

УДК 539.3: 538.3: 536.21: 518.12

ДО ОЦІНКИ ПАРАМЕТРІВ ТЕРМОМЕХАНІЧНОГО СТАНУ ФЕРОМАГНІТНИХ ТІЛ ЗА ВИСОКОТЕМПЕРАТУРНОЇ ІНДУКЦІЙНОЇ ОБРОБКИ

**Богдан ДРОБЕНКО¹, Олександр ГАЧКЕВИЧ^{1,2}, Ярослав БУРАК¹,
Йосип ШИМЧАК²**

¹Інститут прикладних проблем механіки і математики ім.
Я.С. Підстригача НАН України, вул. Наукова, 36 79053 Львів, Україна

²Політехніка Опольська,
вул. Станіслава Миколайчука, 5 45-271 Ополе, Польща

Розглянуто спрощену розрахункову схему (з незалежною від напруженості поля магнітної проникністю) адекватного визначення параметрів термомеханічного стану феромагнітних тіл за високотемпературної індукційної обробки. Вимоги до комп'ютерних ресурсів (пам'ять, швидкодія) суттєво зменшуються.

Ключові слова: зв'язані поля, індукційне нагрівання, термомеханічні процеси.

Для підвищення міцності й надійності виробів з електропровідних матеріалів у сучасних технологіях термообробки широко використовують електромагнітні поля (ЕМП). Дія ЕМП на електропровідне тіло спричиняє проходження в ньому взаємозв'язаних електромагнітних, теплових і механічних процесів, які суттєво впливають на функціональні параметри та міцність. Тому для побудови раціональних режимів термообробки з використанням ЕМП і оцінки функціональної здатності виробів з електромагнітних матеріалів важливою є наявність математичних моделей і методів дослідження у взаємодії процесів електропровідності, теплопровідності й деформування в твердих електропровідних тілах залежно від їхньої електропровідності й здатності до намагнічування та поляризації.

Загальні підходи до побудови термомеханічних моделей суцільного середовища, які враховують взаємодію полів різної фізичної природи, досить детально висвітлені в літературі. На їхній основі запропоновано численні конкретні моделі опису механічної поведінки електропровідних тіл з різними електропровідністю та здатністю до поляризації та намагнічування за дії зовнішнього ЕМП. У переважній більшості прикладних праць, присвячених кількісному опису термомеханічних процесів в електропровідних тілах за термообробки з використанням ЕМП, характеристики матеріалів приймають незалежними від температури, а процеси деформування розглядають у пружному наближенні. Застосування таких моделей у випадках, коли тіла нагрівають до високих температур, може призводити до суттєвих похибок в оцінках параметрів термомеханічного стану тіл. За підвищених температур властивості електропровідних тіл є іншими, ніж у природному стані. Зокрема,

конструкційні вуглецеві сталі вже при температурах близько 550°C деформуються переважно пластично внаслідок залежності межі пружності від температури. Електропровідність таких сталей у діапазоні температур від 20°C до 1000°C може змінюватись на порядок.

Під час розгляду феромагнітних матеріалів виникає ще одна математична трудність - адекватно врахувати складну нелінійну залежність магнітної індукції від напруженості поля і температури (див. рис. 1). У цьому разі поведінку магнітно-твердих матеріалів у гармонічному ЕМП характеризує динамічна петля гістерезису (рис. 1,б). При досягненні температури Кюрі T_K феромагнітні матеріали втрачають свої феромагнітні властивості (залежність між індукцією та напруженістю магнітного поля стає лінійною і не залежить від температури).

