ВІСНИК ЛЬВІВ. УН-ТУ
Серія мех.-мат. 2006. Вип. 65. С.40-45

VISNYK LVIV UNIV.
Ser. Mech-Mat. 2006. Vol.65. P.40-45

УДК 539.3

НАПРУЖЕНИЙ СТАН ШАРУВАТИХ МАСИВІВ ГІРСЬКИХ ПОРІД З УРАХУВАННЯМ ЗМІНИ РЕЛЬЄФУ

Ігор КУЗЬ[1], Ришард КАЧИНСЬКІ[2]

*[1]Львівський національний університет імені Івана Франка,
вул. Університетська, 1, 79000 Львів, Україна
[2]Варшавський університет
Краківське Передмістя, 26/28, 00-927 Варшава, Польща*

За допомогою методу осереднення досліджено напружений стан шаруватих масивів гірських порід. Для врахування зміни рельєфу земної поверхні цей метод доповнюємо варіаційно-різницевим методом для областей з криволінійною межею.

Ключові слова: шарувате середовище, метод осереднення, варіаційно-різницевий метод.

Масиви гірських порід, які входять до земної кори, переважно шаруваті. Дослідження напружено-деформованого стану таких масивів з урахуванням зміни рельєфу – важливий етап перед добуванням корисних копалин або будівництвом різних інженерних споруд. За допомогою методу осереднення [1] задача для періодичного шаруватого середовища зводиться до двох простіших задач: задачі для трансверсально-ізотропного однорідного середовища у вихідній області та задачі на комірці періодичності. У цій праці метод осереднення доповнюється числовим методом [2], який дає змогу врахувати змінний рельєф земної поверхні.

Формулювання задачі. Розглянемо рівняння рівноваги для неоднорідного анізотропного пружного середовища під дією сили тяжіння в області з параболічним вирізом, який моделює гірську долину (рис. 1)

$$\left(C_{ijkl}(\vec{x})u_{k,l}\right)_{,j} - \rho g \delta_{i2} = 0, \; \vec{x} \in V, \tag{1}$$

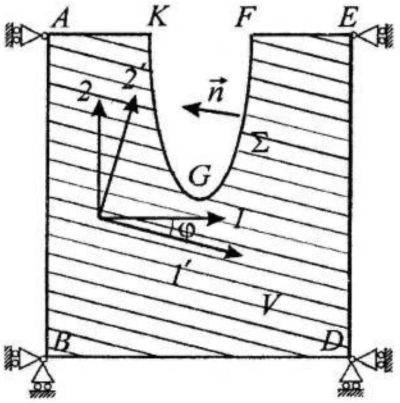

Рис. 1. Прямокутна область з

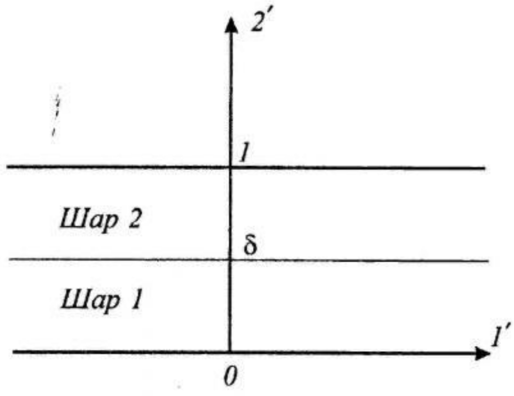

Рис. 2. Комірка періодичності з двох

параболічним вирізом шарів

де $C_{ijkl}(\vec{x})$ – компоненти тензора модулів пружності, які є періодичними функціями x_2'; u_k – компоненти вектора переміщень; $u_{k,l} \equiv \partial u_k / \partial x_l$, δ_{ij} – компоненти одиничного тензора.

Шари залягають вздовж осі $1'$ (під кутом φ до горизонту).

На межі області V задамо крайові умови, кінематична схема яких теж зображена на рис. 1

$$\begin{aligned} &\text{на } AB \text{ і } DE: && u_1 = 0, \quad \sigma_{12} = 0; \\ &\text{на } BD: && u_2 = 0, \quad \sigma_{12} = 0; \\ &\text{на } AKGFE: && C_{ijkl}(\vec{x}) u_{k,l} n_j = 0, \quad i,j = 1,2. \end{aligned} \tag{2}$$

Надалі вважатимемо, що масив порід перебуває в стані плоскої деформації ($u_i = u_i(x_1, x_2)$, $u_3 = 0$, $i = 1,2$).

