УДК 539.375

ОЦІНКА ДОВГОВІЧНОСТІ ТРУБНИХ ЕЛЕМЕНТІВ НА СТАДІЇ РОСТУ ВТОМНОЇ ПОВЕРХНЕВОЇ ПІВЕЛІПТИЧНОЇ ТРІЩИНИ

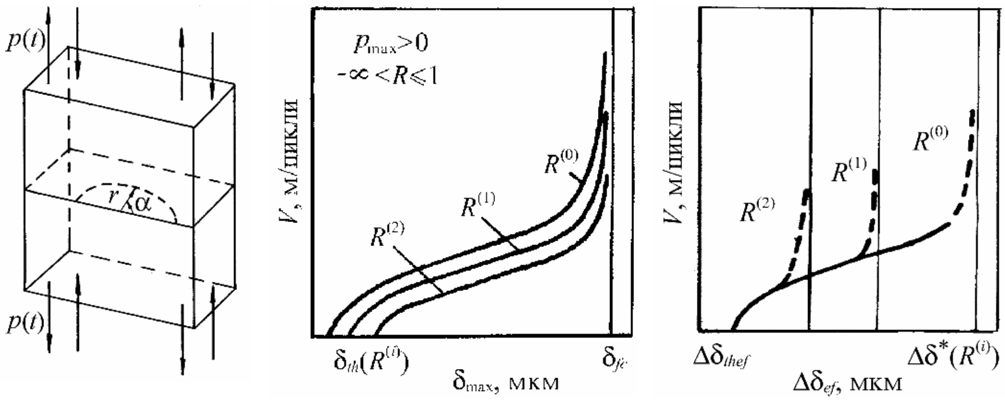
Мирон СТАДНИК, **Іван ДІДУХ**

Національний лісотехнічний університет України,
вул. Генерала Чупринки, 103 79057 Львів, Україна

Розглянуто проблеми оцінки ресурсу трубних елементів конструкцій, підданих дії циклічного навантаження на стадії росту поверхневої півеліптичної тріщини.

Ключові слова: втомна тріщина, залишкова довговічність, циклічне навантаження.

Для дослідження росту втомної поверхневої півеліптичної тріщини (рис. 1,*а*) в пружно-пластичному тілі під циклічним навантаженням $\boldsymbol{p(t)}$, запропоновано диференціальне рівняння в частинних похідних, яке отримали на підставі відомих в літературі результатів [1, 2], у якому швидкість росту тріщини $\boldsymbol{V}$ є однозначною функцією максимального розкриття її вершини $\delta_{\max} = \delta_{|p=p_{\max}}$ на стадії навантаження (рис. 1,*б*) для заданої асиметрії $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{p}_{\min} / \boldsymbol{p}_{\max}$. Максимальне розкриття вершини тріщини визначаємо аналітично на підставі результатів [3].



а *б* *в*

Рис. 1. Втомна поверхнева півеліптична тріщина в тривимірному тілі (*а*), схематичне зображення діаграм росту втомної тріщини в осях $\boldsymbol{V} \sim \delta_{\max}$ (*б*), і $\boldsymbol{V} \sim \Delta\delta_{\boldsymbol{ef}}$ (*в*)

$$\frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial \boldsymbol{N}}\left[1+\frac{1}{\boldsymbol{r}^2}\left(\frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial \alpha}\right)^2\right]^{-1/2} = \boldsymbol{V}(\lambda, \boldsymbol{A}, \boldsymbol{m}, \lambda_0)\,,\ \boldsymbol{r}(\alpha, \boldsymbol{N})|_{\boldsymbol{N}=0} = \boldsymbol{r}_0(\alpha)\,, \qquad (1)$$

де $V(\lambda, A, m, \lambda_0) = \dfrac{1}{A(R)}\left[(\lambda_0(R)/(\lambda_0(R)-\lambda))^{m(R)} - 1\right]^{-1}$, $\lambda = 1 - \sqrt{\delta_{\max} / \delta_{fc}}$,

