

УДК 539.3

ОЦІНКА РОЗПОДІЛУ НАПРУЖЕНЬ ЗА ТРИТОЧКОВОГО ЗГИНУ ІЗОТРОПНОЇ ПРИЗМИ З ЕЛІПСОЇДАЛЬНИМ ВКЛЮЧЕННЯМ

**Валентин СКАЛЬСЬКИЙ, Олег СЕРГІЄНКО, Юрій ЛОТОЦЬКИЙ,
Роман ПЛАХТІЙ**

*Фізико-механічний інститут ім. Г.В. Карпенка НАН України,
вул. Наукова, 5, 79601 Львів, Україна*

Методом скінченних елементів проведено розрахунок напружень в ізотропній призмі з еліпсоїдальним пружним включенням, яку навантажували за схемою триточкового згину. Показано характер розподілу напружень у крихкому пружному включенні і у призмі, виготовленій із піщано-цементної суміші.

Ключові слова: призма, еліпсоїдальне включення, розподіл напружень, тріщиноутворення, акустична емісія.

Мости є складними інженерно-технічними спорудами, які мають регламентовані терміни експлуатації. Як свідчить практика, вони нерідко служать в умовах перевантаження та посиленого впливу агресивного середовища, що є причиною зародження та розвитку тріщин в їхніх несучих елементах. Для технічного діагностування стану мостів все частіше застосовують метод акустичної емісії.

Найпоширеніший матеріал, який застосовують для виготовлення елементів мостових конструкцій, – бетон і залізобетон. Вони за своїм походженням належать до композитних матеріалів, основними складниками яких є: зерна піску, клінкер, цементний камінь, гравій та арматура.

Для прогнозування надійності роботи мостових конструкцій важливо вміти ідентифікувати сигнали АЕ, які генеруються під час зародження та розвитку руйнування в бетонах. Особливо цікавим є дослідження впливу гострокінцевих гравійних включень на згадані процеси під дією прикладених зовнішніх силових чинників. Аналітичне моделювання цих процесів у бетонах складне, тому з цією метою все частіше застосовують числові методи.

Актуальність проблеми. Крім спорудження мостів, бетон у сучасному будівництві найпоширеніший будівельний матеріал. Здебільшого його застосовують у спорудах і конструкціях, які призначені для довгострокової експлуатації: промислового, цивільного, гідротехнічного та дорожнього будівництва. Наприклад, бетонні та залізобетонні мости в Україні становлять понад 90% від їхньої загальної кількості [1].

Структура бетону досить неоднорідна і формується з цементного каменю, зерен піску та клінкеру, щебеню різної крупності та форми. Внаслідок специфіки формування під час твердіння, бетон пронизаний великою кількістю мікропор, капілярів, які містять хімічно незв'язану воду, водяну пару і повітря. Отже, фізично бетон – капілярно пористий матеріал, в якому порушена суцільність і є всі три агрегатні фази – тверда, рідка і

газоподібна [2, 3]. На етапі твердіння процеси утворення та зародження тріщин добре рееструються методом акустичної емісії (АЕ) [4, 5].

Внаслідок особливостей структури бетон схильний до крихкого руйнування шляхом утворення та субкритичного росту тріщиноподібних дефектів. Виявлення саме ранніх стадій зародження та розвитку руйнування бетону є пріоритетним напрямом досліджень з метою розробки ефективних методик неруйнівного контролю (НК) та технічної діагностики (ТД) реально працюючих будівельних конструкцій і споруд.

Стан проблеми. На сучасному етапі розвитку досліджень руйнування бетону підтверджується існуванням чотирьох стадій його деформування. На основі аналізу сигналів акустичної емісії (САЕ) [6] виявлено, що для таких пористих матеріалів на першій стадії відбувається пружне деформування бетону, на другій – зародження та ріст мікротріщин (м/т), на третій – розпочинається утворення макротріщин (МТ). Четвертою вважають закритичну стадію росту МТ, коли навантаження досягає $\sigma \geq 0,96 R$.

