

УДК 539.3

ЗГИН ІЗОТРОПНОЇ ПЛАСТИНИ, ОСЛАБЛЕНОЇ РОЗРІЗОМ ПО ДУЗІ КОЛА З КОНТАКТУЮЧИМИ БЕРЕГАМИ

Віктор БОЖИДАРНИК¹, Віктор ОПАНАСОВИЧ²,
Павло ГЕРАСИМЧУК¹

¹Луцький державний технічний університет,
вул. Львівська, 75, 43018 Луцьк, Україна

²Львівський національний університет імені Івана Франка,
вул. Університетська, 1, 79000 Львів, Україна

На основі класичної теорії згину пластини досліджено задачу про односторонній згин моментами на нескінченності пластини з наскрізною несиметричною тріщиною по дузі кола в припущенні, що береги тріщини приходять у гладкий контакт по одній із основ пластини. Проведено числовий аналіз контактного тиску, коефіцієнтів інтенсивності зусиль і моментів, результати якого подано графічно.

Ключові слова: згин, ізотропна пластина, тріщина по дузі кола, плоска задача теорії пружності, класична теорія згину, комплексні потенціали, контактний тиск, коефіцієнти інтенсивності моментів і зусиль.

Коли згинати пластину з наскрізною тріщиною, береги якої вільні від зовнішнього навантаження, то зрозуміло, що вони будуть контактувати. Багато дослідників, розв'язуючи такі задачі, контакт берегів не враховували. Систематизацію цих результатів наведено в довіднику [1] та монографіях [2-4]. Врахування контакту берегів для прямолінійної тріщини при згині пластини за класичною теорією розглянуто в працях [5, 6], а за теорією згину пластин типу Тимошенка у публікації [7], а для тріщини по дузі кола у статті [8] при геометричній і фізичній симетрії задачі.

Мета нашої праці – дослідити циліндричний згин ізотропної пластини з наскрізною тріщиною по дузі кола довільного радіуса, при порушенні фізичної симетрії задачі. Вважається, що гладкий контакт відбувається по всій довжині тріщини на одній з основ пластини, а її згин описується за класичною теорією.

Формулювання задачі. Розглянемо нескінчену ізотропну пластину постійної товщини $2h$, яка містить наскрізну тріщину, що розміщена по дузі кола радіуса R і вільна від зовнішнього навантаження.

Виберемо в серединній площині пластини початок декартової системи координат $Ox\bar{y}$, направивши вісь $O\bar{z}$ перпендикулярно до неї, причому початок координат O збігається з центром кола, вздовж дуги якого розміщена тріщина. Вважаємо, що вісь Ox проходить через середину дуги тріщини, центральний кут її розхилу позначимо через 2φ . Нехай тріщина

має кінці a і b , причому $a = R e^{-i\varphi}$ і $b = R e^{i\varphi}$, де $i = \sqrt{-1}$. Ділянку в середині кола радіуса R позначимо через S^+ , зовні – через S^- . Лінію, де розміщена тріщина у середній площині, позначимо через L . Пластина згинається на нескінченності рівномірно розподіленими моментами M , площини дії яких утворюють кут γ з віссю Ox (див. рис. 1). Як і в [5], припустимо, що гладкий контакт берегів тріщини відбувається по лінії, яка лежить на верхній основі пластини.