$\lambda_0 = 1 - \sqrt{\delta_{th} / \delta_{fc}}$; N – кількість циклів; A, m – константи матеріалу, які визначають на підставі даних експерименту і є різними (рис. 1,*б*) для кожної асиметрії циклічного навантаження; δ_{th} – константа матеріалу для заданої асиметрії навантаження, порогове значення розкриття вершини втомної тріщини, нижче якого вона не росте; δ_{fc} – константа матеріалу, критичне значення розкриття вершини втомної тріщини, інваріант стосовно асиметрії навантаження.

Для того, щоб більш адекватно описати процеси пластичного деформування, які відбуваються у вершині фізичної тріщини під час дії на тіло циклічного навантаження, перейдемо в диференціальному рівнянні (1) від координат $V \sim \delta_{\max}$ до координат $V \sim \Delta\delta_{ef}$ за формулою

$$\delta_{\max} = \Delta\delta_{ef} / (U_1^2 / 2), \qquad (2)$$

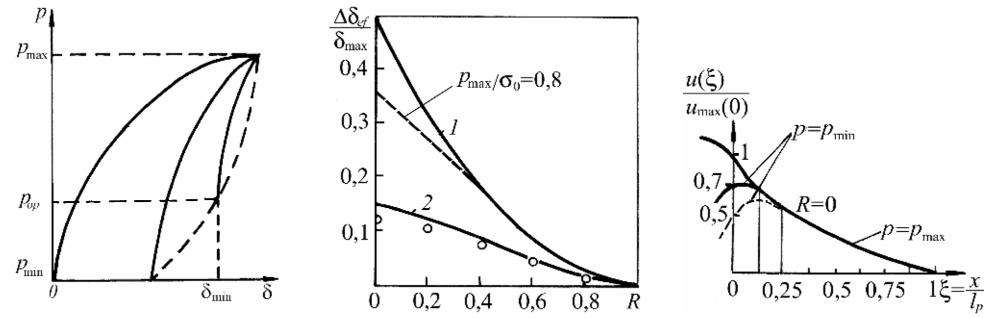
де $\Delta\delta_{ef} = \delta_{\max} - \delta_{\min}$ – розмах розкриття вершини тріщини з урахуванням пластичних витяжок, що формуються на її берегах, внаслідок виникнення залишкових деформацій при проходженні через пластичну зону; $\delta_{\min} = \delta|_{p=p_{\min}}$ на стадії розвантаження; U_1 – відома в літературі функція, яку знаходять шляхом розв'язання відповідних граничних задач теорії тріщин або з експерименту і є функцією асиметрії для автомодельної тріщини та асиметрії і рівня зовнішнього навантаження для неавтомодельної тріщини.

Використовуючи формули (1) і (2), одержуємо

$$\frac{\partial r}{\partial N}\left[1 + \frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial r}{\partial \alpha}\right)^2\right]^{-1/2} = \frac{1}{A_1}\left[\left(\frac{\sqrt{\Delta\delta_*(R)} - \sqrt{\Delta\delta_{thef}}}{\sqrt{\Delta\delta_{ef}} - \sqrt{\Delta\delta_{thef}}}\right)^{m_1} - 1\right]^{-1}. \qquad (3)$$

Тут швидкість росту тріщини є однозначною функцією ефективного розмаху розкриття її вершини $\Delta\delta_{ef}$ ($\Delta\delta_{thef} \le \Delta\delta_{ef} < \Delta\delta^*(R)$) і не залежить від асиметрії навантаження на першій і другій ділянках діаграми втомного руйнування (рис. 1, *в*); $\Delta\delta_{thef} = \Delta K_{thef}^2 / (2\sigma_0 E)$ – константа матеріалу, інваріант стосовно асиметрії навантаження, порогове значення ефективного розмаху розкриття вершини втомної тріщини, нижче якого тріщина не росте, $\Delta\delta^*(R) = \delta_{fc} U_1^2 / 2$, константи A_1, m_1 є інваріантними щодо асиметрії навантаження, тому для їхнього визначення достатньо побудувати лише одну діаграму втомного руйнування.