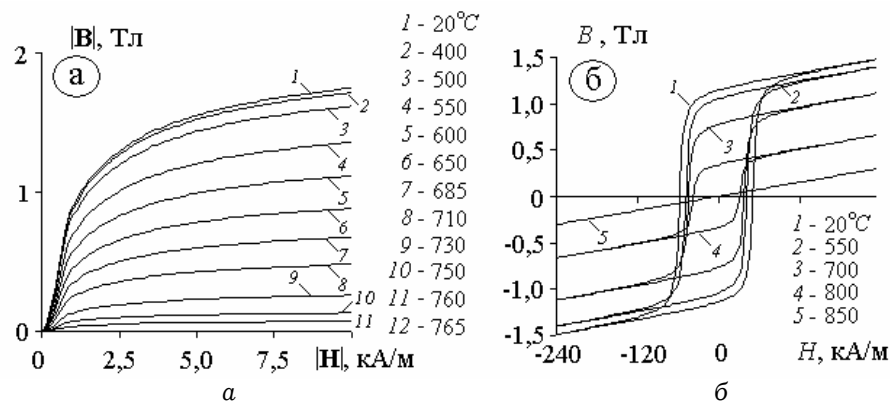


Рис. 1. Температурна залежність кривих намагнічування магнітном'яких (а - сталь Ст. 30) та магнітно-твердих (б - сплав ЮНДК24) феромагнітних тіл

У зв'язку з зазначеним визначення параметрів, які характеризують ЕМП, температуру і напружено-деформований стан у виробках з феромагнітних матеріалів за високотемпературної індукційної обробки є доволі складною математичною проблемою. Специфіка опису взаємодії ЕМП з матеріальним континуумом, необхідність врахування термочутливості матеріалу, пружно-пластичного характеру деформування, нелінійних залежностей індукції від напруженості поля і температури приводить до зв'язаної системи нелінійних диференціальних рівнянь різних типів [1], аналітичне дослідження яких має значні труднощі. Використання відомих, добре розроблених числових підходів, які ґрунтуються на застосуванні методу скінченних елементів (для апроксимації шуканих розв'язків за просторовими координатами) у сукупності з різницевиими схемами апроксимації розв'язків за часом висуває значні вимоги щодо швидкодії і об'ємів пам'яті комп'ютерних систем вже у просторово двовимірному випадку (вимоги до дискретної моделі суттєво зростають на порядки порівняно з аналогічними для неферомагнітних тіл) [2].

Щоб зменшити обсяги обчислень, у праці [2] запропоновано ефективний алгоритм (з використанням різних кроків інтегрування за часом складових рівнянь, що описують електромагнітне, температурне та механічні поля), який дає змогу отримувати адекватні оцінки параметрів термомеханічного стану виробів з феромагнітних матеріалів за суттєво коротші часи проведення обчислювального експерименту. Однак і в цьому випадку для деяких практично важливих випадків розв'язування такої комплексної задачі навіть за наявності сучасних комп'ютерних систем виглядає досить проблематичним, зокрема, з погляду реальних обсягів і тривалості обчислень. До того ж у довідковій літературі для багатьох таких матеріалів немає інформації про нелінійні залежності магнітної індукції від напруженості магнітного поля та температури. Тому мають значний практичний інтерес спрощені розрахункові підходи для адекватного прогнозування параметрів термомеханічного стану феромагнітних тіл за дії зовнішнього ЕМП при суттєво менших обсягах обчислень.

У праці [1] досліджено вплив термочутливості властивостей магнітно-м'якого феромагнітного циліндра на отримувані розподіли термомеханічних параметрів.

Мета нашої праці:

- дослідити можливості достатньо адекватного розрахунку електромагнітних, теплових і механічних полів у феромагнітному циліндрі за високотемпературної індукційної обробки в рамках моделі термочутливого неферомагнітного пружно-пластичного тіла (без врахування нелінійної залежності магнітної індукції від напруженості магнітного поля), вимоги якої щодо комп'ютерних ресурсів суттєво менші;
- порівняти отримані результати з відповідними в рамках моделі термочутливого пружно-пластичного феромагнітного тіла (з врахуванням наявної нелінійної залежності магнітної індукції від напруженості поля);
- розробити алгоритм вибору незалежної від напруженості поля (однак залежної від температури) магнітної проникності, яка дає змогу отримувати адекватні оцінки параметрів термомеханічного стану в циліндрі за суттєво менших обсягів обчислень.

