ВІСНИК ЛЬВІВ. УН-ТУ *VISNYK LVIV UNIV.*
Серія мех.-мат. 2009. *Ser. Mech. Math. 2009.*
Вип. 71. С. 78–87 *Is. 71. P. 78–87*

УДК 517.95

ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ПЕРЕД ПЕРШОЮ ПОХІДНОЮ У ПАРАБОЛІЧНОМУ РІВНЯННІ З ВИРОДЖЕННЯМ

Надія ГРИНЦІВ

Львівський національний університет імені Івана Франка,
79000, Львів, вул. Університетська, 1
e-mail: hryntsiv@ukr.net

Знайдено умови існування та єдиності класичного розв'язку оберненої задачі визначення залежного від часу коефіцієнта при першій похідній невідомої функції в одновимірному параболічному рівнянні з виродженням. Досліджено випадок слабкого степеневого виродження.

Ключові слова: коефіцієнтна обернена задача, параболічне рівняння, слабке степеневе виродження.

1. Вступ. Найрізноманітнішими застосуваннями в економіці, медицині, ракетобудуванні, геофізиці та інших галузях науки та техніки пояснюється бурхливий розвиток теорії обернених задач в останні десятиліття. Важливе місце серед цих задач займають коефіцієнтні обернені задачі для рівнянь параболічного типу.

Сьогодні досить детально вивчені обернені задачі визначення залежного від часу коефіцієнта при старшій похідній у параболічних рівняннях [1]-[5]. Дослідженню обернених задач визначення залежного від часу молодшого коефіцієнта в одновимірному параболічному рівнянні присвячені праці [6-8]. В [6] в області $Q_T = (0,1) \times (0,T]$ знайдено умови локального за часом існування, єдиності та неперервної залежності від вихідних даних розв'язку $(p(t), u(x,t))$ першої крайової задачі для рівняння

$$u_t = u_{xx} + p(t)u_x \tag{1}$$

з умовою перевизначення

$$m(t) = \int\limits_0^{b(t)} u(x,t)dx, \quad 0 \leqslant t \leqslant T,$$

де $0 < b(t) < 1$, $0 \leqslant t \leqslant T$ – задана функція.

Умови глобального існування пари функцій (p,u), що задовольняє (1) в області $\Omega_T = \{(x,t)\ :\ 0 < x < 1,\ t > 0\}$, знайдено в [7]. Як додаткову інформацію в цій праці використано умову

$$u_x(0,t) + p(t)u(0,t) = g(t), \quad t > 0. \tag{2}$$

Дослідження такої задачі продовжено в [8], де отримано умови локального існування розв'язку, а також умови, за яких згадана задача не може мати глобального розв'язку.

За допомогою теореми Шаудера в [9] одержано умови існування розв'язку оберненої задачі визначення коефіцієнта при першій похідній невідомої функції. Шуканий коефіцієнт має вигляд квадратичної за просторовою змінною функції з трьома невідомими параметрами, що залежать від часу. Окремо визначено умови єдиності розв'язку цієї задачі.

Обернені задачі визначення залежного від часу коефіцієнта при першій похідній у параболічному рівнянні в області з вільною межею розглянуто в [10]-[12]. Задачі одночасного визначення залежних від часу старшого та молодшого коефіцієнтів в одновимірному параболічному рівнянні вивчали в [13], [14].

Обернені задачі для параболічних рівнянь з виродженням вивчені мало. Серед відомих результатів можна зазначити [15], [16], в яких розглядали обернені задачі визначення коефіцієнта $a = a(t)$, $a(t) > 0$, $t \in [0,T]$ в одновимірному параболічному рівнянні

$$u_t = a(t)t^\beta u_{xx} + b(x,t)u_x + c(x,t)u + f(x,t), \quad (x,t) \in (0,h) \times (0,T),$$

із заданими початковою умовою, крайовими умовами першого роду та умовою перевизначення вигляду

$$a(t)t^\beta u_x(0,t) = \mu(t), \quad 0 \leqslant t \leqslant T.$$

Досліджено випадки слабкого ($0 < \beta < 1$) та сильного ($\beta \geqslant 1$) степеневого виродження.

У цій праці розглянуто обернену задачу визначення залежного від часу коефіцієнта перед першою похідною в одновимірному параболічному рівнянні зі слабким степеневим виродженням.

