ВІСНИК ЛЬВІВ. УН-ТУ *VISNYK LVIV UNIV.*
Серія мех.-мат. 2009. *Ser. Mech. Math. 2009.*
Вип. 71. С. 184–190 *Is. 71. P. 184–190*

УДК 517.95

ДЕЯКІ ВЛАСТИВОСТІ РОЗВ'ЯЗКІВ ЕВОЛЮЦІЙНИХ РІВНЯНЬ ТРЕТЬОГО ПОРЯДКУ ЗІ ЗМІННИМИ ПОКАЗНИКАМИ НЕЛІНІЙНОСТІ

Оксана ПАНАТ

Львівський національний університет імені Івана Франка,
79000, Львів, вул. Університетська, 1
e-mail: panat_ot@i.ua

Знайдено поведінку при $t \to +\infty$ глобальних (за часом) розв'язків мішаних задач для деяких класів нелінійних гіперболічних рівнянь третього порядку.

Ключові слова: гіперболічне рівняння третього порядку, змінний показник нелінійності.

Диференціальне рівняння третього порядку

$$u_{tt} = g(u, \nabla u, \Delta u) + h\Delta u_t, \tag{1}$$

де g – деяка функція, $h \in \mathbb{R}^1$, $h > 0$, розглядали раніше багато авторів (див. [1]-[15]). Зокрема, якщо функція u визначає коефіцієнт згущення в'язкого газу, то вона задовольняє рівняння (1) при $g(u, \nabla u, \Delta u) = c^2\Delta u$, $h = 4/3\nu$, де c – швидкість поширення звуку у нев'язкому газі; ν – кінематичний коефіцієнт в'язкості. Задачу Коші для такого рівняння досліджено в [1]. Розв'язок одержано методом Коші, а також вивчено його хвильові властивості. Мішані задачі для рівняння (1), коли g – нелінійна функція, розглянуто в [2]-[3]. Знайдено умови існування єдиного класичного розв'язку і його поведінку при $t \to +\infty$. У [4]-[15] вивчали питання існування та єдиності узагальнених розв'язків відповідних задач для рівняння (1) та деяких його узагальнень.

Мета нашої праці – дослідити поведінку при $t \to +\infty$ розв'язків деяких узагальнень рівняння (1).

Нехай $n \in \mathbb{N}$; $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ – обмежена область з межею $\partial\Omega \in C^1$; $Q_\tau = \Omega \times (0, \tau)$; $\Omega_\tau = \Omega \times \{\tau\}$; $p \in L^\infty(\Omega)$, $p_0 \equiv \operatorname*{ess\,inf}_{x\in\Omega} p(x) > 1$, $p^0 \equiv \operatorname*{ess\,sup}_{x\in\Omega} p(x) < +\infty$ і $1/p(x) + 1/p'(x) = 1$, $x \in \Omega$.

В області Q_T розглянемо мішану задачу

$$u_{tt} - \sum_{i,j=1}^{n} (a_{ij}(x)u_{x_it})_{x_j} - \sum_{i,j=1}^{n} (b_{ij}(x)u_{x_i})_{x_j} + c_1(x)u_t +$$
$$+g_1(x)|u_t|^{p(x)-2}u_t + g_2(x)|u|^{p(x)-2}u = 0, \tag{2}$$

$$u|_{\partial\Omega\times(0,T)} = 0, \tag{3}$$

$$u(x,0) = u_0(x), \;\; u_t(x,0) = u_1(x), \quad x \in \Omega. \tag{4}$$

Нагадаємо, що узагальненим простором Лебега називають множину функцій

$$L^{p(x)}(\Omega) = \Big\{ v : \Omega \to \mathbb{R}^1 \;\Big|\; v - \text{ вимірна, } \rho_p(v,\Omega) < +\infty \Big\},$$

