

УДК 539.3.

ОПТИМІЗАЦІЯ РЕЖИМІВ ТЕРМООБРОБКИ ЕЛЕМЕНТІВ СКЛЯНИХ КОНСТРУКЦІЙ ЗА ПІДВИЩЕНИХ ТЕМПЕРАТУР

Микола ГАЧКЕВИЧ¹, Олександр ГАЧКЕВИЧ^{1,2}, Євген ІРЗА¹,
Зигмунт КАСПЕРСЬКИЙ², Богдан ТРИЦЬ³

¹Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я.С. Підстригача НАН України, вул. Наукова, 36 79053 Львів, Україна

²Політехніка Опольська, вул. Станіслава Миколайчука, 5
45-271 Ополь, Польща

³Львівський національний університет імені Івана Франка,
вул. Університетська, 1 79000 Львів, Україна

Запропоновано чисельну методику побудови оптимальних за напруженнями і деформаціями режимів високотемпературної термообробки елементів скляних конструкцій. Необхідність розгляду такого типу задач зумовлена виникненням у процесі цільових термообробок виробів із скла підвищених температур та значних рівнів напружень і деформацій, які можуть перевищувати допустимі і приводити до погіршення експлуатаційних властивостей цих виробів або їхнього руйнування.

Ключові слова: оптимізація, термообробка.

Запропоновано чисельну методику побудови оптимальних за напруженнями і деформаціями режимів високотемпературної термообробки елементів скляних конструкцій. Необхідність розгляду такого типу задач зумовлена виникненням у процесі цільових термообробок виробів із скла підвищених температур та значних рівнів напружень і деформацій, які можуть перевищувати допустимі і приводити до погіршення експлуатаційних властивостей цих виробів або їхнього руйнування.

Приймаємо, що скляне тіло займає область евклідового простору R^3 і обмежене неперевною за Ліпшицем поверхнею Γ . У просторі введена криволінійна ортогональна система координат $Ox^1x^2x^3$. Тіло піддається нагріву зовнішнім середовищем з температурою t_c через частину поверхні Γ_t і тепловим потоком q через частину поверхні Γ_q ($\Gamma_t \cup \Gamma_q = \Gamma$). В тілі діють розподілені джерела тепла потужністю Q . Максимальна температура нагрітого тіла є t^* . Потім тіло охолоджується шляхом конвективного теплообміну з зовнішнім середовищем з температурою t_c до стану з максимальною температурою t_k . На частині Γ_u загальної поверхні тіла Γ задано переміщення $\bar{u} = (u_1^0, u_2^0, u_3^0)$, а на частині Γ_σ - силове навантаження, яке характеризується вектором $\bar{p} = (p^1, p^2, p^3)$, ($\Gamma_u \cup \Gamma_\sigma = \Gamma$).

© Гачкевич М., Гачкевич О., Ірза Є. та ін., 2008

Задачу формулюємо в квазістатичній постановці і в переміщеннях (з врахуванням залежності теплофізичних характеристик скла від температури).

За прийнятих припущень розподіл температури в тілі описується рівнянням теплопровідності [1]:

$$\rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} = \nabla(\lambda \nabla t) + Q \quad (1)$$

за таких граничних і початкових умов:

$$\left[\lambda \frac{\partial t}{\partial \mathbf{n}} + \alpha(t - t_c) \right]_{\Gamma_t} = 0; \quad \left[\lambda \frac{\partial t}{\partial \mathbf{n}} + \mathbf{q} \right]_{\Gamma_q} = 0; \quad \mathbf{t}(\mathbf{M}, 0) = \mathbf{t}_0. \quad (2)$$

Приріст компонент тензора повної деформації становитиме [1]

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^t + d\varepsilon_{ij}^c + d\varepsilon_{ij}^{ost}, \quad (3)$$

де $d\varepsilon_{ij}^e = \frac{1}{9K} \mathbf{g}_{ij} d\sigma + \frac{1}{2G} d\mathbf{S}_{ij}$ - приріст компонент тензора пружної деформації в діапазоні температур менших за температуру склування t_g (σ, \mathbf{S}_{ij} - компоненти девіатора і шарового тензорів напружень); $d\varepsilon_{ij}^t = \alpha_t \mathbf{g}_{ij} dt$ - приріст компонент тензора термічної деформації; $d\varepsilon_{ij}^c = \frac{1}{9K} \mathbf{g}_{ij} d\sigma + \frac{1}{2G\eta} \mathbf{S}_{ij} d\tau$ - приріст компонент тензора деформації в'язкості в діапазоні температур більших за температуру склування t_g ; $d\varepsilon_{ij}^{ost} = -\alpha_t \mathbf{g}_{ij} d\Phi$ - приріст компонент тензора залишкової деформації при досягненні температури склування t_g .