2. Формулювання задачі та головні результати. В області $Q_T = \{(x,t)\colon 0 < x < h,\ 0 < t < T\}$ розглядається обернена задача визначення залежного від часу коефіцієнта $b = b(t)$ перед молодшою похідною у параболічному рівнянні з виродженням

$$u_t = a(t)t^\beta u_{xx} + b(t)u_x + c(x,t)u + f(x,t) \tag{3}$$

з початковою умовою

$$u(x,0) = \varphi(x), \quad 0 \leqslant x \leqslant h, \tag{4}$$

крайовими умовами

$$u(0,t) = \mu_1(t), \quad u(h,t) = \mu_2(t), \quad 0 \leqslant t \leqslant T \tag{5}$$

та інтегральною умовою перевизначення

$$\int_0^h u(x,t)dx = \mu_3(t), \quad 0 \leqslant t \leqslant T. \tag{6}$$

Досліджується випадок слабкого виродження, коли $0 < \beta < 1$.

Означення 1. *Під розв'язком задачі (3)-(6) розуміють пару функцій* (b, u) *з класу* $C[0,T] \times C^{2,1}(Q_T) \cap C^1(\overline{Q}_T)$, *що задовольняє рівняння (3) та умови (4)-(6).*

На підставі теореми Шаудера про нерухому точку цілком неперервного оператора знайдено умови на вихідні дані, за яких існує розв'язок задачі (3)-(6). Доведення єдиності розв'язку згаданої задачі ґрунтується на властивостях розв'язків інтегральних рівнянь Вольтерра другого роду.

Теорема 1. *Припустимо, що виконуються умови:*

1) $a \in C[0,T]$, $\varphi \in C^1[0,h]$, $\mu_i \in C^1[0,T]$, $i = \overline{1,3}$, $c, f \in C(\overline{Q}_T)$ *та задовольняють умову Гельдера за змінною* x *з показником* α, $0 < \alpha < 1$;
2) $a(t) > 0$, $t \in [0,T]$, $\mu_1(t) - \mu_2(t) \neq 0$, $t \in [0,T]$;
3) $\varphi(0) = \mu_1(0)$, $\varphi(h) = \mu_2(0)$, $\int_0^h \varphi(x)dx = \mu_3(0)$.

Тоді можна зазначити таке число T_0, $0 < T_0 \leqslant T$, *що визначається вихідними даними задачі (3)-(6), що розв'язок* (b, u) *згаданої задачі існує при* $x \in [0,h]$, $t \in [0,T_0]$.

Теорема 2. *При виконанні умови* $\mu_1(t) - \mu_2(t) \neq 0$, $t \in [0,T]$, *задача (3)-(6) не може мати більше одного розв'язку.*

3. Зведення задачі (3)-(6) до системи рівнянь.

Щоб звести задачу (3)-(6) до системи рівнянь, використаємо функції Гріна. Позначимо через $G_k(x,t,\xi,\tau)$, $k = 1,2$, функції Гріна першої ($k = 1$) та другої ($k = 2$) крайових задач для рівняння

$$u_t = a(t)t^\beta u_{xx}.$$

Вони визначаються формулою

$$\begin{aligned} G_k(x,t,\xi,\tau) = &\frac{1}{2\sqrt{\pi(\theta(t)-\theta(\tau))}} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left(\exp\left(-\frac{(x-\xi+2nh)^2}{4(\theta(t)-\theta(\tau))} \right) + \right. \\ &\left. + (-1)^k \exp\left(-\frac{(x+\xi+2nh)^2}{4(\theta(t)-\theta(\tau))} \right) \right), \quad k = 1,2, \end{aligned} \tag{7}$$

де $\theta(t) = \int\limits_0^t a(\sigma)\sigma^\beta d\sigma$.