де $\rho_p(v,\Omega) = \int_\Omega |v(x)|^{p(x)}\,dx$. У праці [16] доведено, що $L^{p(x)}(\Omega)$ є сепарабельним, рефлексивним і банаховим простором, якщо на ньому ввести норму за правилом

$$||v; L^{p(x)}(\Omega)|| = \inf\Big\{ \lambda > 0 : \int_\Omega |v/\lambda|^{p(x)}\,dx \leqslant 1 \Big\}.$$

Крім того, $[L^{p(x)}(\Omega)]^* = L^{p'(x)}(\Omega)$ і $L^{r(x)}(\Omega) \subset L^{p(x)}(\Omega)$, якщо $r(x) \geqslant p(x)$ (див. [16], с. 599-600).

Припускаємо, що виконуються такі умови:

(A): $a_{ij} \in L^\infty(\Omega)$, $a_{ij} = a_{ji}$ $(i,j = \overline{1,n})$,
$a_0|\xi|^2 \leqslant \sum\limits_{i,j=1}^{n} a_{ij}(x)\xi_i\xi_j \leqslant a^0|\xi|^2$ для всіх $\xi \in \mathbb{R}^n$ та майже всіх $x \in \Omega$,
де $a_0, a^0 > 0$;

(B): $b_{ij} \in L^\infty(\Omega)$ $(i,j = \overline{1,n})$,
$b_0|\xi|^2 \leqslant \sum\limits_{i,j=1}^{n} b_{ij}(x)\xi_i\xi_j \leqslant b^0|\xi|^2$ для всіх $\xi \in \mathbb{R}^n$ та майже всіх $x \in \Omega$,
де $b_0, b^0 > 0$;

(C): $c_1 \in L^\infty(\Omega)$, $0 < c_{1,0} \leqslant c_1(x) \leqslant c_1^0$ для майже всіх $x \in \Omega$;

(G): $g_1, g_2 \in L^\infty(\Omega)$, $g_{i,0} \leqslant g_i(x) \leqslant g_i^0$ для майже всіх $x \in \Omega$, де
$g_{i,0}, g_i^0 > 0$ $(i = 1, 2)$;

(U): $u_0 \in L^2(\Omega) \cap L^{p(x)}(\Omega)$, $u_1 \in L^2(\Omega)$.

Означення 1. *Узагальненим розв'язком задачі (2)-(4) в області Q_T називаємо функцію $u \in L^2(0,T; H_0^1(\Omega)) \cap L^{p(x)}(Q_T)$, $u_t \in L^2(0,T; H_0^1(\Omega)) \cap L^{p(x)}(Q_T)$, $u_{tt} \in L^2(Q_T)$, яка задовольняє умови (4), а також інтегральну рівність*

$$\int_{Q_T} \Bigg[u_{tt}v + \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}(x)u_{x_it}v_{x_j} + \sum_{i,j=1}^{n} b_{ij}(x)u_{x_i}v_{x_j} + c_1(x)u_tv +$$
$$+g_1(x)|u_t|^{p(x)-2}u_tv + g_2(x)|u|^{p(x)-2}uv \Bigg]\,dx\,dt = 0$$

для всіх $v \in L^2(0,T; H_0^1(\Omega)) \cap L^{p(x)}(Q_T)$.

Означення 2. *Якщо функція* $u : \Omega\times(0,\infty) \to \mathbb{R}^1$ *для кожного* $T > 0$ *є узагальненим розв'язком задачі (2)-(4) в області* Q_T*, то* u *називатимемо глобальним розв'язком задачі (2)-(4).*

Припустимо, що функція u – глобальний розв'язок задачі (2)-(4), введемо функціонал

$$E(t) = \frac{1}{2}\int\limits_{\Omega_t}\left[|u_t|^2 + \sum_{i,j=1}^{n} b_{ij}(x)u_{x_i}u_{x_j}\right]dx + \int\limits_{\Omega_t}\frac{g_2(x)}{p(x)}|u|^{p(x)}\,dx, \quad t > 0.$$