Метод розв'язування задачі. Використаємо метод осереднення, який допомагає звести задачу (1), (2) до двох простіших задач. Нульове наближення цього методу (за точністю цілком достатнє для практики) полягає у пошуку розв'язку в такому вигляді:

$$u_i = v_i + \alpha N_{ipq} v_{p,q}. \tag{3}$$

Тут $\alpha = 1/N$, N – кількість періодів функцій C_{ijkl} (комірок періодичності) в області V.

Гладку складову v_i суми (3) знаходимо, розв'язуючи крайову задачу в області V з осередненими модулями H_{ijkl}, які від координат не залежать

$$H_{ijkl} v_{k,lj} - \rho g \delta_{i2} = 0, \tag{4}$$

з крайовими умовами (2), в яких вона має такий вигляд:

$$H_{ijkl} v_{k,l} \cdot n_j = 0. \tag{5}$$

Задачу (4), (2), (5) розв'язуємо чисельно, використовуючи варіаційно-різницевий метод разом з відображенням сітки у вихідній області V на рівномірну сітку в прямокутнику або в області, яка складається з прямокутників.

Зазвичай шарувате середовище складається з пакета шарів, які повторюються (комірок періодичності), яке зображене на рис. 2. Функції N_{kpq}, які залежать лише від "швидкої" координати $\xi_2 = x_2'/\alpha$, легко визначаються з розв'язку звичайного диференціального рівняння на комірці періодичності

$$\frac{\partial}{\partial \xi_2}\left(C_{i2m2} \frac{\partial N_{mpq}}{\partial \xi_2} + C_{i2pq} \right) = 0 \tag{6}$$

з умовами $N_{mpq}(0)=N_{mpq}(1)$ і $\left\langle N_{mpq}\right\rangle=\int_0^1 N_{mpq}(\xi_2)d\xi_2=0$.

Осереднені модулі H_{ijkl} знаходять після знаходження N_{kpq} так:

$$H_{ijkl}=\left\langle R_{ijkl}\right\rangle,$$

$$R_{ijkl}=C_{ijm2}\frac{\partial N_{mkl}}{\partial \xi_2}+C_{ijkl}. \qquad (7)$$

Деформації та напруження в компонентах шаруватого середовища знаходимо за формулами

$$\varepsilon_{ij}=\left\langle \varepsilon_{ij}\right\rangle+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial N_{ipq}}{\partial \xi_j}+\frac{\partial N_{jpq}}{\partial \xi_i}\right)v_{p,q},$$

$$\sigma_{ij}=R_{ijpq}v_{p,q}. \qquad (8)$$

Наведений метод реалізований у вигляді пакета програм на мові FORTRAN з підпрограмою побудови сітки у вихідній області на DELPHI, який дає змогу враховувати різні крайові умови, параметри області та середовища.

Аналіз числових результатів. При проведенні розрахунків вважається, що середовище, яке утворює схили гірської долини (рис. 1), складається з пакетів, кожен з яких містить два шари (рис. 2), які повторюються. Шари залягають під кутом 45^0 до горизонту ($\varphi=45^0$). Усі розрахунки проводили у безрозмірних величинах.

У випадку, коли комірка періодичності складається з двох ізотропних шарів однакової товщини, однак з різними властивостями ($E_1=10$; $\nu_1=0{,}3$; $E_2=1$; $\nu_2=0{,}4$), напруження залежать від того, в межах якого шару вони визначаються. На рис. 3 показано поля напружень у жорстких (більший модуль Юнга E) шарах. Як видно з рисунка, маємо несиметричний розподіл напружень. Найбільші (за модулем) напруження в нижній частині долини там, де породи залягають вздовж схилу. На протилежному схилі теж є локальна концентрація напружень, але вона менша за максимальну у два–три рази.

У м'якіших шарах розподіл напружень суттєво інший. Найбільші (за модулем) напруження в найнижчій частині долини або там, де породи падають в схил. Лінія нульових дотичних напружень перебуває в нижній частині долини з того боку, де залягання порід збігається зі схилом. Отже, більша частина області піддається однонапрямленому зсуву.