Крім співвідношень (1) - (3), в області $\bar{\Omega}$ повинні виконуватися рівняння рівноваги

$$\nabla_j \sigma^{ij} + \mathbf{F}^i = 0 \quad (4)$$

і механічні граничні умови

$$(\mathbf{n}_j \sigma^{ij} - \mathbf{p}^i)_{\Gamma_\sigma} = 0; \quad \mathbf{u}_i|_{\Gamma_u} = \mathbf{u}_i^0; \quad (i = 1, \dots, 3). \quad (5)$$

Обмежимося випадком малих деформацій. Зв'язок між компонентами тензора деформацій $\hat{\varepsilon}$ і вектором переміщень $\bar{\mathbf{u}} = (\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3)$ приймаємо лінійним

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (\nabla_i \mathbf{u}_j + \nabla_j \mathbf{u}_i). \quad (6)$$

Співвідношення (1) - (6), записані в приростах, становлять повну систему рівнянь для визначення температурного поля, вектора переміщень, тензорів

деформацій і напружень при заданих значеннях температури навколишнього середовища t_c , теплового потоку q , потужності внутрішніх джерел тепла Q і зовнішнього навантаження \bar{P} .

Ставиться задача оптимізації за напруженнями та деформаціями режимів температурного навантаження конструкції при прийнятих обмеженнях на температуру $t(M, \tau)$, інтенсивності напружень і деформацій, які мають вигляд

$$t_0 \leq t(M, \tau) \leq t^*, \sigma_{\text{оhk}}(M, \tau) \leq \sigma_d(t), \varepsilon_{\text{оhk}}(M, \tau) \leq \varepsilon_d, M \in \bar{\Omega}, \tau \in [0, \tau_k]. \quad (7)$$

Обмеження (7) відображають існуючі умови в технології термообробки.

За критерій оптимальності приймаємо мінімум функціонала

$$F = \max_{M, \tau} (\sigma_d(t) - \sigma(M, \tau)), M \in \bar{\Omega}, \tau \in [0, \tau^*], \quad (8)$$

при нагріванні до максимальної температури і мінімум функціонала

$$F = \max_M (\sigma_d^{\text{ost}} - \sigma_{\text{оhk}}^{\text{ost}}(M)), M \in \Gamma, \tau \in [\tau^*, \tau_k] \quad (9)$$

при охолодженні до кінцевої температури.

Тут $\sigma_d(t)$ - допустима інтенсивність напружень; ε_d - допустима інтенсивність деформацій.

Функціонали (8), (9) характеризують міцність розглядуваних конструкцій згідно з четвертою теорією міцності. Функціонал (8) характеризує максимальне відхилення інтенсивності напружень від заданої величини (умова забезпечення міцності конструкції в кожний момент часу протягом етапу нагріву), а функціонал (9) - максимальне відхилення інтенсивності залишкових напружень на поверхні конструкції від заданої величини.

Функцією управління є температура зовнішнього середовища $t_c(\tau)$ (зокрема температура на поверхні) або густина теплового потоку $q(\tau)$. Потужність джерел тепла Q вважаємо заданою.

У такому формулюванні оптимізація по напруженнях і деформаціях режимів термообробки полягає в мінімізації функціоналів (8), (9) при в'язях (1) - (6) і обмеженнях (7).

Важливою в схемі оптимізації є побудова розв'язку прямої задачі, яка охоплює відповідні задачі теплопровідності і термов'язкопружності. Оскільки геометрична конфігурація області буває часто досить складною, а система розглядуваних диференційних рівнянь нелінійна, то, розв'язуючи прямі задачі, використовуємо метод зважених нев'язок у поєднанні з кінцево-елементним підходом [2]. Системи диференційних рівнянь (1) - (6) піддається просторово-часовій дискретизації і зводяться до системи нелінійних алгебричних рівнянь, які можна записати у вигляді

$$[K_T] \{T\} = \{F_T\}, [K_{U,T}] \{U\} = \{F_{U,T}\}. \quad (10)$$

Тут $[K_T]$, $[K_{U,T}]$ - відповідні матриці жорсткості; $\{F_T\}$, $\{F_{U,T}\}$ - вектори навантаження [2].