Для визначення параметра ефективного розмаху розкриття вершини тріщини $\Delta\delta_{ef}$, який входить у диференціальні рівняння (3), розглянемо зміну напружено-деформованого стану в її вершині протягом одного циклу навантаження (рис. 2,*а*).



а *б* *в*

Рис. 2. Залежність величини розкриття вершини тріщини $\delta_{\min}$ від напруження $\boldsymbol{p}(\boldsymbol{t})$ за один цикл навантаження (*а*), зміна відносного розмаху розкриття вершини тріщини залежно від асиметрії навантаження (*б*), зміна переміщення $\boldsymbol{u}(\xi)$ берегів модельного розрізу і розмірів циклічної пластичної зони за наявності пластичних витяжок на берегах втомної тріщини (*в*)

Тоді, зберігаючи структуру формули для визначення мінімального розкриття вершини ідеальної тріщини

$$\delta_{\min} = (1 - \frac{1}{2}(1 - \boldsymbol{R})^2)\delta_{\max}\,, \tag{4}$$

і припускаючи , що зі зміною напружень $\boldsymbol{p}_{\min} \le \boldsymbol{p} \le \boldsymbol{p}_{op}$ $\delta_{\min}$ залишається сталим на стадії розвантаження ($p = p_{\max} - \Delta\boldsymbol{p}$, $\Delta\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}_{\max} - \boldsymbol{p}_{\min}$) та довантаження ($p = p_{\min} + \Delta\boldsymbol{p}$), в формулі (4), у виразі для асиметрії замість $\boldsymbol{p}_{\min}$ ставимо величину $\boldsymbol{p}_{op}$, тоді отримаємо

$$\Delta\,\delta_{ef} = ((\boldsymbol{U}_1)^2/2)\delta_{\max}\,; \tag{5}$$

$$\Delta\,\delta_{ef} = (2\boldsymbol{l}_{pf}/\boldsymbol{l}_p)\delta_{\max}\,,\quad \boldsymbol{l}_{pf} = (\boldsymbol{U}_1)^2/4)\boldsymbol{l}_p\,. \tag{6}$$

Тут $\boldsymbol{U}_1 = 1 - \boldsymbol{p}_{op}/\boldsymbol{p}_{\max}$, $\boldsymbol{l}_{pf}, \boldsymbol{l}_p$ – відповідно, статична та циклічна пластичні зони. У випадку відомої в літературі функції $\boldsymbol{U}_1(\boldsymbol{R}) = 1 - (0,45 + 0,2\,\boldsymbol{R} + 0,25\,\boldsymbol{R}^2 + 0,1\,\boldsymbol{R}^3)$, визначеної теоретично для $\boldsymbol{R} \ge 0$, отримане за формулою (5) відносне значення $\Delta\,\delta_{ef}$ (рис. 2,*б*, крива *2*) добре узгоджуються з експериментальним [4], а максимальна відносна похибка при $\boldsymbol{R} = 0$ не перевищує 10%. На підставі результатів, поданих на рис. 2,*б*, можна зазначити межі застосування формули (5) для визначення