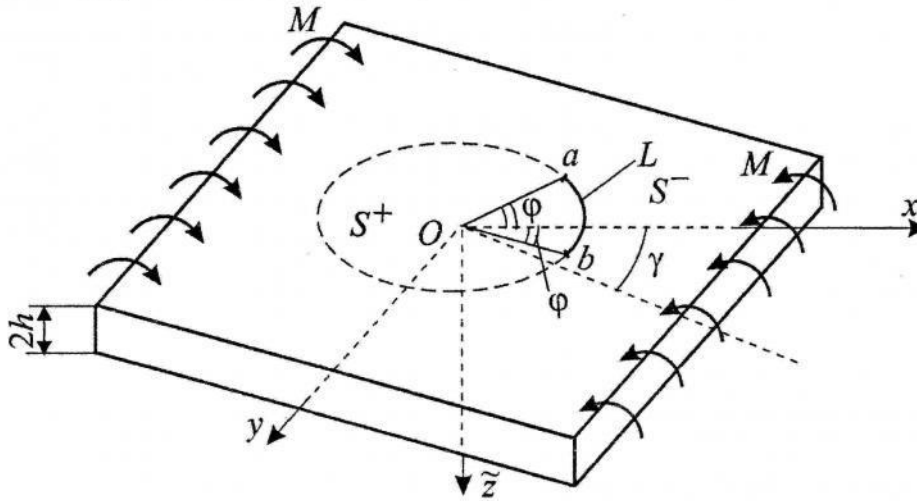


Рис. 1. Схема навантаження пластини та розміщення тріщини

Розв'язок задачі подамо у вигляді розв'язків двох задач: плоскої задачі та задачі згину пластини, причому для опису згину скористаємось класичною теорією.

Згідно з формулюванням задачі матимемо такі граничні умови:

$$\sigma_{rr}^+ = \sigma_{rr}^- = -N_r/(2h), \quad \sigma_{r\theta}^+ = \sigma_{r\theta}^- = 0, \quad M_r^+ = M_r^- = M_r,$$

$$P_r^+ = P_r^- = 0, \quad \text{на } L, \quad (1)$$

$$M_r = hN_r, \quad [\nu_r] + h[\partial w/\partial r] = 0, \quad \text{на } L, \quad (2)$$

де N_r – контактний тиск між берегами тріщини; σ_{rr} і $\sigma_{r\theta}$ та ν_r і ν_θ – компоненти тензора напружень та компоненти вектора переміщення в полярній системі координат r і θ з початком у центрі кола радіуса R для плоскої задачі; M_r та P_r – згинальний момент та узагальнена в сенсі Кірхгофа перерізувальна сила в тій самій системі координат r і θ ; w – прогин пластини при згині; $[f] = f^+ - f^-$; значками “+” і “-” позначено граничні значення функції при прямуванні точки до лінії L відповідно з ділянок S^+ і S^- .

Побудова розв'язку задачі. Для розв'язку плоскої задачі теорії пружності введемо комплексні потенціали $\Phi(z)$ і $\Omega(z)$ [9], тоді напружено-деформований стан пластини знайдемо за формулами

$$\sigma_{rr} + i\sigma_{r\theta} = \Phi(z) - R^2 r^{-2} \Omega\left(R^2/\bar{z}\right) + (1 - R^2 r^{-2}) \cdot [\overline{\Phi(z)} - \bar{z} \cdot \overline{\Phi'(z)}], \quad (3)$$

$$2\mu \quad r(v_r + iv_\theta) = \bar{z} \cdot [\kappa\varphi(z) + \omega\left(R^2/\bar{z}\right) - z(1 - R^2 r^{-2})\overline{\Phi(z)}], \quad (4)$$

де μ і ν - відповідно модуль зсуву і коефіцієнт Пуассона матеріалу пластини; $\kappa = (3 - \nu)/(1 + \nu)$; $z = x + iy$, x і y - координати точки, в якій знаходимо шукані величини; $r = |z|$, $\omega'(z) = \Omega(z)$. Для функцій $\Phi(z)$ і $\Omega(z)$ правильні розвинення

$$\Phi(z) = \begin{cases} A_0 + A_1 z + \dots, & z \rightarrow 0, \\ a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3} + \dots, & z \rightarrow \infty; \end{cases}$$

$$\Omega(z) = \begin{cases} b_0 + b_1 z + \dots, & z \rightarrow 0, \\ B_0 + B_1 z^{-1} + \dots, & z \rightarrow \infty; \end{cases} \quad A_0 + \bar{B}_0 = 0, \quad B_1 = 0.$$

Для розв'язку задачі згину пластини введемо комплексні потенціали $\Phi_3(z)$ і $\Omega_3(z)$ [10] і одержимо залежності

$$m(M_r + ic' + iP_r) = \bar{\kappa}\Phi_3(z) + R^2 r^{-2} \Omega_3\left(R^2/\bar{z}\right) - (1 - R^2 r^{-2}) \cdot [\overline{\Phi_3(z)} - \bar{z}\overline{\Phi_3'(z)}], \quad (5)$$

$$\partial w/\partial r + i \cdot \partial w/\partial s = \bar{z}/r [\varphi_3(z) - \omega_3\left(R^2/\bar{z}\right) + z(1 - R^2 r^{-2})\overline{\Phi_3(z)}], \quad (6)$$