На цій підставі можна констатувати, що існує функціональний зв'язок між деформуванням бетону, зародженням та розвитком м/т, МТ і параметрами САЕ. Щоб створити методики НК і ТД виробів і конструкцій методом АЕ, під час їхньої експлуатації важливо виявляти вплив наявних дефектів і кожного з компонентів структури бетону на зародження та розвиток у ньому руйнування. Враховуючи те, що найбільша концентрація напружень у бетоні виникає поблизу гострокінцевих виступів його компонент структури, особливо крупного заповнювача (щебінь) [7], дослідження зародження м/т та МТ біля таких концентраторів напружень є важливою задачею.

Подібні задачі про вплив різних включень розв'язували здебільшого аналітично і вони добре описані в літературі [8–11]. Наприклад, у праці [8] розв'язок побудовано на використанні методу Фур'є та наведено розв'язки рівнянь рівноваги у формі Папковича-Нейбера. У [11] розглянуто задачу взаємодії безмежного тіла з пружним еліпсоїдальним включенням, яке обмежене гладкою поверхнею, жорстко зчеплене з основним матеріалом (матрицею) і перебуває під дією розтягуючих зусиль. У результаті розв'язування отримано систему сингулярних інтегро-диференціальних рівнянь для оцінки напружень поблизу вершини включення та матриці. Запропоновано залежності для оцінки граничних зусиль початку локального руйнування за заданих параметрів включення і матриці. В нашому випадку застосування аналітичних розв'язків буде не коректним, оскільки у відомих працях включення менш жорстке, ніж матриця. Аналітично розв'язати задачу про розподіл напружень в околі пружного включення, яке перебуває в скінченному тілі за дії прикладеного навантаження, надзвичайно складно. Для знаходження розподілу напружень у нашому випадку доцільно використовувати числові методи, зокрема метод скінченних елементів (МСЕ). Ми використали програмний комплекс ANSYS.

Мета нашої праці – змоделювати задачу про вплив пружного включення в ізотропній призматичній матриці, розв'язати її МСЕ щодо розподілу напружень за триточкового згину.

Формулювання задачі. Бетон – багатокомпонентна структура, тому для спрощення розрахунків вибрали модель, де є лише одиничне включення у

формі тіла обертання (еліпсоїд), що розташоване у призмі, яка виготовлена з ізотропного матеріалу. Отож, МСЕ оцінимо розподіл напружень у призмі та на включенні. Отримані дані дадуть змогу оцінити в першому наближенні розподіл напружень поблизу гострокінцевих виступів включень кількісно, в реальних умовах експерименту і також використати їх для ідентифікації САЕ у наступних дослідженнях.

Таку геометрію зразків для випробувань і схему його навантаження вибрали не випадково. Враховуючи те, щоб наблизити результати досліджень до конкретних прикладних задач, наприклад, для несучих елементів мостових споруд (балки прогонової будови). Відомо, що для їх виготовлення зазвичай використовують бетон класу В-30...В-45 з фракціями крупного заповнювача 10...40 мм. Для розрахунків вибрали бетон класу В-35, матеріал щебеневої фракції – граніт.

Фізико-механічні властивості матеріалу призми і включення такі:

пружне тіло – бетон класу В-35; розрахунковий опір на стиск $R_s = 19,5$ МПа; модуль пружності $E_s = 34,5 \times 10^3$ МПа; коефіцієнт Пуассона $\mu = 0,18$; густина $\gamma = 2\,400$ кг/м³;

включення – гранітний щебінь; границя міцності на стиск $\sigma_s = 150$ МПа; модуль пружності $E_s = 49 \times 10^3$ МПа; коефіцієнт Пуассона $\mu = 0,25$; густина $\gamma = 2\,600$ кг/м³.

Розрахунок проводили для різного значення навантаження P : для призми з включенням і без нього. Розміри призми $100 \times 100 \times 400$ мм, а в її центрі розміщено пружне включення, яке може довільно бути орієнтованим до осі прикладання сили. Велика вісь еліпсоїда становить 30, а мала – 15 мм. Схема випробувань зображена на рис. 1.

