еквівалентність (i) та (ii) добре відома. Залишається довести, що умова (i) еквівалентна умові (iii). Всі міркування, проведені в [2] для класичного випадку глобального поля, придатні і в нашій ситуації. Відтворимо їх для зручності читача.

Розглядаючи імплікацію $(i) \Rightarrow (iii)$, для кожного $\mathfrak{p} \in \operatorname{supp}(Q)$ алгебра $Q \bigotimes_F \hat{F}_{\mathfrak{p}}$ – нерозкладна, але $Q \bigotimes_F \hat{F}_{\mathfrak{p}}(\sqrt{r})$ – розкладна, оскільки $Q \bigotimes_F F(\sqrt{r})$ – розкладна. Звідси $\hat{F}_{\mathfrak{p}}(\sqrt{r}) \neq \hat{F}_{\mathfrak{p}}$, інакше кажучи, $r \notin \hat{F}^{*2}_{\mathfrak{p}_1} \bigcup \hat{F}^{*2}_{\mathfrak{p}_2} \bigcup \ldots \bigcup \hat{F}^{*2}_{\mathfrak{p}_n}$, де $\{\mathfrak{p}_1, \mathfrak{p}_2, \ldots, \mathfrak{p}_n\} = \operatorname{supp}(Q)$.

Доведення імплікації $(iii) \Rightarrow (i)$ ґрунтується на принципі Гассе (факт 1) для псевдоглобального поля. Достатньо перевірити, що $Q \bigotimes_F \hat{F}_{\mathfrak{p}}(\sqrt{r})$ розкладається для кожного плейса $\mathfrak{P}$ поля $F(\sqrt{r})$. Нехай $\mathfrak{p}$ – обмеження $\mathfrak{P}$ на F. Якщо $\mathfrak{p} \notin \operatorname{supp}(Q)$, то $Q \bigotimes_F \widehat{F(\sqrt{r})}_{\mathfrak{P}}$ очевидно розкладається, оскільки розкладається $Q \bigotimes_F \hat{F}_{\mathfrak{p}}$. Якщо $\mathfrak{p} \in \operatorname{supp}(Q)$, то $Q \bigotimes_F \hat{F}_{\mathfrak{p}}$ нерозкладна. За умовою (iii) $\hat{F}_{\mathfrak{p}}(\sqrt{r})$ – квадратичне розширення поля $\hat{F}_{\mathfrak{p}}$. Згідно з фактом 1 над полем $\hat{F}_{\mathfrak{p}}$ існує єдина алгебра з діленням, яка розкладається над кожним квадратичним розширенням поля $\hat{F}_{\mathfrak{p}}$. Тому $Q \bigotimes_F \hat{F}_{\mathfrak{p}}(\sqrt{r})$ розкладається, отже, $Q \bigotimes_F \widehat{F(\sqrt{r})}_{\mathfrak{P}}$ розкладається в кожному плейсі $\mathfrak{P} \in \mathbb{P}(F(\sqrt{r}))$. $\square$

3. Обчислення $\bigcap_{P \in \mathbb{P}(K/F)} \operatorname{Br}(\overline{V}_P/F)$. Теорема 2 є першим кроком у нашому вивченні групи Брауера $\operatorname{Br}(F)$ поля алгебричних функцій роду нуль над псевдоглобальним полем. Зауважимо, що у випадку глобального поля аналогічні результати отримані І. Ган у [2].

Найперше сформулюємо просту лему.

Лема 3. *Нехай $\mathcal{T}$ – множина потужності $|\mathcal{T}| = n$, де $n \in \mathbb{N}$. Тоді кількість підмножин множини $\mathcal{T}$ з парною кількістю елементів дорівнює 2^{n-1}.*

Нехай $\operatorname{supp}(Q) = \{\mathfrak{p}_1, \mathfrak{p}_2, \ldots, \mathfrak{p}_n\}$ – носій алгебри Q. Введемо множини

$$\mathcal{F}_Q = \left\{ r \in F \;\middle|\; r \notin \hat{F}^{*2}_{\mathfrak{p}_1} \bigcup \hat{F}^{*2}_{\mathfrak{p}_2} \bigcup \ldots \bigcup \hat{F}^{*2}_{\mathfrak{p}_n} \right\} \tag{2}$$

та

$$\mathcal{I}_Q = \left\{ [Q'] \;\middle|\; \begin{array}{r} Q' - \text{алгебра кватерніонів над } F \\ \text{і } \operatorname{supp}(Q') \subseteq \operatorname{supp}(Q). \end{array} \right\} \tag{3}$$