Розглянемо процес індукційної обробки вільного від механічного навантаження циліндричного феромагнітного тіла радіуса R , що перебуває в коаксіальному з ним індукторі, який моделює циліндрична поверхня радіуса R_i за заданої у ній густини струму

$$\mathbf{j}^{(0)}(\mathbf{r}, t) = (0, J_0(1 - e^{-\xi t}) \sin 2\pi\omega t, 0), \quad \mathbf{r} = R_i, \quad (1)$$

де ω – частота; $J_0(1 - e^{-\xi t})$ – амплітуда (параметр ξ характеризує плавність виходу на усталений режим). У початковий момент часу ЕМП у тілі й середовищі немає та заданий розподіл T_0 температури. Тіло перебуває за умов конвективного теплообміну (з коефіцієнтом β) із зовнішнім середовищем, температура якого T_S . Коли температура

циліндра на глибині h_g від поверхні досягає певної температури T_g , струм вимикаємо (приймаємо, що ЕМП в тілі немає). Далі циліндр охолоджується шляхом конвективного теплообміну з зовнішнім середовищем.

ЕМП у системі тіло – зовнішнє середовище та температурне й механічне поля у тілі описуємо, відповідно, системою рівнянь Максвелла (з нелінійними феноменологічними залежностями для тіл з різними електропровідністю та здатністю до намагнічення), теплопровідності і співвідношеннями неізотермічної термопружно-пластичної течії [1]. У цьому разі вплив ЕМП на процеси деформування та теплоперенесення враховано через пондеромоторні сили та об'ємні тепловиділення (джоулеві та пов'язані з перемагнічуванням і переполяризацією).

Математичне формулювання розглядуваної задачі для циліндра (із магнітно-м'якої сталі Ст. 30 та магнітно-твердого сплаву ЮНДК24) і методика її розв'язування достатньо опрацьовано у [1–3]. Розглянемо результати обчислювального експерименту, проведеного з метою адекватного розв'язання цієї задачі в рамках спрощеної розрахункової схеми (за коротший комп'ютерний час) при таких значеннях параметрів: $R = 0,01$ м; $R_f = 0,012$ м; $J_0 = 10^6 = 1$ МА/м; $\xi = 10^5$ с⁻¹; $T_0 = T_S = 20^\circ\text{C}$; $h_g = 0,0015$ м; $T_g = 970^\circ\text{C}$; $T_K = 770^\circ\text{C}$; $\beta = 13$ Вт/(м²К) – за дії зовнішнього ЕМП; $\beta = 10$ кВт/(м²К) – при охолодженні.

Порівняльний аналіз результатів (для циліндра з сталі Ст. 30 при $\omega = 8 = 8$ кГц), отриманих в рамках моделей феромагнітного термочутливого пружно-пластичного тіла (з врахуванням нелінійної залежності магнітної індукції від напруженості поля, зображеної на рис. 1,а) та неферомагнітного термочутливого пружно-пластичного тіла (з усередненою за напруженістю магнітного поля у діапазоні $[0, H_{\max}]$ магнітною проникністю

$$\mu_s(\mathbf{T}) = \mu_0 + (\mathbf{H}_{\max}^{-1} \int_0^{\mathbf{H}_{\max}} \mu(\mathbf{H}, \mathbf{T}_0) d\mathbf{H} - \mu_0) (1 - (\mathbf{T}/\mathbf{T}_K)^6), \quad \mathbf{T} < \mathbf{T}_K, \quad (2)$$

де $\mathbf{H}_{\max} = 1$ МА/м; $\mu_s(\mathbf{T}) = \mu_0$ при $\mathbf{T} \geq \mathbf{T}_K$) показав суттєву (понад два рази) різницю в оцінках залишкових напружень в циліндрі та тривалості нагрівання поверхневого шару циліндра товщиною h_g до температур вищих за T_g .

У зв'язку з цим визначено таку сталу μ_{T_g} і відповідно незалежну від напруженості поля магнітну проникність вигляду

$$\mu_g(\mathbf{T}) = \mu_0 + (\mu_{T_g} - \mu_0) (1 - (\mathbf{T}/\mathbf{T}_K)^6), \quad (3)$$

яка забезпечує таку ж тривалість нагрівання тіла до необхідної температури, як і в рамках моделі феромагнітного тіла.