Припустимо тимчасово, що функція $b = b(t)$ відома. Використовуючи властивості функцій Гріна [17, с. 13], задачу (3)-(5) зведемо до системи інтегральних рівнянь стосовно невідомих $u(x,t)$, $v(x,t) \equiv u_x(x,t)$

$$u(x,t) = \int\limits_0^h G_1(x,t,\xi,0)\varphi(\xi)d\xi +$$

$$+ \int\limits_0^t G_{1\xi}(x,t,0,\tau)a(\tau)\tau^\beta \mu_1(\tau)d\tau - \int\limits_0^t G_{1\xi}(x,t,h,\tau)a(\tau)\tau^\beta \mu_2(\tau)d\tau +$$

$$+\int_0^t\int_0^h G_1(x,t,\xi,\tau)(f(\xi,\tau)+b(\tau)v(\xi,\tau)+c(\xi,\tau)u(\xi,\tau))d\xi d\tau, \quad (x,t)\in\overline{Q}_T, \tag{8}$$

$$v(x,t)=\int_0^h G_2(x,t,\xi,0)\varphi'(\xi)d\xi-\int_0^t G_2(x,t,0,\tau)\mu_1'(\tau)d\tau+\int_0^t G_2(x,t,h,\tau)\mu_2'(\tau)d\tau+$$

$$+\int_0^t\int_0^h G_{1x}(x,t,\xi,\tau)(f(\xi,\tau)+b(\tau)v(\xi,\tau)+c(\xi,\tau)u(\xi,\tau))d\xi d\tau, \quad (x,t)\in\overline{Q}_T. \tag{9}$$

Для того, щоб отримати рівняння стосовно функції $b=b(t)$, проінтегруємо рівняння (3). Враховуючи (4)-(6), знаходимо

$$b(t)=\left(\mu_3'(t)-a(t)t^\beta(v(h,t)-v(0,t))-\int_0^h(f(x,t)+c(x,t)u(x,t))dx\right)\times$$
$$\times(\mu_2(t)-\mu_1(t))^{-1}, \quad t\in[0,T]. \tag{10}$$

Задача (3)-(6) та система рівнянь (8)-(10) еквівалентні в тому сенсі, якщо (b,u) є розв'язком задачі (3)-(6), то (b,u,v) є неперервним розв'язком системи рівнянь (8)-(10). Покажемо, що правильне й обернене твердження: якщо $(b,u,v)\in$ $\in C[0,T]\times(C(\overline{Q}_T))^2$ є розв'язком системи рівнянь (8)-(10), то пара функцій (b,u) – розв'язок задачі (3)-(6).

Умови на вихідні дані дають змогу продиференціювати рівність (8) за просторовою змінною. Враховуючи властивості функцій Гріна та припущення теореми 1, отримуємо

$$u_x(x,t)=\int_0^h G_2(x,t,\xi,0)\varphi'(\xi)d\xi+\int_0^t G_2(x,t,0,\tau)\mu_1'(\tau)d\tau-\int_0^t G_2(x,t,h,\tau)\mu_2(\tau)d\tau+$$

$$+\int_0^t\int_0^h G_{1x}(x,t,\xi,\tau)(f(\xi,\tau)+b(\tau)v(\xi,\tau)+c(\xi,\tau)u(\xi,\tau))d\xi d\tau, \quad (x,t)\in\overline{Q}_T. \tag{11}$$

Праві частини рівностей (9) та (11) збігаються, тому $u\in C^{1,0}(\overline{Q}_T)$ і $v(x,t)\equiv u_x(x,t)$. Використовуючи цей факт в (9), отримуємо, що $u\in C^{2,1}(Q_T)\cap C^1(\overline{Q}_T)$ та задовольняє (3)-(5), а умова (6) еквівалентна умові (10).

4. Апріорні оцінки розв'язків системи рівнянь (8)-(10).

Розглянемо задачу (3)-(5). Згідно з принципом максимуму [18, с. 22] для функції $u(x,t)$ отримуємо оцінку

$$|u(x,t)|\leqslant M_1, \quad (x,t)\in\overline{Q}_T, \tag{12}$$

де стала M_1 визначається вихідними даними згаданої задачі.