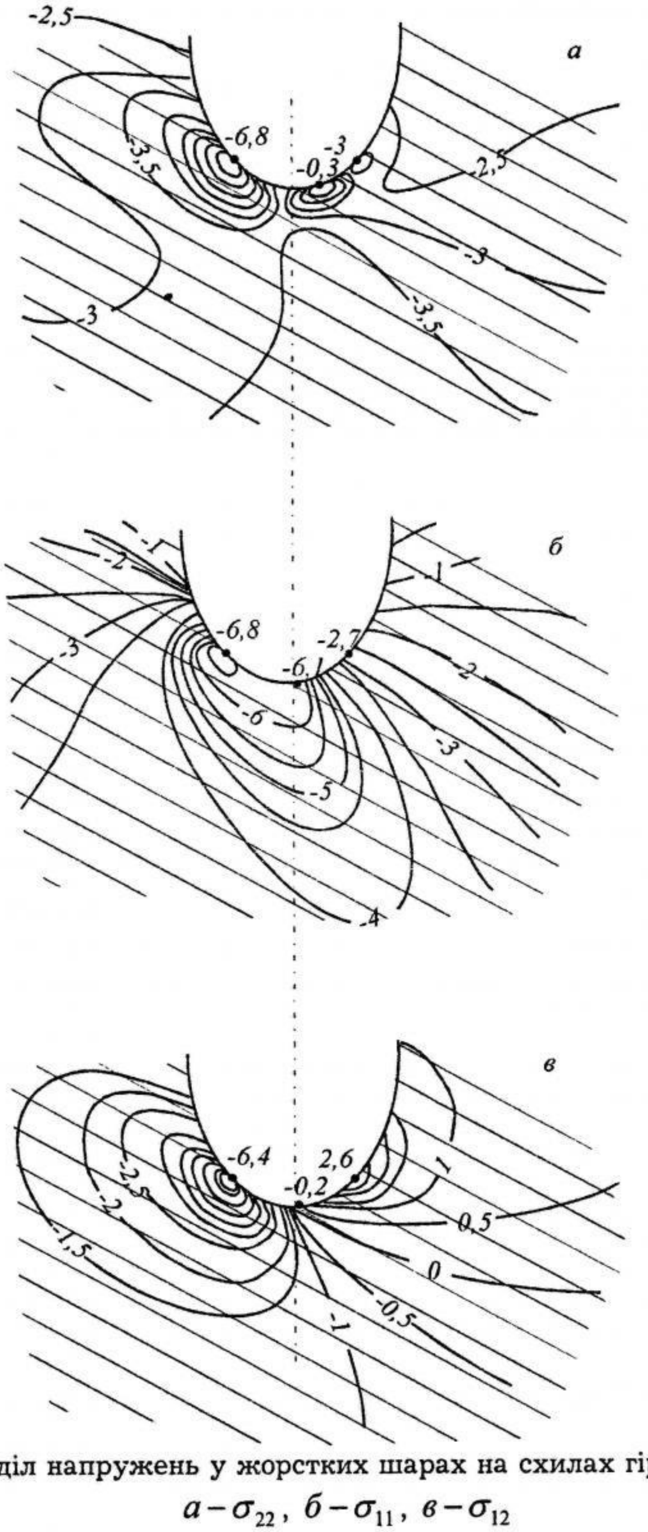

Рис. 3. Розподіл напружень у жорстких шарах на схилах гірської долини:
$a-\sigma_{22}$, $б-\sigma_{11}$, $в-\sigma_{12}$