де s - дугова координата; c' - дійсна стала; $\omega_3'(z) = \Omega_3(z)$, $\bar{\kappa} = (3 + \nu)/(1 - \nu)$, $m = -1/(D(1 - \nu))$, $D = 2Eh^3/(3(1 - \nu^2))$. Для функцій $\Phi_3(z)$ і $\Omega_3(z)$ в околі нуля і нескінченно віддаленої точки правильні розвинення

$$\Phi_3(z) = \begin{cases} A'_0 + A'_1 z + \dots, & z \rightarrow 0, \\ \Gamma + a'_2 z^{-2} + \dots, & z \rightarrow \infty; \end{cases}$$

$$\Omega_3(z) = \begin{cases} \bar{\Gamma}' R^2 z^{-2} + b'_0 + b'_1 z + \dots, & z \rightarrow 0, \\ B'_0 + B'_1 z^{-1} + \dots, & z \rightarrow \infty; \end{cases}$$

де $\Gamma = nM$, $\Gamma' = -0,5mMe^{-2i\gamma}$, $n = -1/(4D(1 + \nu))$, $B_1' = 0$, $A_0' + \overline{B_0'} = 0$.

Беручи до уваги (4) і (5), задовольняючи граничні умови (1), одержимо такі задачі лінійного спряження:

$$[\Phi(t) + \Omega(t)]^+ - [\Phi(t) + \Omega(t)]^- = 0,$$

$$[\tilde{\kappa}\Phi_3(t) - \Omega_3(t)]^+ - [\tilde{\kappa}\Phi_3(t) - \Omega_3(t)]^- = 0, \text{ на } L,$$

розв'язавши які, отримаємо

$$\Omega(z) = -\overline{A_0} - \Phi(z), \quad \Omega_3(z) = \tilde{\kappa}\Phi_3(z) - D_0' - P/(2z^2),$$

$$D_0' = \tilde{\kappa}\Gamma + \overline{A_0'}, \quad P = -2\overline{\Gamma'}R^2. \quad (7)$$

Якщо врахувати (4), (6) та (7), з другої граничної умови (2) отримаємо задачу лінійного спряження, розв'язавши яку, знайдемо

$$\begin{aligned} f(z) + \beta[\Phi_3(z) - z\Phi_3'(z)] - \beta[\overline{\Phi_3}(R^2/z) - R^2/z\overline{\Phi_3}'(R^2/z)] = \\ = -\overline{A_0} + \beta(\Gamma - \overline{A_0'}), \end{aligned} \quad (8)$$

де

$$\beta = 2h(1 + \tilde{\kappa})\mu/(1 + \kappa), \quad f(z) = \Phi(z) - z\Phi'(z) - \overline{\Phi}(R^2/z) + R^2/z\overline{\Phi}'(R^2/z).$$

Спрямувавши в (8) z до L справа і зліва, додавши отримані співвідношення, а також прийнявши до уваги залежності

$$\Phi^+(t) + \Phi^-(t) = -N_r/(2h) - \overline{A_0},$$

$$\Phi_3^+(t) + \Phi_3^-(t) = \tilde{\kappa}^{-1}[N_r h + D_0' + P/(2t)^2], \quad t \in L, \quad (9)$$

матимемо диференціальне рівняння для знаходження невідомого контактного тиску N_r між берегами тріщини, розв'язавши яке, знайдемо

$$N_r = -C\theta + A - 3\tilde{\delta}_1 \cos 2\theta, \quad |\theta| \leq \varphi, \quad \beta\Gamma = \operatorname{Re}(A_0 + \beta A_0'). \quad (10)$$

Тут A - невідома стала; $\tilde{\delta}_1 = -MP_1/4$, $C = P_1 c'$, $P_1 = 3(1 + \nu)/(2h(3 + 2\nu))$.