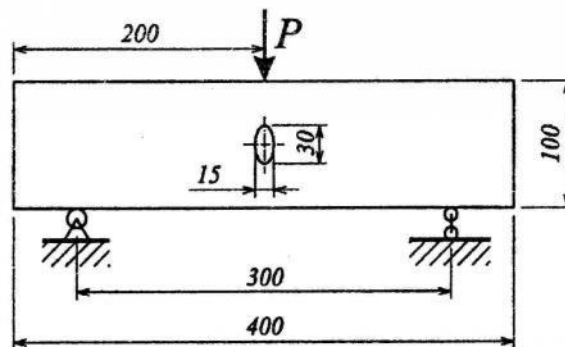


Рис. 1. Вид навантаження балки з пружним включенням

Теоретичний розрахунок напружень МСЕ. Суть методу розрахунку полягає в апроксимації тіла скінченною кількістю елементів, з'єднаних один з одним тільки в їхніх вузлах. Скінченим елементом є окремий фрагмент певної наперед заданої форми і властивостей, наділений скінченною кількістю ступенів вільності. Зв'язок вузлових зусиль із вузловими зміщеннями задають за допомогою матриці жорсткості елемента $[K]$ [12, 13]. Об'єднання матриць жорсткості окремих елементів у глобальну матрицю жорсткості допомагає звести задачу до розв'язання такої системи алгебричних рівнянь:

$$[K]\{u\} = \{F\},$$

де $[K]$ – глобальна матриця жорсткості; $\{u\}$ – вектор переміщень вузлів; $\{F\}$ – вектор зусиль.

Розбиття призми проводили з використанням тривимірних скінченних елементів у вигляді тетраедра з десятьма вузлами. Схематичний вигляд такого скінченного елемента зображено на рис. 2.

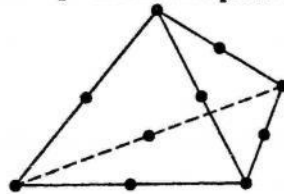


Рис. 2. Вигляд тривимірного скінченного елемента з десятьма вузлами

Аналогічне розбиття на скінченні елементи застосовували для включення. Орієнтація його великої осі до напрямку дії сили задавали кутом α . Розрахунки проводили для трьох значень α : I – $\alpha = 0^\circ$; II – $\alpha = 45^\circ$; III – $\alpha = 90^\circ$.

Результати розрахунків МСЕ. Кількість скінченних елементів в балці без включення та з ним, за різної орієнтації включення, подано у табл.

Параметри розбиття балки і включення скінченними елементами

Кут α°	Кількість елементів	Кількість вузлів
Без включення	11 602	18 441
0°	15 096	23 307
45°	14 862	23 000
90°	14 888	23 022

Аналіз отриманих результатів розрахунку показав, що для балки з включенням, велика вісь якого розташована паралельно до напрямку дії сили $P = 16$ кН ($\alpha = 0^\circ$), найбільші розтягуючі напруження становлять 3,8 МПа, у включенні – 1,3 МПа (рис. 3).

На рис. 4 подано епюри розподілу напружень у балці (а) та на включенні (б) в перерізі, зробленому вздовж осі дії сили $P = 16$ кН для варіанта розташування включення $\alpha = 0^\circ$.

Аналогічно отримано результати для балки з включенням, орієнтованим за варіантами II і III та без включення. Характер розподілу напружень у призмі за цих варіантів подібний до розподілу, який показано на рис. 3. Діапазон зміни напружень при дії того самого зусилля $P = 16$ кН становить для призми $-8,6 \dots 3,73$ МПа та $-8,0 \dots 3,5$ МПа; а для включення $-1,41 \dots 0,3$ МПа та $-1,2 \dots 0$ МПа, відповідно.