Нелінійні системи алгебричних рівнянь (10) розв'язують за допомогою методу простої ітерації [2].

Розв'язок сформульованої екстремальної задачі будують на основі принципу поетапної параметричної оптимізації [3]. В рамках запропонованого підходу мінімізація функціоналів (8), (9) зводиться до задачі нелінійного програмування з пошуку мінімуму відповідної функції $J = J(\mathbf{h}_1, \dots, \mathbf{h}_n)$, аргументами якої є значення \mathbf{h}_i функції управління h в дискретні моменти часу τ_s . Отож, оптимізація по напруженнях і деформаціях режимів термообробки елементів скляних конструкцій зводиться до розв'язання задачі на умовний екстремум функції J при в'язях (10) і обмеженнях (7). Розв'язок задачі будують за допомогою методу прямого пошуку за Хуку і Джівсом [3].

Запропонована методика використана при побудові оптимальних теплових режимів процесу гартування вертикально підвішеної скляної пластини товщини $h = 6$ мм, яка виготовлена зі скла С-93.

Процес гартування скляних пластин відбувається в два етапи. На першому етапі пластина нагрівається нагрівниками, які мають температуру $t_c(\tau)$ і коефіцієнт тепловіддачі α (коефіцієнт α враховує теплообмін з випромінюванням), від початкового стану з температурою t_0 до моменту, коли на її поверхнях досягається температура t^* , яка вища за температуру склування t_g . На другому етапі пластина охолоджується повітряним потоком з температурою t_c і коефіцієнтом тепловіддачі $\alpha(\tau)$ від досягнутого стану з температурою поверхонь t^* до стану з температурою t_k на серединній поверхні пластини, яка є нижчою за температуру склування.

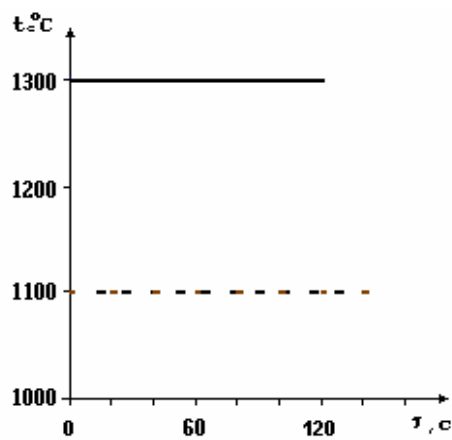


Рис. 1.

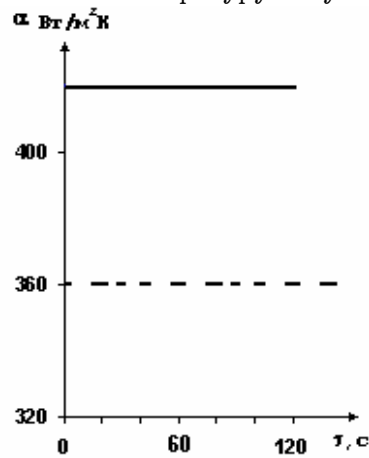


Рис. 2.

Процес нагріву пластини регулюється зміною температури нагрівача $t_c(\tau)$ а процес охолодження коефіцієнтом тепловіддачі $\alpha(\tau)$. Мета процесу

гартування – отримати необхідний рівень стискаючих залишкових напружень.

На рис. 1 суцільною і штрихпунктирними лініями показано два режими нагріву (відповідно оптимальний і початковий) скляної пластини, а на

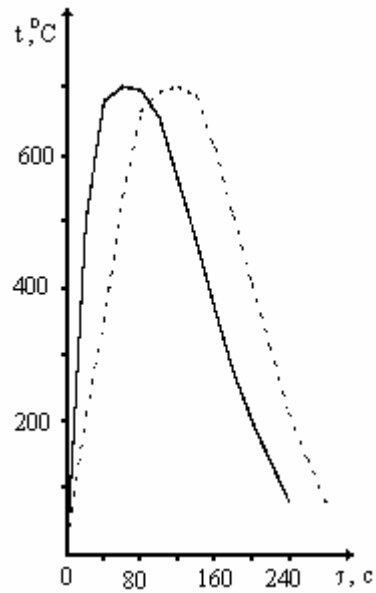


Рис. 3.