Якщо підставити вираз для контактного тиску (10) у залежності (9) та розв'язати задачі лінійного спряження, то знайдемо

$$\begin{aligned} \Phi(z) = cf_2(z)/(2h) + [\overline{\delta}_4 + P_2(\overline{\delta}_1 R^2 z^{-2} + \delta_1 z^2 R^{-2})]/2 - \\ - [\delta_4(z + \gamma_5) + P_2 R^{-2} \delta_1 (z^3 + z^2 \gamma_5 + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +z\gamma_6 + \gamma_7) + P_2\bar{\delta}_1R^2(\gamma_1z^{-2} + \gamma_2z^{-1})]/(2X(z)), \\
\Phi_3(z) = & (q_3 + q_4z^{-2} + q_5z^2)/2 - [q_3(z + \gamma_5) + q_5(z^3 + z^2\gamma_5 + \gamma_6z + \gamma_7) + \\
& +q_4(\gamma_1z^{-2} + \gamma_2z^{-1}) - 2(d_1z + d_0)]/(2X(z)) + q_2f_2(z), \quad (11)
\end{aligned}$$

де $\gamma_1 = -R$, $\gamma_2 = \cos \varphi$, $\gamma_5 = \gamma_1\gamma_2$, $\gamma_7 = -\gamma_5\gamma_6$, $q_2 = -mhC/\bar{\kappa}$, $P_2 = 0,75/h$,

$$X(z) = \sqrt{(z-a)(z-b)}, \quad \delta_4 = -\bar{A}_0 - A/(2h), \quad q_1 = P_1^{-1}, \quad d_1 = \Gamma,$$

$$\gamma_6 = 0,5R^2 \sin^2 \varphi, \quad d_0 = d_1\gamma_5, \quad q_5 = -3mh\delta_1/(2\bar{\kappa}R^2),$$

$$q_3 = [m(hA + iq_1C) + D_0']/\bar{\kappa}, \quad \gamma_3 = -(2R)^{-1} \sin^2 \varphi,$$

$$q_4 = (-3hmR^2\bar{\delta}_1 + P)/(2\bar{\kappa}), \quad \delta_1 = -\Gamma'\beta h/(2m\beta h^2 - \bar{\kappa}), \quad t = R \cdot e^{i\theta}, \quad \varphi_1 = \varphi/2,$$

$$f_2(z) = \frac{1}{2\pi i X(z)} \int_L \frac{\theta X^+(t) dt}{t-z},$$

$$B = -\frac{2}{\pi} \int_0^\varphi \theta \sin \theta_1 \sqrt{\sin(\varphi_1 + \theta_1) \sin(\varphi_1 - \theta_1)} d\theta, \quad \theta_1 = \theta/2.$$

Якщо врахувати, що $A_0 = \Phi(0)$ і $A_0' = \Phi_3(0)$, то на основі (11) отримаємо

$$\operatorname{Re} A_0 = \sin^2 \varphi_1 [-A + 3 \operatorname{Re} \delta_1 \cos^4 \varphi_1]/(2h \cdot (1 + \sin^2 \varphi_1)), \quad \operatorname{Im} A_0 = 0, \quad (12)$$

$$\operatorname{Re} A_0' = (\Gamma \cos^2 \varphi_1 - q_6 A \sin^2 \varphi + \operatorname{Re}(\gamma_7 q_5 - \gamma_3 q_4))/(2R)/(1 - \bar{\kappa}^{-1} \sin^2 \varphi_1),$$

$$\operatorname{Im} A_0' = -(CB/\cos^2 \varphi_1 + 3 \operatorname{Im} \delta_1 \cdot \sin^4 \varphi_1)/(2h),$$

де $q_6 = 3(1 - \nu^2)/(2Eh^2(3 + \nu))$,

$$C = (\gamma_7 \operatorname{Im} q_5 - \gamma_3 \operatorname{Im} q_4)/(2R(Bq_6 - q_7 \sin \varphi_1)).$$

Для знаходження сталої A підставимо (12) у друге співвідношення (10), після перетворень матимемо

$$\begin{aligned}
A = 3M(1 + \nu) \{ & 3P_3 \cos \varphi_1 (3 + \nu - (1 - \nu) \sin^2 \varphi_1) + (1 + \sin^2 \varphi_1) [1 - P_3 \cos^2 \varphi_1 \cdot \\
& (9(1 + \nu) \sin^2 \varphi_1 + 3 - \nu)] \} / [4h(3 + 2\nu + (1 + 2\nu) \sin^2 \varphi_1)],
\end{aligned}$$

$$P_3 = -\cos 2\gamma/(4(3 + 2\nu)).$$

Коефіцієнти інтенсивності зусиль k_1 і k_2 та моментів K_1 і K_2 [3] знайдемо за формулами:

- з врахуванням контакту берегів

$$\tilde{K}_1^\pm = f(\varphi) \{ d_8 q_{21}^\pm + (d_6 + d_9) \cos \varphi_1 \pm d_7 \sin \varphi_1 + d_{10} [\cos(\pm 3\varphi_1 - 2\gamma) \pm 0,5 \sin \varphi (\sin(\pm \varphi_1 - 2\gamma) + \cos \varphi \sin(\mp \varphi_1 - 2\gamma))] - d_5 \cos(\mp 3\varphi_1 + 2\gamma) \},$$

$$\tilde{K}_2^\pm = -f(\varphi) \{ d_8 q_{22}^\pm \mp (d_6 + d_9) \sin \varphi_1 + d_7 \cos \varphi_1 - d_{10} [-\sin(\pm 3\varphi_1 - 2\gamma) \pm 0,5 \sin \varphi (\cos(\pm \varphi_1 - 2\gamma) + \cos \varphi \cos(\mp \varphi_1 - 2\gamma))] - d_5 \sin(\mp 3\varphi_1 + 2\gamma) \},$$

$$\tilde{k}_1^\pm = -f(\varphi) \{ d_8 q_{21}^\pm + d_{14} \cos \varphi_1 \pm d_{13} \sin \varphi_1 + d_{11} (3 \cos 3\varphi_1 + 1,5 \sin \varphi \sin^3 \varphi_1) \mp d_{12} (3 \cos 3\varphi_1 - \sin \varphi \cos^3 \varphi_1) \},$$

$$\tilde{k}_2^\pm = f(\varphi) \{ d_8 q_{22}^\pm \mp d_{14} \sin \varphi_1 + d_{13} \cos \varphi_1 + 1,5 \sin \varphi (\mp d_{11} \cos^3 \varphi_1 + d_{12} \sin^3 \varphi_1) \};$$

- без врахування контакту берегів

$$\tilde{K}_1^\pm = f(\varphi) \{ [3(1-v) \cos \varphi_1 + 0,5(d_4 \cos \varphi_1 \pm d_3 \sin \varphi_1)] / d_2 + 0,5 \cos(2\gamma \mp 3\varphi_1) \},$$

$$\tilde{K}_2^\pm = \pm f(\varphi) \{ [3(1-v) \sin \varphi_1 + 0,5(d_4 \sin \varphi_1 \mp d_3 \cos \varphi_1)] / d_2 \mp 0,5 \sin(2\gamma \mp 3\varphi_1) \},$$

$$\text{де } \tilde{K}_i^\pm = \frac{K_i^\pm}{M\sqrt{R\varphi}}, \tilde{k}_i^\pm = \frac{hk_i^\pm}{M\sqrt{R\varphi}}, f(\varphi) = \sqrt{\frac{\sin \varphi}{\varphi}}, d_2 = \frac{6(1-v^2)}{3+v},$$

$$d_5 = -\frac{15+7v}{16(3+2v)}, d_6 = \frac{3+v}{2(1+v)}, d_3 = -d_2 \sin 2\gamma \cos^2 \varphi_1, d_7 = -\frac{0,25\bar{c}}{d_{15}},$$

$$d_4 = -\frac{3\{\bar{\kappa}(1-v)(\bar{\kappa} + \cos \varphi) - 0,5(1+v)\sin^2 \varphi \cos 2\gamma\}}{\bar{\kappa}(\bar{\kappa} - \sin \varphi_1)}, d_8 = \frac{\bar{c}}{\sin \varphi},$$

$$\bar{c} = \frac{\sin 2\gamma \sin^2 \varphi \{9(1+v) \cos \varphi_1 + 3-v\}}{8\{(3+2v)\sin^2 \varphi_1 + 1,5(1+v)B\}} \cdot d_{15},$$

$$d_{14} = \frac{-\bar{A} - 0,75d_{11} \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi_1}{1 + \sin^2 \varphi_1}, d_{15} = \frac{3(1+v)}{8(3+2v)},$$

$$d_9 = -\frac{1.5(1-\nu)(\bar{\kappa} + \cos \varphi) + d_2 \bar{A} \bar{\kappa}}{(\bar{\kappa} - \sin^2 \varphi_1) d_2} + \frac{0,5 d_{15} \bar{\kappa}^{-1} \cos 2\gamma \sin^2 \varphi \{9(1+\nu) \sin^2 \varphi_1 + 3 - \nu\}}{(\bar{\kappa} - \sin^2 \varphi_1) d_2},$$