Позначимо $V(t) \equiv \max\limits_{x\in[0,h]} |v(x,t)|$. Враховуючи (12) та введене позначення, з рівняння (10) матимемо

$$|b(t)| \leqslant C_1 + C_2 t^{\beta} V(t), \quad t \in [0,T]. \tag{13}$$

Враховуючи відомі оцінки функцій Гріна [17, с. 12]

$$\int\limits_0^h G_2(x,t,\xi,0)d\xi = 1, \qquad G_2(x,t,\xi,\tau) \leqslant C_3 + \frac{C_4}{\sqrt{\theta(t)-\theta(\tau)}},$$

$$\int\limits_0^h |G_{1x}(x,t,\xi,\tau)|d\xi \leqslant \frac{C_5}{\sqrt{\theta(t)-\theta(\tau)}},$$

з (9) для $V(t)$ одержуємо нерівність

$$V(t) \leqslant C_6 + C_7 \int\limits_0^t \frac{d\tau}{\sqrt{\theta(t)-\theta(\tau)}} + C_8 \int\limits_0^t \frac{|b(\tau)|V(\tau)}{\sqrt{\theta(t)-\theta(\tau)}}d\tau, \quad t \in [0,T],$$

або, з врахуванням (13),

$$V(t) \leqslant C_6 + C_7 \int\limits_0^t \frac{d\tau}{\sqrt{\theta(t)-\theta(\tau)}} + C_9 \int\limits_0^t \frac{V(\tau)+\tau^{\beta}V^2(\tau)}{\sqrt{\theta(t)-\theta(\tau)}}d\tau, \quad t \in [0,T]. \tag{14}$$

Розглянемо інтеграл $I = \int\limits_0^t \frac{d\tau}{\sqrt{\theta(t)-\theta(\tau)}}$. Використовуючи означення функції $\theta(t)$, знаходимо

$$I = \int\limits_0^t \frac{d\tau}{\sqrt{\int\limits_\tau^t a(\sigma)\sigma^{\beta}d\sigma}} \leqslant \sqrt{\frac{1+\beta}{A_0}} \int\limits_0^t \frac{d\tau}{\sqrt{t^{1+\beta}-\tau^{1+\beta}}},$$

де $A_0 \equiv \min\limits_{[0,T]} a(t)$. В останньому інтегралі зробимо заміну змінних $z = \dfrac{\tau}{t}$. Тоді

$$I \leqslant \sqrt{\frac{1+\beta}{A_0}} t^{\frac{1-\beta}{2}} \int\limits_0^1 \frac{dz}{\sqrt{1-z^{1+\beta}}} \leqslant C_{10},$$

оскільки розглядається випадок слабкого виродження. Враховуючи отриману оцінку в (14), приходимо до нерівності

$$V(t) \leqslant C_{11} + C_{12} \int\limits_0^t \frac{V(\tau)+V^2(\tau)}{\sqrt{\theta(t)-\theta(\tau)}}d\tau,$$

або, позначивши $V_1(t) \equiv V(t) + \dfrac{1}{2}$,

$$V_1(t) \leqslant C_{13} + C_{14} \int\limits_0^t \frac{V_1^2(\tau)}{\sqrt{\theta(t)-\theta(\tau)}} d\tau, \quad t \in [0,T]. \tag{15}$$

Обидві частини нерівності (15) піднесемо до квадрата. Використовуючи нерівності Коші та Коші-Буняковського, отримаємо

$$V_1^2(t) \leqslant 2C_{13}^2 + 2C_{14}^2 \int\limits_0^t \frac{V_1^4(\tau)}{\sqrt{\theta(t)-\theta(\tau)}} d\tau \int\limits_0^t \frac{d\tau}{\sqrt{\theta(t)-\theta(\tau)}} \leqslant$$

$$\leqslant C_{15} + C_{16} \int\limits_0^t \frac{V_1^4(\tau)}{\sqrt{\theta(t)-\theta(\tau)}} d\tau.$$

В останній нерівності змінимо t на σ і, домноживши на $\dfrac{1}{\sqrt{\theta(t)-\theta(\tau)}}$, проінтегруємо її по σ від 0 до t. Одержимо

$$\int\limits_0^t \frac{V_1^2(\sigma) d\sigma}{\sqrt{\theta(t)-\theta(\sigma)}} \leqslant C_{17} + C_{16} \int\limits_0^t \frac{d\sigma}{\sqrt{\theta(t)-\theta(\sigma)}} \int\limits_0^\sigma \frac{V_1^4(\tau) d\tau}{\sqrt{\theta(\sigma)-\theta(\tau)}},$$

звідки, змінюючи порядок інтегрування та враховуючи рівність

$$\int\limits_\tau^t \frac{a(\sigma)\sigma^\beta d\sigma}{\sqrt{(\theta(t)-\theta(\sigma))(\theta(\sigma)-\theta(\tau))}} = \pi,$$