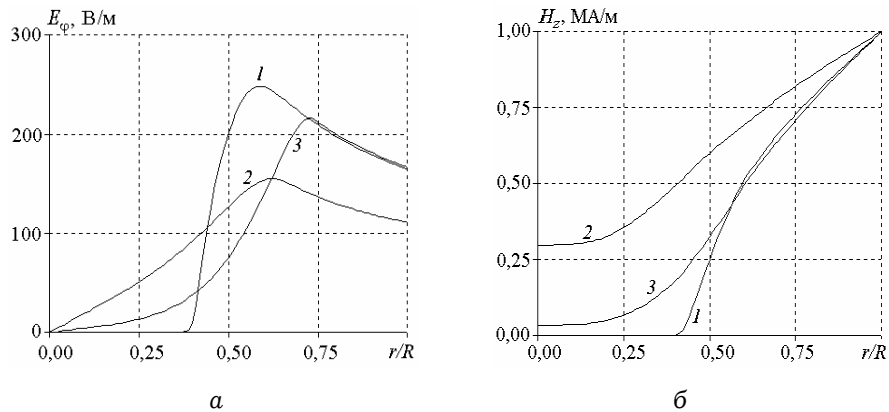


Рис. 2. Напруженості електричного (а) й магнітного (б) полів у циліндрі в момент вимкнення струму

На рис. 2 і 3 показано розподіли амплітуди напруженості E_φ електричного й H_z магнітного полів, температури T у момент вимкнення струму, а також залишкових кільцевих $\sigma_{\text{ф}}$ напружень за радіусом циліндра. Кривій 1 відповідають значення, отримані в рамках моделі феромагнітного тіла. Кривими 2 і 3 позначені розв'язки задачі в рамках моделі неферомагнітного тіла з магнітними проникностями μ_s (2) і μ_g (3), відповідно. Зазначимо, що під час виконання розрахунків у рамках моделі неферомагнітного тіла стійку збіжність отримуваних числових розв'язків досягнуто при суттєво (на два порядки) менших кроках інтегрування і кількостях скінченних елементів у дискретній моделі, ніж в рамках моделі феромагнітного тіла.

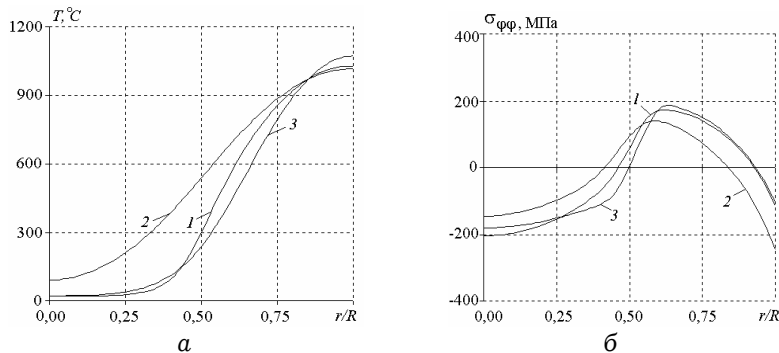


Рис. 3. Температура у циліндрі (а) в момент вимкнення струму та залишкові напруження (б) після повного охолодження циліндра

Аналогічно (як і у випадку циліндра з магнітно-якої сталі Ст. 30) запропонований підхід апробований і у випадку циліндра, виготовленого з магнітно-твердого феромагнітного сплаву ЮНДК24 [3], залежність магнітної

індукції від напруженості поля і температури для якого показано на рис. 1,б. На рис. 4, зокрема, показано результати порівняльного аналізу розв'язків (зміни температури поверхні циліндра за часом), отриманих у рамках моделей магнітно-твердого феромагнітного (криві 1) і неферомагнітного (2) термочутливих тіл для частот 50 Гц і 5 кГц, відповідно. Кривими 3 і 4 на рис. 4,б позначено температури на осі обертання (при меншій частоті температури поверхні в середині циліндра збігаються).

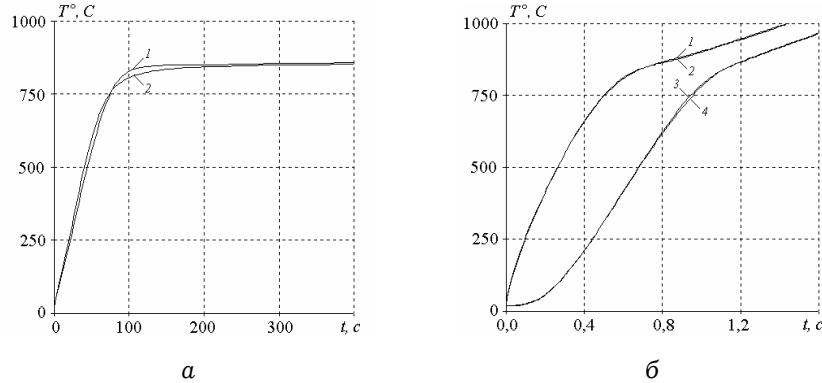


Рис. 4. Зміни температури поверхні циліндра для частот 50 Гц (а) і 5 кГц (б), відповідно