$$d_{10} = -1,5 d_{15}, \quad d_{11} = -d_{15} \cos 2\gamma, \quad d_{12} = d_{15} \sin 2\gamma, \quad \bar{A} = \frac{Ah}{M},$$

$$d_{13} = -\frac{B\bar{c}}{\cos^2 \varphi_1} - 3d_{12} \sin^4 \varphi_1,$$

$$q_{21}^{\pm} = \frac{1}{\pi} \int_{-\varphi}^{\varphi} \theta \cos(\theta \mp \varphi) \sqrt{\frac{\sin(\varphi_1 \pm \theta_1)}{\sin(\varphi_1 \mp \theta_1)}} d\theta,$$

$$q_{22}^{\pm} = \mp \frac{1}{\pi} \int_{-\varphi}^{\varphi} \theta \sin(\varphi \mp \theta) \sqrt{\frac{\sin(\varphi_1 \pm \theta_1)}{\sin(\varphi_1 \mp \theta_1)}} d\theta, \quad \varphi_1 = \frac{\varphi}{2}, \quad \theta_1 = \frac{\theta}{2}.$$

Числовий аналіз задачі та висновки. Ми провели числовий аналіз задачі, який зображено на рис. 2-5.

На рис. 2 показано графічну залежність граничного значення кута розкриття φ^* , коли контакт відбувається по всій довжині тріщини від кута нахилу площини дії моментів на нескінченності γ при різних значеннях коефіцієнта Пуассона матеріалу пластини. Як видно з рисунка, при

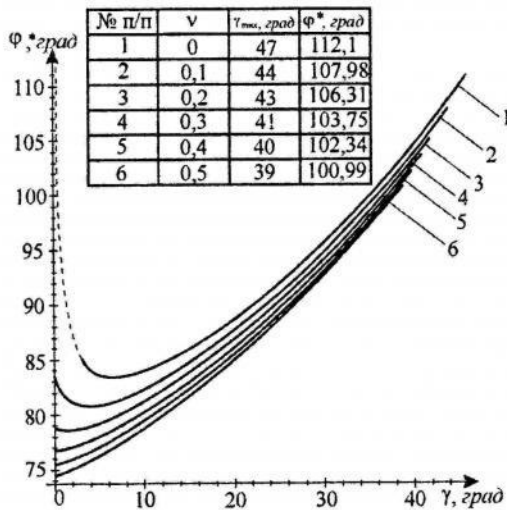


Рис. 2

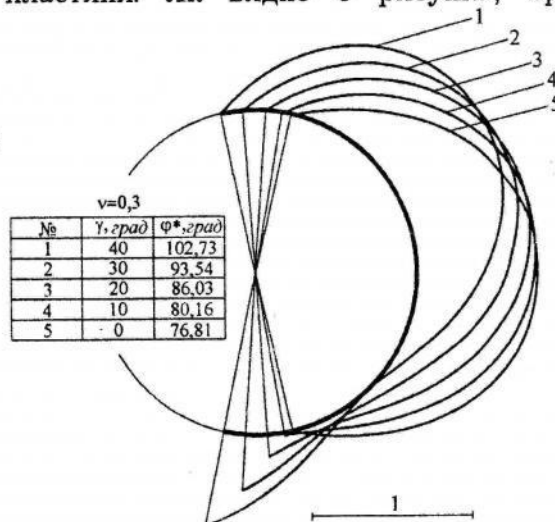


Рис. 3

фіксованому куті γ зі зростанням коефіцієнта Пуассона граничний кут розхилу тріщини φ^* падає. Якщо для заданого γ визначено граничний кут φ^* , то для кута розкриття тріщини $\varphi \leq \varphi^*$ береги тріщини завжди контактують, а при $\varphi > \varphi^*$ відбуватиметься відставання її берегів поблизу вершини b . Крім того, граничний кут φ^* від радіуса кола R не залежить, а при $\gamma = 0$ і $\nu = 0$ контакт берегів тріщини буде проходити завжди незалежно від величини її кута розкриття.