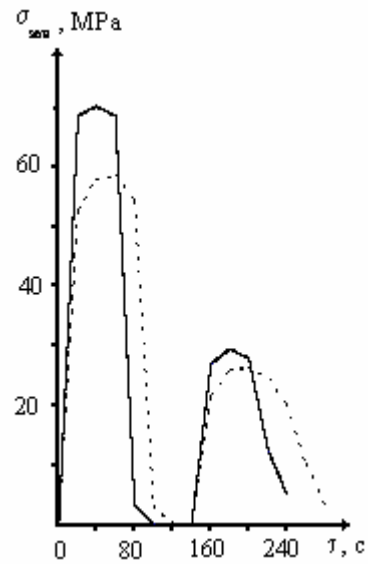


Рис. 4.

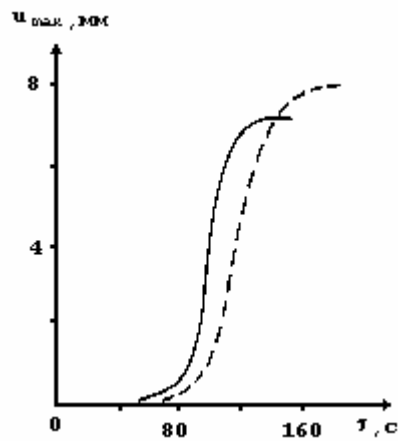


Рис. 5.

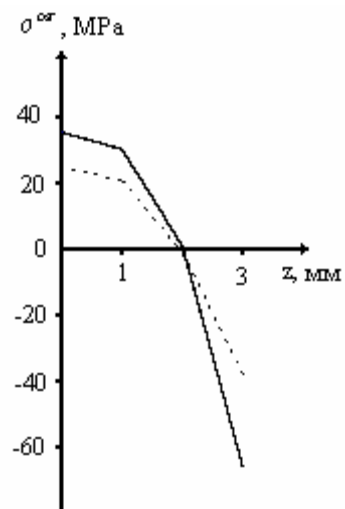


Рис. 6.

рис. 2 – режими охолодження. Кожному з розглянутих режимів нагріву - охолодження відповідає свій закон зміни температури на зовнішній поверхні рис.3 і максимальних розтягуючих напружень рис.4. Максимальні видовження пластини під власною вагою в процесі термообробки зображено на рис.5. Після завершення процесу термообробки в пластині виникають залишкові напруження, які суттєво залежать від вибраного режиму (див. рис. 6).

З аналізу отриманих результатів випливає, що за оптимального режиму скорочується тривалість процесу гартування при забезпеченні заданого рівня залишкових напружень, та виконанні наявних обмежень.

-
1. *Гачкевич О.Р., Будз С.Ф., Ірза Є.М., Пеер-Касперська А.* Визначення напружено-деформованого стану скляної сферичної оболонки при локальному нагріві // Вісник Донецького університету. 2002, № 2. Серія А. С. 76–78.
 2. *Зенкевич О., Морган К.* Конечные элементы и аппроксимация, М., 1986.
 3. *Химмельблау Д.* Прикладное нелинейное программирование. М., 1975.

THERMAL PROCESSING OPTIMIZATION OF GLASS ELEMENTS AT HIGH TEMPERATURE

Mykola Gachkevych¹, Oleksandr Hachkevych^{1,2},
Yevgen Irza¹, Zygmunt Kasperski², Bohdan Trishch³

¹Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics,
Naukova Str., 3b 79053 Lviv, Ukraine

²Technical University of Opole,
Stanislawa Mikolajchuka Str., 5 45-271 Opole, Poland

³Ivan Franco National University of Lviv,
Universitetska Str., 1 79000 Lviv, Ukraine

Numerical approach to the development stress and strain optimum regimes of high temperature heating of glass elements is proposed. The investigations are motivated by considerable levels of stresses and strains during thermal processing of glass elements, the values of these mechanical properties possibly exceeding permissible levels and thus leading to degrading glass elements operational characteristics and even their failure.

Key words: optimization, thermal treatment.

Стаття надійшла до редколегії 20.11.2007
Прийнята до друку 19.11.2008