$\Delta\ \delta_{ef}$, якщо $U_1(R) = 1 - R$ (**ідеальна тріщина**, крива *1*). Вона прийнятна для автомодельної тріщини при $R \geq 0,7$ і для неавтомодельної (рис. 2,*б*, штрихова лінія) – при $p_{\max} / \sigma_0 \geq 0,8$ (σ_0 – усереднене значення напружень, задане на берегах модельної тріщини, згідно з узагальненою $\delta_к$-моделлю). Визначати $\Delta\delta_{ef}$ можна також за формулою (6) через величину циклічної пластичної зони. Як випливає з формули (6), завдяки наявності пластичних витяжок на берегах втомної тріщини зменшуються розміри циклічної пластичної зони, а відповідно, і ефективний розмах розкриття вершини тріщини $\Delta\delta_{ef}$. На рис. 2,*в* показано, що для автомодельної тріщини при $R = 0$ частина пластичної області, яка циклується з урахуванням наявності пластичних витяжок товщиною $h_{res} = u_{\min}$ на берегах тріщини, становить $0,12$ від всієї пластичної області. Без урахування пластичних витяжок зона циклічного пластичного деформування значно збільшується і становить $0,25$ – відомий в літературі результат [5]. Величина $\Delta\delta_{ef}$ зменшується на 20% порівняно з ідеальною тріщиною.

Диференціальне рівняння в частинних похідних (3) використаємо для опису кінетики втомної поверхневої півеліптичної тріщини, віднесеної до полярної системи координат $Or\alpha$ в площині тривимірного тіла (рис. 1,*a*). За припущенням, що півеліптична тріщина в процесі свого розвитку від початкового розміру до критичного залишається півеліптичною[6], тоді її радіус-вектор $r(\alpha, N)$ визначається за формулою

$$r(\alpha, N) = a(N)c(N) / \sqrt{a^2(N)\cos^2\alpha + c^2(N)\sin^2\alpha}\,,\ \ 0 \leq \alpha \leq \pi\,. \tag{7}$$

Очевидно, для виявлення розмірів контура поверхневої півеліптичної тріщини під циклічним навантаженням достатньо знати розвиток її півосей $a(N)$ і $c(N)$. Для їхнього знаходження диференціальне рівняння в частинних похідних (3) запишемо у двох точках контура тріщини

($\alpha = \pi / 2$, і $\alpha = 0$). Враховуючи, що $r(\pi / 2, N) = a$; $r(0, N) = c$,

$\left(\dfrac{\partial r}{\partial\alpha}\right)_{\alpha=\pi/2} = \left(\dfrac{\partial r}{\partial\alpha}\right)_{\alpha=0} = 0$, отримаємо

$$\frac{da}{dN} = V(A_1, m_1, \Delta\delta_{thef}, \lambda^{(1)}),\quad \lambda^{(1)} = 1 - \sqrt{\Delta\delta_{ef}^{(1)} / \Delta\delta^*(R)}, \tag{8}$$

$$\frac{dc}{dN} = V(A_1, m_1, \Delta\delta_{thef}, \lambda^{(2)}),\quad \lambda^{(2)} = 1 - \sqrt{\Delta\delta_{ef}^{(2)} / \Delta\delta^*(R)},\ a(0) = a_0,\ c(0) = c_0\,,$$

де $\Delta\delta_{ef}^{(1)} = \Delta\delta_{ef}\,|_{\alpha=\pi/2}$, $\Delta\delta_{ef}^{(2)} = \Delta\delta_{ef}\,|_{\alpha=0}$, a_0, c_0 – відповідно, мала і велика півосі початкової поверхневої півеліптичної тріщини.

Якщо швидкість росту втомної тріщини описується диференціальними рівняннями (1) або (3), то для обчислення констант матеріалу A, m (A_1, m_1) за допомогою методу найменших квадратів отримаємо такі формули:

$$a_1(m)a_2(m) - n_1 a_3(m) = 0\ ,\ A = 10^{-a_1(m)/n_1},$$

де

$$a_1(m) = \sum_{i=1}^{n_1} \lg\left(x_i^m - 1\right) V_i^e\ , a_2(m) = \sum_{i=1}^{n_1} \frac{x_i^m \lg x_i}{x_i^m - 1},$$

$$a_3(m) = \sum_{i=1}^{n_1} \frac{x_i^m \lg x_i}{x_i^m - 1} \lg\left((x_i^m - 1) V_i^e\right),\ x_i = \lambda_0/(\lambda_0 - \lambda_i),\ \lambda_i = 1 - \sqrt{\delta_{\max}^{(i)}/\delta_{fc}},$$

$V_i^e, \delta_{\max}^{(i)}$ – координати експериментальних точок, відповідно, швидкості росту тріщини і максимального розкриття вершини; n_1 – кількість точок експерименту; $\lambda_0 = 1 - \sqrt{\delta_{th}/\delta_{fc}}$ – визначено експериментально.