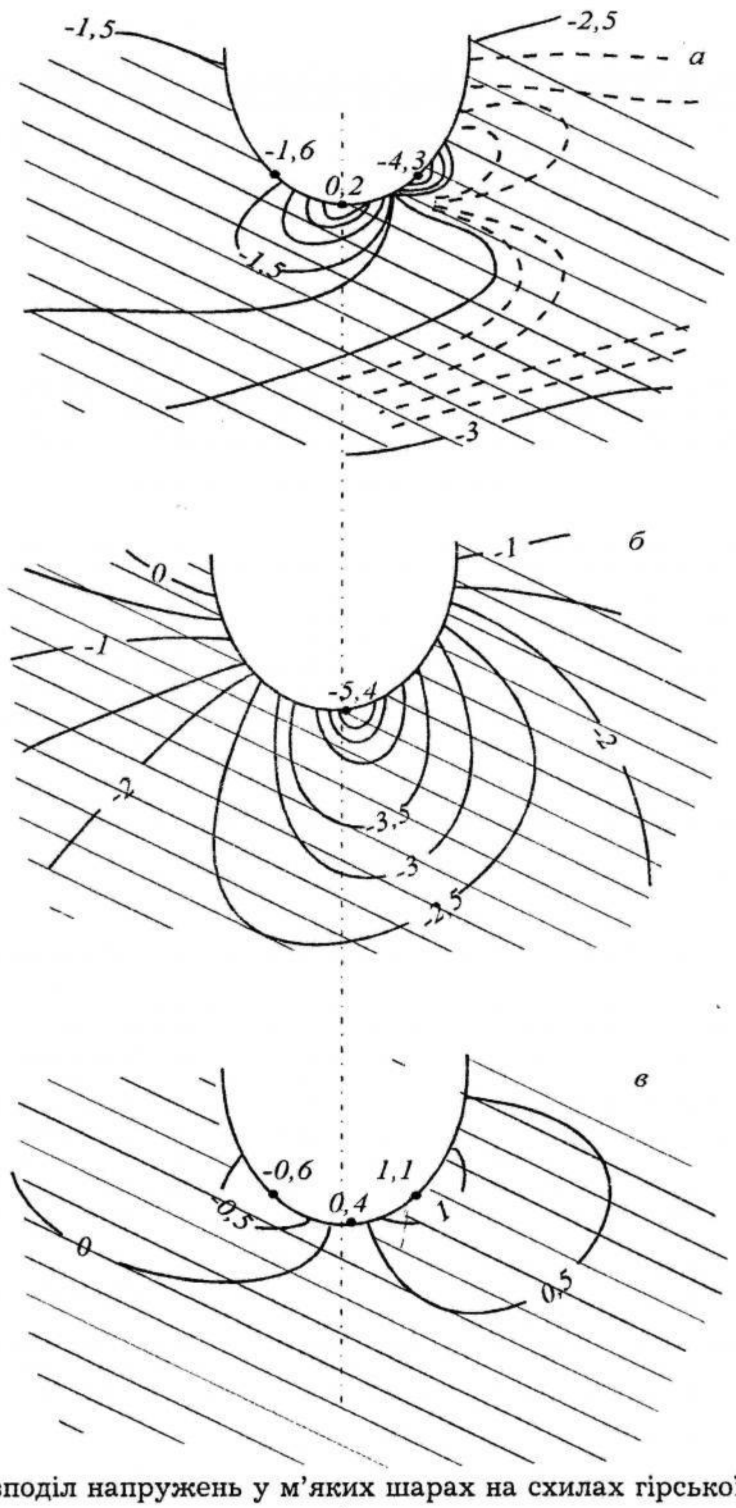

Рис. 4. Розподіл напружень у м'яких шарах на схилах гірської долини:
$a-\sigma_{22}$, $б-\sigma_{11}$, $в-\sigma_{12}$

Запропонований метод можна використати для вивчення напружено-деформованого стану різноманітних шаруватих масивів гірських порід з урахуванням зміни рельєфу. Отримані результати свідчать про значний вплив на величини напружень і на характер їх розподілу анізотропії пружних властивостей порід, які становлять гірський масив.

1. *Победря Б.Е.* Механика композиционных материалов. – М., 1984.
2. *Шешенин С.В., Кузъ И.С.* О прикладных итерационных методах // Вычислительная механика деформируемого твердого тела. – 1990. – № 1. – С. 63–75.

STRESS STATE OF LAYER ROCK MASS WITH TAKING INTO ACCOUNT RELIEF CHANGE

Igor Kuz'[1], Ryszard Kaczynski[2]

[1]*Ivan Franko National University of Lviv,*
Universitetska Str., 1, 79000 Lviv, Ukraine
[2]*Warsaw University,*
Krakowske Przedmiescie Str., 26/28, 00-927 Warsaw, Poland

Using averaging method stress state of layer rock mass is investigated. For taking into account relief change this method is supplemented by variational difference method.

Key words: layer medium, averaging method, variational difference method.

Стаття надійшла до редколегії 08.12.2005
Прийнята до друку 22.11.2006