З метою спрощення записів позначимо

$$A_1 = n\max_{i,j=\overline{1,n}}\operatorname*{ess\,sup}_{x\in\Omega}|a_{ij}(x)|, \quad W = \min\left\{\frac{2a_0b_0}{A_1^2}, \frac{2c_{1,0}}{c_1^0+2}, \frac{p^0}{p^0-1}\right\}. \tag{5}$$

Нехай $\gamma = \gamma(\Omega) > 0$ – стала з нерівності Фрідріхса (див. [17], с. 44), тобто

$$\int\limits_{\Omega}|v|^2\,dx \leqslant \gamma\int\limits_{\Omega}\sum_{i=1}^{n}|v_{x_i}|^2\,dx \quad \forall\, v \in H_0^1(\Omega). \tag{6}$$

Говоритимемо, що виконується умова **(V)**, якщо
(V): $K_1 \equiv 1 - c_1^0\gamma/b_0 > 0$, $K_2 \equiv p_0 - g_1^0/g_{2,0} > 0$.
Доведемо таку теорему.

Теорема 1. *Нехай виконуються умови* ***(A)***, ***(B)***, ***(C)***, ***(G)***, ***(U)***, ***(V)***. *Якщо* u – *глобальний розв'язок задачі (2)-(4), то існують сталі* $C > 0$, $\omega > 0$ *такі, що*

$$E(t) \leqslant CE(0)e^{-\omega t}, \quad t > 0. \tag{7}$$

Доведення. Нехай u – глобальний розв'язок задачі (2)-(4). Тоді для всіх $v \in H_0^1(\Omega)\cap$ $\cap L^{p(x)}(\Omega)$ правильна рівність

$$\int\limits_{\Omega_t}\Bigg[u_{tt}v + \sum_{i,j=1}^{n}a_{ij}(x)u_{x_it}v_{x_j} + \sum_{i,j=1}^{n}b_{ij}(x)u_{x_i}v_{x_j} + c_1(x)u_tv +$$
$$+g_1(x)|u_t|^{p(x)-2}u_tv + g_2(x)|u|^{p(x)-2}uv\Bigg]dx = 0, \quad t \geq 0. \tag{8}$$

Знайдемо похідну від E за t та скористаємося рівністю (8) при $v = u_t$

$$\frac{dE}{dt} = \int\limits_{\Omega_t}\left[u_{tt}u_t + \sum_{i,j=1}^{n}b_{ij}u_{x_i}u_{x_jt} + g_2|u|^{p(x)-2}uu_t\right]dx =$$
$$= -\int\limits_{\Omega_t}\left[\sum_{i,j=1}^{n}a_{ij}u_{x_it}u_{x_jt} + c_1|u_t|^2 + g_1|u_t|^{p(x)}\right]dx. \tag{9}$$

Розглянемо функціонал

$$J(t) = E(t) + \varepsilon\int\limits_{\Omega_t}uu_t\,dx, \quad \varepsilon > 0, \quad t > 0. \tag{10}$$

Враховуючи (10), (9) та (8) при $v = u$, отримаємо

$$\frac{dJ}{dt} = \frac{dE}{dt} + \varepsilon \int\limits_{\Omega_t} |u_t|^2\,dx + \varepsilon \int\limits_{\Omega_t} u_{tt}u\,dx =$$

$$= -\int\limits_{\Omega_t} \Big[\sum_{i,j=1}^n a_{ij}u_{x_it}u_{x_jt} + c_1|u_t|^2 + g_1|u_t|^{p(x)}\Big]\,dx + \varepsilon \int\limits_{\Omega_t} |u_t|^2\,dx - \tag{11}$$

$$-\varepsilon \int\limits_{\Omega_t} \Big[\sum_{i,j=1}^n a_{ij}u_{x_it}u_{x_j} + \sum_{i,j=1}^n b_{ij}u_{x_i}u_{x_j} + c_1u_tu + g_1|u_t|^{p(x)-2}u_tu + g_2|u|^{p(x)}\Big]\,dx.$$