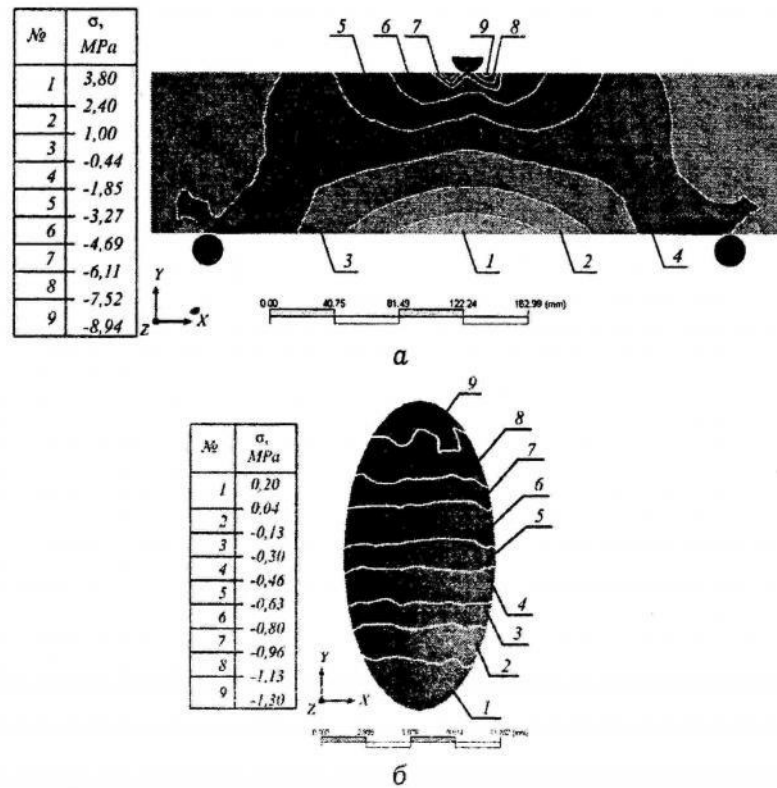


Рис. 3. Розподіл напружень в балці (а) і у включенні (б) за навантаження $P = 16$ кН

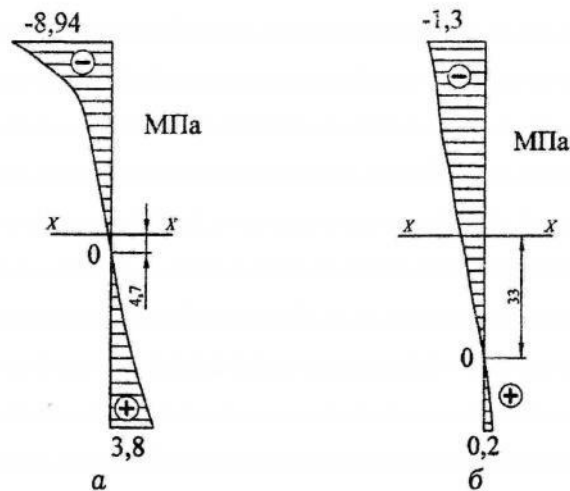


Рис. 4. Епюри розподілу напружень

Децо інший розподіл напружень простежується у призмі без наявності включення. Тут вони змінюються у діапазоні $-6,5 \dots 2,0$ МПа за дії зусилля $P = 16$ кН (рис. 5).

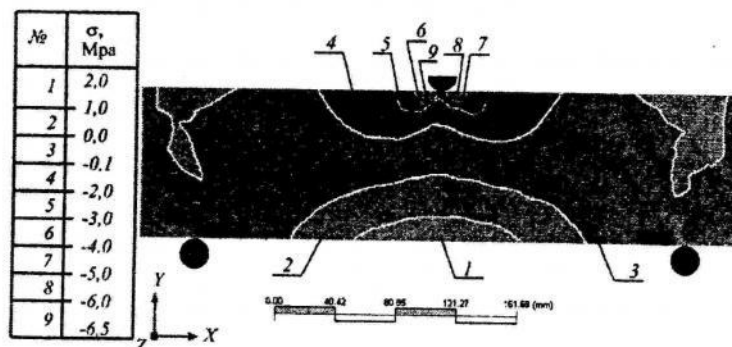


Рис. 5. Розподіл напружень у балці без наявності включення

Враховуючи, що в реальних конструкціях бетон добре працює на стиск і майже не працює на розтяг, то, як впливає з результатів досліджень, найневигоднішою орієнтацією включення є його розташування під кутами 0° та 45° до осі дії сили. Очевидно, що саме така орієнтація включень найімовірніше сприятиме зародженню та розвитку руйнування в бетонах, яке найкраще виявляється методом АЕ.