знаходимо

$$\int\limits_0^t \frac{V_1^2(\sigma) d\sigma}{\sqrt{\theta(t)-\theta(\sigma)}} \leqslant C_{17} + C_{18} \int\limits_0^t \frac{V_1^4(\tau)}{\tau^\beta} d\tau, \quad t \in [0,T]. \tag{16}$$

Підставляючи (16) в (15), отримуємо нерівність стосовно $V_1(t)$

$$V_1(t) \leqslant C_{19} + C_{20} \int\limits_0^t \frac{V_1^4(\tau)}{\tau^\beta} d\tau, \quad t \in [0,T]. \tag{17}$$

Нерівність (17) розв'язуємо тим самим способом, що й в [19]. В результаті одержимо

$$V_1(t) \leqslant M_2, \quad t \in [0, T_0], \tag{18}$$

де число T_0, $0 < T_0 \leqslant T$ задовольняє умову

$$1 - \beta - 3C_{19}^3 C_{20} T_0^{1-\beta} > 0.$$

Повертаючись до введених позначень, отримаємо

$$|v(x,t)| \leqslant M_2, \quad (x,t) \in \overline{Q}_{T_0}, \tag{19}$$

$$|b(t)| \leqslant M_3, \quad t \in [0, T_0]. \tag{20}$$

Отож, апріорні оцінки розв'язків системи рівнянь (8)-(10) знайдено.

5. Доведення теореми 1. Для доведення існування розв'язку системи рівнянь (8)-(10) використаємо наслідок до теореми Шаудера про нерухому точку цілком неперервного оператора [20, с. 381]. Для цього згадану систему подамо у вигляді операторного рівняння

$$w = Pw,$$

де $w = (b, u, v)$, а оператор P визначається правими частинами рівностей (8)-(10).

Через N позначимо множину $N = \{(b, u, v) \in C[0, T_0] \times (C(\overline{Q}_{T_0}))^2 \ : \ |b(t)| < M_3,$ $t \in [0, T_0],\ |u(x,t)| \leqslant M_1,\ |v(x,t)| \leqslant M_2,\ (x,t) \in \overline{Q}_{T_0}\}$. Вибрана таким способом множина N замкнена й опукла. Те, що оператор P цілком неперервний на N, доводиться як в [17, с. 27]. Отже, умови теореми Шаудера виконуються, а це означає, що існує розв'язок (b, u, v) системи рівнянь (8)-(10), а відповідно і розв'язок (b, u) задачі (3)-(6) при $y \in [0, 1]$, $t \in [0, T_0]$. Теорему 1 доведено.

6. Доведення теореми 2. Єдиність розв'язку задачі (3)-(6) доводитимемо від супротивного. Припустимо, що існує два розв'язки $(b_i(t), u_i(x,t))$, $i = 1, 2$, задачі (3)-(6). Стосовно різниць $b(t) = b_1(t) - b_2(t)$, $u(x,t) = u_1(x,t) - u_2(x,t)$ отримаємо задачу:

$$u_t = a(t)t^{\beta}u_{xx} + b_1(t)u_x + c(x,t)u + b(t)u_{2x}(x,t), \quad (x,t) \in Q_T, \tag{21}$$

$$u(x,0) = 0, \quad x \in [0,h], \tag{22}$$

$$u(0,t) = u(h,t) = 0, \quad t \in [0,T], \tag{23}$$

$$\int_0^h u(x,t)dx = 0, \quad t \in [0,T]. \tag{24}$$

За допомогою функції Гріна $G_1^*(x,t,\xi,\tau)$ першої крайової задачі для рівняння

$$u_t = a(t)t^{\beta}u_{xx} + b_1(t)u_x + c(x,t)u$$

розв'язок задачі (21)-(23) подамо у вигляді

$$u(x,t) = \int_0^t \int_0^h G_1^*(x,t,\xi,\tau)b(\tau)u_{2\xi}(\xi,\tau)d\xi d\tau, \quad (x,t) \in \overline{Q}_T. \tag{25}$$

Продиференціювавши (25) за змінною x, знаходимо

$$u_x(x,t) = \int_0^t \int_0^h G_{1x}^*(x,t,\xi,\tau)b(\tau)u_{2\xi}(\xi,\tau)d\xi d\tau, \quad (x,t) \in \overline{Q}_T. \tag{26}$$