Оцінимо доданки останньої рівності. У цьому разі використовуватимемо умови (**A**), (**B**), (**C**), (**G**), оцінку (6), нерівність Юнга з параметром $\varkappa > 0$

$$\alpha\beta \leqslant \varkappa|\alpha|^2 + \frac{1}{4\varkappa}|\beta|^2,$$

де $\alpha, \beta \in \mathbb{R}^1$, а також нерівність

$$\sum_{i,j=1}^n \alpha_{ij}\beta_i\gamma_j \leqslant \alpha_{i^*j^*} \sum_{i,j=1}^n |\beta_i\gamma_j| = \alpha_{i^*j^*}\Big(\sum_{i=1}^n |\beta_i|\Big)\Big(\sum_{i=1}^n |\gamma_i|\Big) \leqslant$$

$$\leqslant \alpha_{i^*j^*}\left(\kappa\Big(\sum_{i=1}^n |\beta_i|\Big)^2 + \frac{1}{4\kappa}\Big(\sum_{i=1}^n |\gamma_i|\Big)^2\right) \leqslant n\alpha_{i^*j^*}\left(\kappa\sum_{i=1}^n \beta_i^2 + \frac{1}{4\kappa}\sum_{i=1}^n \gamma_i^2\right),$$

де α_{ij}, β_i, $\gamma_i \in \mathbb{R}^1$ $(i, j = \overline{1,n})$, $\alpha_{i^*j^*} = \max\limits_{i,j=\overline{1,n}} |\alpha_{ij}|$, $\kappa > 0$ – довільне число. Матимемо

$$\Big|-\varepsilon \int\limits_{\Omega_t} \sum_{i,j=1}^n a_{ij}u_{x_it}u_{x_j}\,dx\Big| \leqslant \varepsilon A_1 \int\limits_{\Omega_t} \Big[\delta_1 \sum_{i=1}^n |u_{x_it}|^2 + \frac{1}{4\delta_1}\sum_{i=1}^n |u_{x_i}|^2\Big]\,dx \leqslant$$

$$\leqslant \frac{\varepsilon A_1\delta_1}{a_0} \int\limits_{\Omega_t} \sum_{i,j=1}^n a_{ij}u_{x_it}u_{x_jt}\,dx + \frac{\varepsilon A_1}{4\delta_1 b_0} \int\limits_{\Omega_t} \sum_{i,j=1}^n b_{ij}u_{x_i}u_{x_j}\,dx,$$

де $\delta_1 > 0$;

$$\Big|-\varepsilon \int\limits_{\Omega_t} c_1u_tu\,dx\Big| \leqslant \frac{\varepsilon c_1^0}{2} \int\limits_{\Omega_t} \Big[|u_t|^2 + |u|^2\Big]\,dx \leqslant \frac{\varepsilon c_1^0}{2} \int\limits_{\Omega_t} |u_t|^2\,dx + \frac{\varepsilon c_1^0\gamma}{2b_0} \int\limits_{\Omega_t} \sum_{i,j=1}^n b_{ij}u_{x_i}u_{x_j}\,dx;$$

$$\Big|-\varepsilon \int\limits_{\Omega_t} g_1|u_t|^{p(x)-2}u_tu\,dx\Big| \leqslant \varepsilon \int\limits_{\Omega_t} g_1|u_t|^{p(x)-1}|u|\,dx \leqslant$$

$$\leqslant \frac{\varepsilon(p^0-1)}{p^0} \int\limits_{\Omega_t} g_1|u_t|^{p(x)}\,dx + \frac{\varepsilon g_1^0}{g_{2,0}} \int\limits_{\Omega_t} \frac{g_2}{p}|u|^{p(x)}\,dx.$$