Теорема 2. *Нехай F – псевдоглобальне поле. Припустимо, що Q – алгебра кватерніонів з діленням над F. Нехай $K = F(Q)$. Тоді*

$$\bigcap_{P \in \mathbb{P}(K/F)} \operatorname{Br}(\overline{V}_P/F) = \bigcap_{\deg(P)=2} \operatorname{Br}(\overline{V}_P/F) = \bigcap_{r \in \mathcal{F}_Q} \operatorname{Br}(F(\sqrt{r})/F) = \mathcal{I}_Q. \tag{4}$$

Потужність такої множини дорівнює 2^{n-1}, де $n = |\operatorname{supp}(Q)|$, $\operatorname{supp}(Q)$ – носій алгебри Q, тобто множина тих плейсів, в яких Q не розкладається.

Доведення. Доведення знову ґрунтується на міркуваннях, застосованих у [2] для випадку глобального поля F, і на принципі Гассе для групи Брауера псевдоглобального поля F.

Доведемо спочатку, що $\bigcap_{r \in \mathcal{F}_Q} \operatorname{Br}(F(\sqrt{r})/F) = \mathcal{I}_Q$. Відомо[8], що кожен елемент відносної групи Брауера $\operatorname{Br}(F(\sqrt{r})/F)$ розширення $F(\sqrt{r})/F$ є класом кватерніонної алгебри над полем F. Звідси випливає, що кожен елемент з перетину

$\bigcap_{r\in\mathcal{F}_Q}\mathrm{Br}(F(\sqrt{r})/F)$ є класом кватерніонної алгебри над полем F. Якщо Q' – нерозкладна кватерніонна алгебра, для якої $\mathrm{supp}(Q')\subseteq\mathrm{supp}(Q)$, то $\mathcal{F}_Q\subseteq\mathcal{F}_{Q'}$ і за твердженням 1, застосованим до Q, поле $F(\sqrt{r})$ розкладає Q' для кожного $r\in\mathcal{F}_Q$. Звідси випливає, що $[Q']\in\bigcap_{r\in\mathcal{F}_Q}\mathrm{Br}(F(\sqrt{r})/F)$.

Для доведення оберненого включення, нехай $\mathfrak{p}\in\mathrm{supp}(Q')\setminus\mathrm{supp}(Q)$. Припустимо, що $\mathrm{supp}(Q)=\{\mathfrak{p}_1,\mathfrak{p}_2,\ldots,\mathfrak{p}_n\}$. З теореми про слабку апроксимацію [9] отримаємо існування $r\in F$, для якого $r\in\hat{F}^{*2}_{\mathfrak{p}}$, $r\notin\hat{F}^{*2}_{\mathfrak{p}_1}\bigcup\hat{F}^{*2}_{\mathfrak{p}_2}\bigcup\ldots\bigcup\hat{F}^{*2}_{\mathfrak{p}_n}$, тобто $r\in\mathcal{F}_Q\setminus\mathcal{F}_{Q'}$. Тому $[Q']\notin\mathrm{Br}(F(\sqrt{r})/F)$.

Середня рівність у (4) випливає з явного обчислення $\bigcap_{\deg(P)=2}\mathrm{Br}(\overline{V}_P/F)$. Якщо $\mathrm{supp}(Q)=\{\mathfrak{p}_1,\mathfrak{p}_2,\ldots,\mathfrak{p}_n\}$, то з твердження 1 випливає, що

$$\mathcal{F}_Q=\left\{r\in F\ :\ r\in F^*\setminus F^{*2}\,|F(\sqrt{r})\text{ – поле лишків плейса поля } K/F\right\}.$$

Звідси отримуємо

$$\bigcap_{\deg(P)=2}\mathrm{Br}(\overline{V}_P/F)=\bigcap_{r\in\mathcal{F}_Q}\mathrm{Br}(F(\sqrt{r})/F),\tag{5}$$

тобто середню рівність в (4).

Нарешті, для доведення першої рівності в (4) зауважимо, що включення $\subseteq$ випливає з (5).

Для доведення протилежного включення розглянемо кватерніонну алгебру $[Q']\in\bigcap_{r\in\mathcal{F}_Q}\mathrm{Br}(F(\sqrt{r})/F)$ над F з носієм $\mathrm{supp}(Q')\subseteq\mathrm{supp}(Q)$. Якщо $P\in\mathbb{P}(K/F)$, то $[\overline{V}_P:F]<\infty$ і $\overline{V}_P$ розкладає Q. За лемою 2 $\mathrm{supp}(Q'\bigotimes_F\overline{V}_P)\subseteq\mathrm{supp}(Q\bigotimes_F\overline{V}_P)=\varnothing$. Отже, $\overline{V}_P$ розкладає Q'.