З рівності (24) шляхом диференціювання отримуємо рівняння стосовно $b(t)$

$$b(t) = -\frac{1}{\mu_2(t) - \mu_1(t)}\left(a(t)t^{\beta}(u_x(h,t) - u_x(0,t)) + \int_0^h c(x,t)u(x,t)dx\right), \ t \in [0,T]. \tag{27}$$

Підставимо (25), (26) в (27). В результаті отримаємо інтегральне рівняння

$$b(t) = \int_0^t K(t,\tau) b(\tau) d\tau, \quad t \in [0,T], \tag{28}$$

де

$$K(t,\tau) = \frac{1}{\mu_1(t)-\mu_2(t)} \int_0^h c(x,t)dx \int_0^h G_1^*(x,t,\xi,\tau) u_{2\xi}(\xi,\tau) d\xi +$$

$$+ \frac{a(t)t^\beta}{\mu_1(t)-\mu_2(t)} \int_0^h (G_{1x}^*(h,t,\xi,\tau) - G_{1x}^*(0,t,\xi,\tau)) u_{2\xi}(\xi,\tau) d\xi. \tag{29}$$

Використовуючи відомі оцінки функції Гріна [18, с. 468]

$$|D_x^s G_1^*(x,t,\xi,\tau)| \leqslant C_{21}(t-\tau)^{-\frac{1+s}{2}} \exp\left(-C_{22}\frac{(x-\xi)^2}{t-\tau}\right), \quad s=0,1,$$

оцінимо ядро рівняння (28)

$$|K(t,\tau)| \leqslant \frac{C_{23}}{\sqrt{\theta(t)-\theta(\tau)}} \int_0^h e^{-\frac{C_{22}(x-\xi)^2}{\theta(t)-\theta(\tau)}} d\xi + \frac{C_{24}}{\theta(t)-\theta(\tau)} \int_0^h e^{-\frac{C_{22}(x-\xi)^2}{\theta(t)-\theta(\tau)}} d\xi.$$

Після заміни змінних

$$z = \sqrt{\frac{C_{22}}{\theta(t)-\theta(\tau)}} (\xi - x),$$

враховуючи значення інтеграла Гауса, знаходимо

$$|K(t,\tau)| \leqslant \frac{C_{25}}{\sqrt{\theta(t)-\theta(\tau)}}.$$

Це означає, що ядро інтегрального рівняння (28) має інтегровну особливість, і рівняння (28) має єдиний тривіальний розв'язок

$$b(t) \equiv 0, \quad t \in [0,T].$$

Використовуючи цей факт в задачі (21)-(23), знаходимо

$$v(x,t) \equiv 0, \quad (x,t) \in \overline{Q}_T,$$

що й завершує доведення теореми.

1. *Jones B.F.* The determination of a coefficient in a parabolic equation. Part I. Existence and uniqueness / *Jones B.F.* // J. Math. Mech. – 1962. – Vol. 11, №6. – P. 907-918.
2. *Cannon J.R.* Recovering a time dependent coefficient in a parabolic differential equation / *Cannon J.R., Rundell W.* // J. Math. Anal. Appl. – 1991. – Vol. 160. – P. 572-582.
3. *Иванчов Н.И.* Об определении зависящего от времени старшего коэффициента в параболическом уравнении / *Иванчов Н.И.* // Сиб. мат. журн. – 1998. – Т. 39, №3. – С. 539-550.