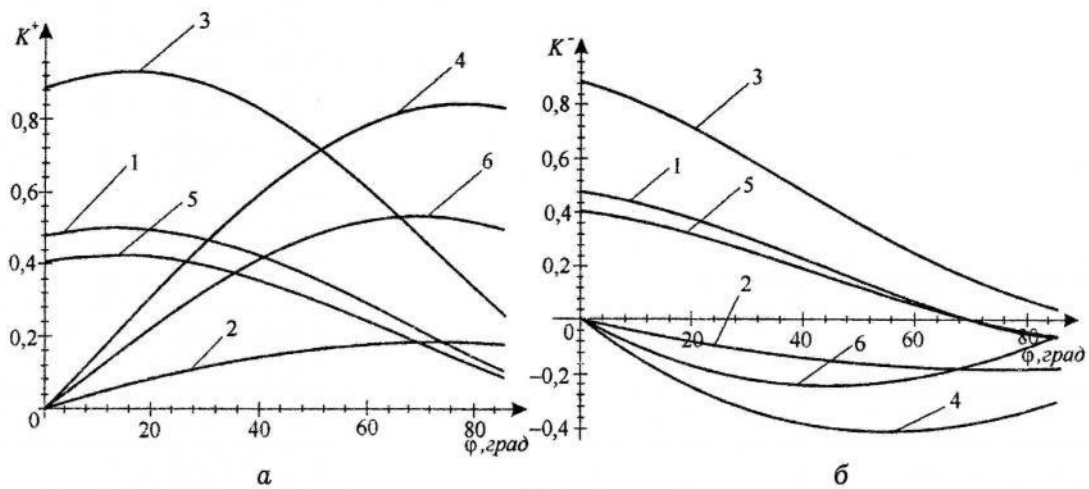


Рис. 4

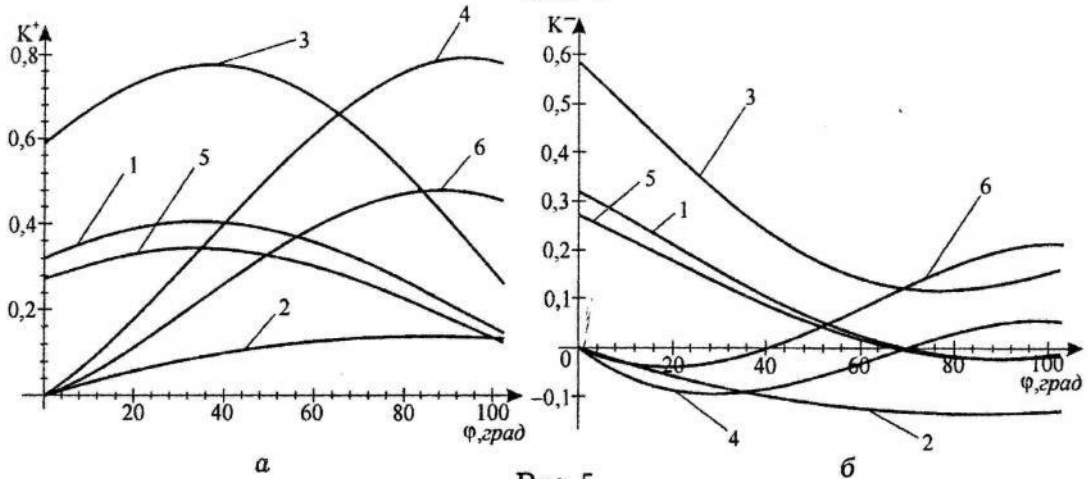


Рис. 5

На рис. 3 показано розподіл приведенного контактного тиску $N_r^* = N_r h / M$ між берегами тріщини для максимального граничного кута розкриття тріщини φ^* при різних γ для $\nu = 0,3$. Як видно з цього рисунка, контактний тиск у вершині тріщини b дорівнює нулю, у вершині a

збільшується зі збільшенням γ , причому він від радіуса кола R не залежить.