Запропонований підхід до розрахунку розподілу напружень дає змогу, застосувавши підходи механіки руйнування, ідентифікувати САЕ, що виникають під час деформування бетону на зразках, які використовують у лабораторних умовах досліджень і в реальнодіючих конструкціях елементів мостів.

Враховуючи, що в реальних конструкціях бетон добре працює на стиск і майже не працює на розтяг, то, як впливає із результатів досліджень, найневигоднішою орієнтацією включення є його розташування під кутами 0° та 45° до осі дії сили. Очевидно, що саме така орієнтація включень найімовірніше сприятиме зародженню та розвитку руйнування в бетонах, яке найкраще виявляється методом АЕ.

1. Коваль П. М. Марковські процеси підтримки рішень в управлінні мостами // Зб.: Автомобільні дороги і дорожнє будівництво. – 2004. – Вип. 69. – С. 87–91.
2. Берг О. Я. Физические основы теории прочности бетона и железобетона. – М., 1961.
3. Ахвердов И. И. Основы физики бетона. – М., 1981.
4. Скальський В. Р., Коваль П. М., Лотоцький Ю. Л. Оцінка сигналів акустичної емісії під час твердіння бетону // Механіка руйнування матеріалів і міцність конструкцій / За заг. ред. В.В. Панасюка – Львів, 2004. – С. 539–544.
5. Муравин Г. Б., Павловская Г. С., Щуров А. Т. Исследование акустической эмиссии твердеющего бетона // Дефектоскопия. – 1984. –

- № 10. – С. 77–81.
6. Скальський В. Р., Демчина Б. Г., Карпунін І. І. Руйнування бетонів і акустична емісія (Огляд). Повідомлення 1. Статичне навантаження і вплив температурного поля // Технич. диагностика и неразрушающий контроль. – 2000. – № 1. – С.12–23.
 7. Гузеев Е. А., Леонович С. Н., Милованов А. Ф. Разрушение бетона и его долговечность. – Минск, 1997.
 8. Подільчук Ю. М. Про напружений стан необмеженого середовища з пружним еліпсоїдальним включенням // Прикл. механіка. – 1968. – 14. – № 5. – С. 28–37.
 9. Mura T., Cheng P.S. The elastic field outside on ellipsoidal inclusion // Trans. ASME. J. Appl. Mech. – 1977. – Vol. 44. – P. 591–594.
 10. Силованюк В. П., Стадник М. М. Тонкие упругие включения в условиях сдвига // Изв. АН СССР. Сер. Механика твердого тела. – 1985. – № 2. – С. 95–101.
 11. Стадник М. М., Горбачевський І. Я. Локальне поле напружень біля пружних включень довільної жорсткості // Механіка руйнування матеріалів і міцність конструкцій / За заг. ред. В.В. Панасюка. – Львів, 2004. – С. 275–280.
 12. Зинкевич О.К. Метод конечных элементов в технике. – М., 1975.
 13. Стенг Г., Финк Дж. Теория метода конечных элементов. – М., 1977.

ESTIMATION OF STRESS DISTRIBUTION IN AN ISOTROPIC PRISM WITH THE ELLIPSOIDAL INCLUSION BY THE THREE-POINT BENDING

Valentyn Skalsky, Oleg Sergiyenko, Yuriy Lototski, Roman Plahtiy

*Karpenko Physico-Mechanical Institute of the NAS of Ukraine,
Naukova Str., 5 79601 Lviv, Ukraine*

In paper the calculation of stress in an isotropic prism with the ellipsoidal elastic inclusion was conducted by the finite-element method. The beam was loaded by the three-point bending. Character of stress distribution in the brittle elastic inclusion and in the prism made from a sand-cement mixture is shown.

Key words: prism, ellipsoidal inclusion, stress distribution, crack formation, acoustic emission.

Стаття надійшла до редколегії 03.10.2005
Прийнята до друку 22.11.2006