Отож, задача дослідження кінетики розвитку втомної поверхневої півеліптичної тріщини зводиться до розв'язування системи звичайних диференціальних рівнянь стосовно невідомих функцій $a(N)$ і $c(N)$. Після знаходження розв'язку цих рівнянь форма і розміри тріщини в довільний момент часу $t = N/\nu$ (ν – частота циклічного навантаження) визначаються залежністю (7).

Для визначення довговічності тіла $N = N_*$ і критичних розмірів тріщини $r_* = r(N_*, \alpha)$ використовуємо критерій критичного розкриття її вершини. Вважаємо, що тіло з поверхневою півеліптичною тріщиною під циклічним навантаженням зруйнується, якщо для заданої асиметрії R виконується умова

$$\max\left\{\Delta\delta_{ef}\,|_{\alpha=\pi/2}, \Delta\delta_{ef}\,|_{\alpha=0}\right\} = \Delta\delta^*(R).$$

Приклад. Розглянемо трубний стояк для добування корисних копалин із дна океану, який складається зі з'єднаних за допомогою різьби трубних секцій, які транспортує корабель (рис. 3). Під впливом хвилювання океану в трубних секціях виникають циклічні напруження розтягу, що змінюються ступінчасто в робочому режимі і є регулярними в режимі штормового відстою (кожний з режимів триває по 500 год).

Задача полягає у визначенні ресурсу N_* трубного стояка на стадії росту в поперечному перерізі втомної півеліптичної тріщини за таких умов: матеріал– сталь28Х2МФБД; $\sigma_{\max}^{(1)} = 400 - 500$ МПа ; $\sigma_{\max}^{(2)} = 550$ МПа ;

$\boldsymbol{R} = 0,5$; $\nu = 0,17$Гц ; $\sigma_T = 850$ МПа ; $\sigma_B = 950$ МПа ; $\boldsymbol{R}_1 = 112,5$ мм ; $\boldsymbol{R}_2 = 122,25$ мм; $\boldsymbol{E} = 2,1 \cdot 10^5$ МПа ; $\boldsymbol{A} = 9,75 \cdot 10^4$ цикл/м ; $\boldsymbol{m} = 1,2$; $\lambda_0 = 0,93$; $\delta_{fc} = 0,021$мм ; $\boldsymbol{a}_0 = 1$ мм ; $c_0 = 2$ мм .

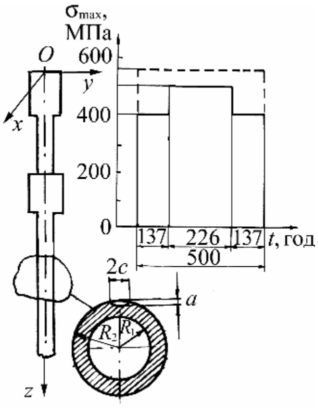


Рис. 3. Трубний стояк

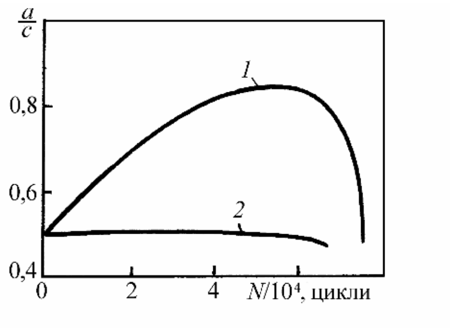


Рис. 4. Зміна відношення півосей півеліптичної тріщини від кількості циклів навантаження (*1* – робочий режим; *2* – штормовий відстій)