Для $\nu = 0,3$ на рис. 4 і рис. 5 показано графічну залежність приведених коефіцієнтів інтенсивності зусиль (КІС) та моментів (КІМ) від кута розкриття тріщини φ при $\gamma = 20^\circ$ і граничному куті розкриття тріщини $\varphi^* = 86,03^\circ$ та $\gamma = 40^\circ$ і $\varphi^* = 102,73^\circ$. Рисунки а відповідають вершині b (значок зверху "+"), рисунки б – вершині a (значок зверху "-"). Кривим 1 (k_1^*) і 2 (k_2^*) відповідають зображені КІС ($k_i^* = k_i h / (M \sqrt{R \varphi})$), кривим 3, 5 (K_1^*) та 4, 6 (K_2^*) – зображені КІМ $K_i / (M \sqrt{R \varphi})$, причому криві 3 (K_1^*) і 4 (K_2^*) відповідають випадку, коли контакту берегів немає. Зауважимо, що значення КІС і КІМ для кута розкриття тріщини $\varphi = 0$ відповідає випадку прямолінійної тріщини. Крім того, КІС $k_1^{*\pm}$ і КІМ $K_1^{*\pm}$ зв'язані між собою залежністю $k_1^{*\pm} / K_1^{*\pm} = 3(1 + \nu) / (3 + \nu)$. На підставі цих рисунків можна зробити висновок, що зі збільшенням кута розхилу тріщини φ симетричні КІМ і КІС, збільшуються у вершині b і спадають у вершині a порівняно з прямолінійною тріщиною, при цьому з'являються антисиметричні КІМ і КІС, які по величині спочатку також збільшуються в обох її вершинах. Як і для прямолінійної тріщини врахування контакту її берегів приводить до зменшення КІМ та появи КІС.

1. Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений: В 2-х т. / Под. ред. Ю. Мураками. – М., 1990.
2. Мазурак Л. П., Бережницкий Л. Т. Изгиб трансверсально-изотропных пластин с дефектами типа трещин. – К., 1990.
3. Саврук М. П. Двумерные задачи упругости для тел с трещинами. – К., 1981.
4. Бережницкий Л. Т., Делявский М. В., Панасюк В. В. Изгиб тонких пластин с дефектами типа трещин. – К., 1979.
5. Шацький І. П. Згин пластини, ослабленої розрізом з контактуючими берегами. Доп. АН УРСР. Сер. А. Фіз.-мат. та техн. науки. – 1988. – № 7. – С. 49–51.
6. Kwon Y. W. Finite element analysis of crack closure in plate bending // Comp. and Struct. – 1989. – Vol. 32. – N 6. – P. 1439–1445.
7. Опанасович В. К., Новосад В. П., Селіверстов Р. Г. Врахування контакту берегів тріщини під час згину трансверсально-ізотропної пластини // Механіка і фізика руйнування будівельних матеріалів та

- конструкцій. Зб. наук. праць. – Вип. 5 / За заг. ред. О. Є. Андрейківа, Й. Й. Лучка, В. В. Божидарніка. – Львів, 2002. – С. 148–153.
8. Божидарнік В., Опанасович В., Герасимчук П. Двосторонній згин ізотропної пластини з наскрізною тріщиною по дузі кола з урахуванням контакту її берегів // Механіка руйнування матеріалів і міцність конструкцій // Під заг. ред. В. В. Панасюка. Львів. Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, 2004. – С. 213–218.
9. Прусов И. А. Некоторые задачи термоупругости. – Минск, 1972.
10. Прусов И. А. Метод сопряжения в теории плит. – Минск, 1975.

FLEXURE OF THE ISOTROPIC PLATE, WEAKENING WITH THE THICKNESS CIRCULAR ARC CRACK WITH ACCOUNT OF ITS EDGES CONTACT

Viktor Bozhydarnik¹, Viktor Opanasovych², Pavlo Herasymchuk¹

¹*Lutsk State Technical University,
Lvivska Str., 75, 43018 Lutsk, Ukraine*
²*Ivan Franko National University of Lviv,
Universitetska Str., 1, 79000 Lviv, Ukraine*

On the of the classical theory of plate flexural arc crack with extrinsic asymmetrical load consign smoth contact of its edges along the whole length of one of its surfaces by moments applied at infinity has been investigated. The conditions, permithing such solution, have been determined. Numerical analysis of contact pressure and moment – intensive factors are presented in the form of diagrams.

Key words: bending, isotropic plate, circular arc crack, two-dimensional problem of the theory of elasticity, classical theory of bend, complex potentials, contact pressure, coefficients intensity moment and efforts.

Стаття надійшла до редколегії 17.05.2005
Прийнята до друку 22.11.2006