Тепер, застосувавши факт 2 (закон взаємності Гільберта) та лему 3, отримуємо, що потужність множини $\mathcal{I}_Q$ дорівнює потужності множини всіх підмножин (з парною кількістю елементів) множини з n елементів, тобто 2^{n-1}. $\square$

Розглянемо природне відображення обмеження

$$h\colon\mathrm{Br}(K)\to\prod_{P\in\mathbb{P}(K/F)}\mathrm{Br}(K\overline{V}_P),$$

де $\overline{V}_P$ – поле лишків плейса $P\in\mathbb{P}(K/F)$.

У наступній праці застосуємо отриманий результат для знаходження перешкод до виконання принципу Гассе для поля $K=F(Q)$, де $Q=(a,b/F)$ – кватерніонна алгебра над полем F. А саме для алгебри кватерніонів Q з діленням над псевдоглобальним полем F. Цей результат дає змогу описати ядро відображення обмеження h.

Список використаної літератури

1. *Fried M.D.* Field Arithmetic / *M.D. Fried, M. Jarden* – Springer-Verlag, 2008.
2. *Han I.* Hasse principles for the Brauer group of algebraic function fields of genus zero over global fields / *I. Han* // Pacific J. of Math. – 2003. – Vol. 208, №2. – P. 255-282.
3. *Serre J.-P.* Local fields / *J.-P. Serre* – Springer-Verlag, 1979.
4. *Andriychuk V.* On the Brauer group and the Hasse principle for pseudoglobal fields / *V. Andriychuk* // Вісн. Львів. ун-ту вип. – 2003. – Т. 61, №2. – P. 3-12.
5. *Scharlau W.* Über die Brauer-gruppe eines algebraischen funktionenkörpers in einer variablen / *W. Scharlau* // J. Reine Angew. Math. – 1969. – Vol. 239/240. – P. 1-6.

6. *Gille P.* Central simple algebras and Galois cohomology / *P. Gille, T. Szamuely* – Cambridge Univ. Press, 2006.
7. *Han I.* Tractability of algebraic function fields in one variable of genus zero over global fields / *I. Han* // J. Algebra. – 2001. – №244. – P. 217-235.
8. *Draxl P. K.* Skew fields / *P.K. Draxl* // Cambridge Univ. Press, 1983. – №81. – P. 182.
9. Алгебраическая теория чисел [под ред. Дж. Касселса и Фрёлиха] – М.: Мир, 1969.

Стаття: надійшла до редакції 20.02.2012
прийнята до друку 12.12.2012

QUATERNION ALGEBRAS OVER PSEUDOGLOBAL FIELD

Oksana NOVOSAD

Ivan Franko National University of L'viv,
Universytetska Str., 1, L'viv, 79000
e-mail: oksana.novosad@gmail.com

Let $Q = (a, b/F)$ be a quaternion algebra over a pseudoglobal field F (i.e., an algebraic function field in one variable with pseudofinite [1] constant field), $\operatorname{char}(F) \neq 2$, $K = F(x, \sqrt{ax^2 + b}) = F(Q)$. We obtain the equalities relating the places of K and the quaternion algebra over F. The similar equalities were obtained by I. Han in [2] in the case of a global field F.

Key words: quaternion algebra, Brauer group, place, pseudoglobal field, function field of genus zero, Hasse principle.

КВАТЕРНИОННЫЕ АЛГЕБРЫ НАД ПСЕВДОГЛОБАЛЬНЫМ ПОЛЕМ

Оксана НОВОСАД

Львовский национальный университет имени Ивана Франко,
ул. Университетская, 1, Львов, 79000
e-mail: oksana.novosad@gmail.com

Допустим, что $Q = (a, b/F)$ – кватернионная алгебра над псевдоглобальным полем (то есть полем алгебраических функций с одной переменной с псевдоконечным [1] полем констант), $\operatorname{char}(F) \neq 2$. Допустим, что $K = F(x, \sqrt{ax^2 + b}) = F(Q)$. Получено равенства, которые связывают плейсы поля K и кватернионные алгебры над F, аналогичны равенствам, полученным I. Ган в [2].

Ключевые слова: кватернионная алгебра, группа Брауэра, плейс, псевдоглобальное поле, поле функций рода 0, принцип Гассе.