На підставі одержаних оцінок, рівність (11) перепишемо у вигляді

$$\frac{dJ}{dt} \leqslant \Big(-1 + \frac{\varepsilon A_1\delta_1}{a_0}\Big) \int\limits_{\Omega_t} \sum_{i,j=1}^n a_{ij}u_{x_it}u_{x_jt}\,dx +$$

$$+\Big(-\varepsilon+\frac{\varepsilon A_1}{4\delta_1 b_0}+\frac{\varepsilon c_1^0\gamma}{2b_0}\Big)\int\limits_{\Omega_t}\sum_{i,j=1}^n b_{ij}u_{x_i}u_{x_j}\,dx+\Big(-c_{1,0}+\varepsilon+\frac{\varepsilon c_1^0}{2}\Big)\int\limits_{\Omega_t}|u_t|^2\,dx+$$
$$+\Big(-1+\frac{\varepsilon(p^0-1)}{p^0}\Big)\int\limits_{\Omega_t}g_1|u_t|^{p(x)}\,dx+\varepsilon\Big(\frac{g_1^0}{g_{2,0}}-p_0\Big)\int\limits_{\Omega_t}\frac{g_2}{p}|u|^{p(x)}\,dx,$$

де $\delta_1>0$.

Взявши $\delta_1=\dfrac{A_1}{2b_0}$ та врахувавши умову **(V)**, одержимо нерівність

$$\frac{dJ}{dt}\leqslant-\left(1-\frac{\varepsilon A_1^2}{2a_0b_0}\right)\int\limits_{\Omega_t}\sum_{i,j=1}^n a_{ij}u_{x_it}u_{x_jt}\,dx-\frac{K_1\varepsilon}{2}\int\limits_{\Omega_t}\sum_{i,j=1}^n b_{ij}u_{x_i}u_{x_j}\,dx-c_{1,0}\Bigg(1-$$
$$-\frac{\varepsilon(2+c_1^0)}{2c_{1,0}}\Bigg)\int\limits_{\Omega_t}|u_t|^2\,dx-\left(1-\frac{\varepsilon(p^0-1)}{p^0}\right)\int\limits_{\Omega_t}g_1|u_t|^{p(x)}\,dx-K_2\varepsilon\int\limits_{\Omega_t}\frac{g_2}{p}|u|^{p(x)}\,dx,\quad(12)$$

де $K_1>0$, $K_2>0$ визначені в **(V)**.

Якщо

$$0<\varepsilon<W,$$

де W взято з (5), то правильні оцінки $1-\frac{\varepsilon A_1^2}{2a_0b_0}>0$, $1-\frac{\varepsilon(2+c_1^0)}{2c_{1,0}}>0$, $1-\frac{\varepsilon(p^0-1)}{p^0}>0$. На підставі цього нерівність (12) перепишемо у вигляді

$$\frac{dJ}{dt}\leqslant-\frac{K_1\varepsilon}{2}\int\limits_{\Omega_t}\sum_{i,j=1}^n b_{ij}u_{x_i}u_{x_j}\,dx-K_3\int\limits_{\Omega_t}|u_t|^2\,dx-K_2\varepsilon\int\limits_{\Omega_t}\frac{g_2}{p}|u|^{p(x)}\,dx,$$

де $K_3\equiv c_{1,0}(1-\frac{\varepsilon(2+c_1^0)}{2c_{1,0}})>0$. Звідси матимемо нерівність

$$\frac{dJ}{dt}\leqslant-K_4(\varepsilon)E(t),\quad(13)$$

де $K_4(\varepsilon)=\min\{K_1\varepsilon,2K_3,K_2\varepsilon\}$.