4. *Ivanchov M.I.* Inverse problem for semilinear parabolic equation / *Ivanchov M.I.* // Мат. студії. – 2008. – Т. 29, №2. – С. 181-191.
5. *Пабирівська Н.В.* Визначення старшого коефіцієнта у параболічному рівнянні / *Пабирівська Н. В., Власов В. А.* // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2006. – Т. 49, №3. – С. 18-25.
6. *Cannon J.R.* Determination of the coefficient of u_x in a linear parabolic equation / *Cannon J.R., Peres-Esteva S.* // Inverse Problems. – 1993. – Vol. 10, №3. – P. 521-531.
7. *Hong-Ming Yin.* Global solvability for some parabolic inverse problems / *Hong-Ming Yin.* // J. Math. Anal. Appl. – 1991. – P. 392-403.
8. *Trong D.D.* Coefficient identification for a parabolic equation / *Trong D.D., Ang D.D.* // Inverse Problems. – 1994. – Vol. 10, №3. – P. 733-752.
9. *Пабирівська Н.* Визначення молодшого коефіцієнта у параболічному рівнянні / *Пабирівська Н., Вареник О.* // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. мех.-мат. – 2005. – Вип. 64. – С. 181-189.
10. *Гринців Н.М.* Обернені задачі визначення коефіцієнта при першій похідній в параболічному рівнянні в області з вільною межею / *Гринців Н.М., Снітко Г.А.* // Вісн. Львів. ун-ту. Серія мех.-мат. – 2005. – Вип. 64. – С. 181-189.
11. *Снітко Г.А.* Обернена задача для параболічного рівняння в області з вільною межею / *Снітко Г.А.* // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2007. – Т. 50, №4. – С. 7-18.
12. *Снітко Г.А.* Визначення невідомого множника в коефіцієнті при першій похідній в параболічному рівнянні в області з вільною межею / *Снітко Г.А.* // Вісн. Львів. ун-ту. Серія мех.- мат. – 2007. – Вип. 67. – С. 233-247.
13. *Иванчов Н.И.* Об определении двух зависящих от времени коэффициентов в параболическом уравнении / *Иванчов Н.И., Пабыривська Н.В.* // Сиб. мат. журн. – 2002. – Т. 43, №2. – С. 406-413.
14. *Пабирівська Н.В.* Теплові моменти в оберненій задачі для параболічного рівняння / *Пабирівська Н.В.* // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. мех.-мат. – 2000. – Вип. 56. – С. 142-149.
15. *Салдіна Н.В.* Ідентифікація старшого коефіцієнта в параболічному рівнянні з виродженням / *Салдіна Н.В.* // Наук. вісн. Чернів. ун-ту. – 2006. – Вип. 288. Матем. – С. 99-106.
16. *Іванчов М.І.* Обернена задача для параболічного рівняння з сильним степеневим виродженням / *Іванчов М.І., Салдіна Н.В.* // Укр. мат. журн. – 2006. – Т. 58, №11. – С. 1487-1500.
17. *Ivanchov M.* Inverse problems for equations of parabolic type / *Ivanchov M.* – Lviv: VNTL Publishers, 2003.
18. *Ладыженская О.А.* Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа / *Ладыженская О.А., Солонников В.А., Уральцева Н.Н.* – М.: Наука, 1967.
19. *Гринців Н.М.* Обернені задачі для параболічного рівняння з виродженням в області з вільною межею / *Гринців Н.М.* // Вісн. Львів. ун-ту. Серія мех.- мат. – 2006. – Вип. 66. – С. 45-59.
20. *Ладыженская О.А.* Линейные и квазилинейные уравнения эллиптического типа / *Ладыженская О.А., Уральцева Н.Н.* – М.: Наука, 1973.

DETERMINATION OF THE COEFFICIENT OF THE FIRST DERIVATIVE IN A DEGENERATE PARABOLIC EQUATION

Nadiya HRYNTSIV

Ivan Franko National University of L'viv,
79000, L'viv, Universytets'ka Str., 1
e-mail: hryntsiv@ukr.net

It is established conditions of existence and uniqueness of the classical solution to the inverse problem of determination the time dependent coefficient of the first derivative of unknown function at the one-dimensional degenerate parabolic equation. The case of weak power degeneration is investigated.

Key words: coefficient inverse problem, parabolic equation, weak power degeneration.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПРИ ПЕРВОЙ ПРОИЗВОДНОЙ В ВЫРОЖДАЮЩЕМСЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОМ УРАВНЕНИИ

Надежда ГРЫНЦИВ

Львовский национальный университет имени Ивана Франко,
79000, Львов, ул. Университетская, 1
e-mail: hryntsiv@ukr.net

Найдены условия существования и единственности классического решения обратной задачи определения зависящего от времени коэффициента при первой производной в одномерном параболическом уравнении. Исследовано случай слабого степенного вырождения.

Ключевые слова: коэффициентная обратная задача, параболическое уравнение, слабое степенное вырождение.

Стаття надійшла до редколегії 27.10.2009

Прийнята до друку 16.12.2009