Отже, в рамках моделі неферомагнітного термочутливого тіла (вимоги якої щодо комп'ютерних ресурсів суттєво менші) для окремих феромагнітних матеріалів можна за усталеної усередненої (за напруженістю поля) магнітної проникності отримати задовільні оцінки параметрів, які описують електромагнітне, температурне та механічне поля у феромагнітних (магнітно-м'яких та магнітно-твердих) тілах за високотемпературної індукційної обробки. Запропонований підхід до моделювання термомеханічних процесів у термочутливих пружно-пластичних феромагнітних тілах за квазіусталених електромагнітних навантажень на основі такої спрощеної моделі може виявитись особливо ефективним за відсутності чи неповноти інформації про феромагнітні властивості тіла. У цьому випадку за експериментально визначеної тривалості нагрівання тіла до певної температури можна ставити і розв'язувати обернені задачі про знаходження усередненої магнітної проникності феромагнітного тіла і отримувати на цій основі оцінки параметрів його термомеханічного стану.

1. Гачкевич О.Р., Дробенко Б.Д. Математичне моделювання процесу індукційного нагріву електропровідних тіл // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. прикл. математика та інформатика. – 2004. – Вип. 8. – С. 97-111.
2. Гачкевич О.Р., Дробенко Б.Д. Методика числового дослідження електромагнітних, температурних і механічних полів при індукційному нагріві електропровідних тіл // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2006. – 49, № 4. – С.146-156.

3. Дробенко Б. Моделювання термомеханічних процесів у термочутливих магнітотвердих ферромагнітних тілах при високотемпературному індукційному нагріванні // *Машинознавство*. – 2006. – № 7. – С. 13-17.

**К ОЦЕНКЕ ПАРАМЕТРОВ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ
ФЕРРОМАГНИТНЫХ ТЕЛ ПРИ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОЙ
ИНДУКЦИОННОЙ ОБРАБОТКЕ**

**Богдан ДРОБЕНКО¹, Александр ГАЧКЕВИЧ^{1,2}, Ярослав БУРАК¹,
Иосиф ШИМЧАК²**

¹*Институт прикладных проблем механики и математики
и.м. Я.С.Подстригача НАН Украины, ул. Научная, 3б 79053 Львов, Украина*

²*Политехника Опольская,
ул. Станислава Николайчука, 5 45-271 Ополе, Польша*

Рассмотрена упрощенная расчетная схема (с независимой от напряженности поля магнитной проницаемостью) адекватного определения параметров термомеханического состояния ферромагнитных тел с высокотемпературной индукционной обработкой. Требования к компьютерным ресурсам (память, быстродействие) существенно уменьшаются.

Ключевые слова: связанные поля, индукционное нагревание, термомеханические процессы.

**TO ESTIMATION OF THERMO-MECHANICAL STATE PARAMETERS OF
FERROMAGNETIC SOLIDS SUBJECTED TO HIGH TEMPERATURE
INDUCTION TREATMENT**

Bogdan DROBENKO¹, Oleksandr HACHKEVYCH^{1,2}, Yaroslav BURAK¹, Yosyp SHYMCHAK²

¹*Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics,
Naukova Str., 3b 79053 Lviv, Ukraine*

²*Technical University of Opole,
Stanislawa Mikolajchuka Str., 5, 45-271 Opole, Poland*

A simplified numerical scheme (when magnetic permeability is independent of magnetic field strength) are considered to obtain adequate estimations of thermo-mechanical state parameters of ferromagnetic solids subjected to high temperature induction heating. The approach requires less computer resources (memory and speed).

Key words: coupled fields, induction heating, thermo-mechanical processes

Стаття надійшла до редколегії 12.11.2009

Прийнята до друку 22.12.2010