Одержимо ще одну оцінку. З рівності (10) та нерівності (6) отримуємо, що

$$J(t)\leqslant E(t)+\frac{\varepsilon}{2}\int\limits_{\Omega_t}\left[|u|^2+|u_t|^2\right]dx\leqslant E(t)+\frac{\varepsilon}{2}\int\limits_{\Omega_t}|u_t|^2\,dx+\frac{\varepsilon\gamma}{2b_0}\int\limits_{\Omega_t}\sum_{i,j=1}^n b_{ij}u_{x_i}u_{x_j}\,dx\leqslant$$
$$\leqslant\int\limits_{\Omega_t}\left[\frac12\left(1+\frac{\varepsilon\gamma}{b_0}\right)\sum_{i,j=1}^n b_{ij}u_{x_i}u_{x_j}+\frac12(1+\varepsilon)|u_t|^2+\frac{g_2}{p}|u|^{p(x)}\right]dx\leqslant A(\varepsilon)E(t),\quad(14)$$

де $A(\varepsilon)=\max\{1+\varepsilon\gamma/b_0,\ 1+\varepsilon\}$.

Подібними міркуваннями для $0<\varepsilon<\min\{1,b_0/\gamma\}$ одержимо оцінку

$$J(t)\geqslant E(t)-\frac{\varepsilon}{2}\int\limits_{\Omega_t}\left[|u|^2+|u_t|^2\right]dx\geqslant\int\limits_{\Omega_t}\Bigg[\frac12\left(1-\frac{\varepsilon\gamma}{b_0}\right)\sum_{i,j=1}^n b_{ij}u_{x_i}u_{x_j}+$$
$$+\frac12(1-\varepsilon)|u_t|^2+\frac{g_2}{p}|u|^{p(x)}\Bigg]dx\geqslant N(\varepsilon)E(t),$$

де $N(\varepsilon)=\min\{1-\varepsilon\gamma/b_0,\ 1-\varepsilon\}$.

Зафіксуємо довільне значення параметра ε з проміжку $(0, \min\{W, 1, b_0/\gamma\})$. Тоді для такого $\varepsilon > 0$, на підставі (14), з (13) матимемо, що $\frac{dJ}{dt} \leqslant -\frac{K_4(\varepsilon)}{A(\varepsilon)}J(t)$. Звідси $J(t) \leqslant J(0)\,e^{-\omega t}$, де $\omega = K_4(\varepsilon)/A(\varepsilon)$. Оскільки $J(0) \leqslant A(\varepsilon)E(0)$ і $J(t) \geqslant N(\varepsilon)E(t)$, то

$$E(t) \leqslant \frac{J(t)}{N(\varepsilon)} \leqslant \frac{J(0)}{N(\varepsilon)}\,e^{-\omega t} \leqslant \frac{A(\varepsilon)}{N(\varepsilon)}E(0)\,e^{-\omega t},$$