Внаслідок розв’язання задачі визначено залишкову довговічність трубної секції і кінетику розвитку втомної поверхневої півеліптичної тріщини від початкових до критичних розмірів півосей для робочого режиму $\boldsymbol{N}_*^{(1)} = 75500$ циклів (125 год), $\boldsymbol{a}_*^{(1)} = 9$ мм, $c_*^{(1)} = 18,6$ мм , $\boldsymbol{a}_*^{(1)} / \boldsymbol{c}_*^{(1)} = 0,48$ і штормового відстою $\boldsymbol{N}_*^{(2)} = 67500$ циклів(110год), $\boldsymbol{a}_*^{(2)} = 8,1$ мм, $c_*^{(2)} = 17,4$ мм , $\boldsymbol{a}_*^{(2)} / \boldsymbol{c}_*^{(2)} = 0,46$ (рис.4).

Отримані результати свідчать про недопустимість встановлення трубної секції в трубний стояк з початковою поверхневою тріщиною зазначених розмірів.

Отож, запропонована математична модель розвитку втомної поверхневої півеліптичної тріщини дає змогу ефективно і з достатньою для практики точністю розраховувати ресурс відповідальних трубних елементів конструкцій. Одержані результати можна використовувати для відбраковування трубних елементів конструкцій, а також визначення часу їхнього профілактичного огляду в процесі експлуатації.

1. *Панасюк В. В.* Предельное равновесие хрупких тел с трещинами. – К., 1968.

2. *Андрейкив А. Е.* Пространственные задачи теории трещин. – К., 1982.

3. Визначення величини розкриття вершини тріщини у пружнопластичних тілах /В, В. Панасюк, О. Є. Андрейків, М. М. Стадник, І. В. Дідух // Физ.-хим. механика материалов. - 1990. - № 6. - С. 53-61.

4. *Newman J. C.* A crack-closure model for predicting fatique crack growth under aircraft spectrum loading // ASTM STP 748 (1981).P. 53-81

5. *Elber W.*Fatique crack closure under cyclic tension.// Eng.Fract.Mech.- 1970.-2,N1.- P.37-45..

6. *Стадник М.М., Дідух І.В.* Математична модель росту поверхневої півеліптичної тріщини у пружнопластичному тілі при циклічному навантаженні // Науковий вісник: Збірник науково-технічних праць. – Львів НЛТУУ – 2007. Вип. 17.5. – С.220-226.

ОЦЕНКА ДОЛГОВЕЧНОСТИ ТРУБНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ НА СТАДИИ РОСТА УСТАЛОСТНЫХ ПОВЕРХНОСТНЫХ ПОЛУЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ТРЕЩИН

Мирон СТАДНИК, **Иван ДИДУХ**

Национальный лесотехнический университет Украины,
ул. Генерала Чупринки, 103 79057 Киев, Украина

Рассмотрены проблемы оценки ресурса трубных элементов конструкций, подверженных действию циклической нагрузки на стадии роста поверхностной полуэллиптической трещины.

Ключевые слова: усталостная трещина, остаточная долговечность, циклическое нагружение.

AN ESTIMATION OF THE LIFE TIME OF TUBULAR STRUCTURAL ELEMENTS AT THE STAGE OF FATIGUE SURFACE SEMI- ELLIPTICAL CRACK PROPAGATION

Myron STADNYK, Ivan DIDUH

National Forestry University of Ukraine,
General Chuprinka Str., 103, 79057 Lviv, Ukraine

The work is devoted the problems of assessing the life time of tubular structural elements at the stage of surface cracks propagation under cyclic loading.

Key words: fatigue crack, residual life time, cyclic loading.

Стаття надійшла до редколегії 12.11.2009
Прийнята до друку 22.12.2010