тобто (7) виконується з $C = A(\varepsilon)/N(\varepsilon)$. Теорему доведено. □

---

1. *Войт С.С.* Распространение начальных уплотнений в вязком газе / *Войт С.С.* // Уч. зап. МГУ. Механика. – 1954. – Вып. 172, № 5. – С. 125-142.
2. *James M. Greenberg* On the existence, uniqueness, and stability of solutions of the equation $\sigma'(u_x)u_{tt}+ +\lambda u_{xtx} = \rho_0 u_{tt}$ / *James M. Greenberg, Richard C. Mac Camy and Victor J. Mizel.* // Journal of Mathematics and Mechanics. – 1968. – Vol. 17, №7. – P. 707-728.
3. *Constantine M. Dafermos.* The mixed initial-boundary value problem for the equations of nonlinear one-dimensional viscoelasticity / *Constantine M. Dafermos.* // J. Diff. Equat. – 1969. – Vol. 6. – P. 71-86.
4. *Andrews G.* On the existence of solution to the equation $u_{tt} = u_{xxt} + \sigma(u_x)_x$ / *Andrews G.* // J. Diff. Equat. – 1980. – Vol. 35. – P. 200-231.
5. *Andrews G.* Asymptotic behaviour and changes of phase in one-dimensional nonlinear viscoelasticity / *Andrews G., Ball J.M.* // J. Diff. Equat. – 1982. – Vol. 44. – P. 306-340.
6. *Сувейка И.В.* Смешанные задачи для уравнения распространения возмущений в вязких средах / *Сувейка И.В.* // Диф. уравн. – 1983. – Вып. 19, № 2. – С. 337-347.
7. *Dang Dinh Hai.* On a strongly damped quasilinear wave equation / *Dang Dinh Hai* // Demonstratio mathematica – 1986. – Vol. XIX, №2. – P. 327-340.
8. *Слепцова І.П.* Змішана задача для рівняння розповсюдження збурень у в'язких середовищах в необмежених областях / *Слепцова І.П., Шишков А.Є.* // Доп. АН УРСР. Сер. А. Фіз.-мат. та техн. науки. – 1988. – № 11. – С. 27-30.
9. *Глазатов С.Н.* Некоторые задачи для нелинейных уравнений третьего порядка. – Новосибирск, 1992. Преприпт № 7.
10. *Mitsuhiro Nakao.* Existence of an anti-periodic solution for the quasilinear wave equation with viscosity / *Mitsuhiro Nakao.* // J. Math. Anal. and Appl. – 1996. – Vol. 204. – P. 754-764.
11. *Mitsuhiro Nakao.* Anti-periodic solution for $u_{tt} - (\sigma(u_x))_x - u_{xxt} = f(x,t)$ / *Mitsuhiro Nakao and Hiroko Okochi.* // J. Math. Anal. and Appl. – 1996. – Vol. 197. – P. 796-809.
12. *Fengxin Chen* Long time behavior of strongly damped nonlinear wave equations / *Fengxin Chen, Boling Guo and Ping Wang.* // J. Diff. Equat. – 1998. – Vol. 147. – P. 231-241.
13. *João-Paulo Dias.* On the existence of a global strong radial symmetric solution for a third-order nonlinear evolution equation in two space dimensions / *João-Paulo Dias.* // J. Math. Pures Appl. – 2001. – Vol. 80, №5. – P. 535-546.
14. *Zhijian Yang.* Global existence of solutions for quasi-linear wave equations with viscous damping / *Zhijian Yang and Guowang Chen.* // J. Math. Anal. and Appl. – 2003. – Vol. 285. – P. 604-618.
15. *Yang Zhijian.* Cauchy problem for quasi-linear wave equations with nonlinear damping and source terms / *Yang Zhijian.* // J. Math. Anal. and Appl. – 2004. – Vol. 300. – P. 218-243.
16. *Kováčik O.* On spaces L^p and $W^{1,p}$ / *Kováčik O., Rákosnik J.* // Czechoslovak Math. J. – 1991. – Vol. 41 (116). – P. 592-618.

17. *Гаевский Х.* Нелинейные операторные уравнения и операторные дифференциальные уравнения / *Гаевский Х., Грегер К., Захариас К.* – М., 1978.

SOME PROPERTIES OF THE SOLUTIONS TO THIRD ORDER EVOLUTION EQUATIONS WITH VARIABLE EXPONENTS OF NONLINEARITY

Oksana PANAT

Ivan Franko National University of L'viv,
79000, L'viv, Universytets'ka Str., 1
e-mail: panat_ot@i.ua

In this article we established the behaviour of the global (in time) solutions to the mixed problems for some classes nonlinear hyperbolic equations of the third order if $t \to +\infty$.

Key words: hyperbolic equation of the third order, variable exponent of nonlinearity.

НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА РЕШЕНИЙ ЭВОЛЮЦИОННЫХ УРАВНЕНИЙ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА С ПЕРЕМЕННЫМИ ПОКАЗАТЕЛЯМИ НЕЛИНЕЙНОСТИ

Оксана ПАНАТ

Львовский национальный университет имени Ивана Франко,
79000, Львов, ул. Университетская, 1
e-mail: panat_ot@i.ua

Исследовано поведение при $t \to +\infty$ глобального (за временем) решения смешаных задач для некоторых классов нелинейных гиперболических уравнений третьего порядка.

Ключевые слова: гиперболическое уравнение третьего порядка, переменный показатель нелинейности.

Стаття надійшла до редколегії 20.11.2009

Прийнята до друку 01.12.2009