

УДК 539.375; 539.4; 536.543

## АНАЛОГ ЗАДАЧІ ГРІФФІТСА ДЛЯ ПОШИРЕННЯ КОРОЗІЙНО-МЕХАНІЧНИХ ТРІЩИН

Нікіта ЗВЯГІН, Святослав НАСТАСЯК,  
Володимир КОЛОДІЙ, Юрій КОЛОДІЙ

*Львівський національний університет імені Івана Франка,  
вул. Університетська, 1, 79000, Львів  
e-mails: svyatikna@gmail.com*

З використанням енергетичного підходу розв'язана задача про визначення періоду докритичного росту корозійно-механічної тріщини в нескінченній пластині (аналог задачі Гріффітса за статичного розтягу і дії корозійного середовища). Оцінено вплив корозійного середовища на період докритичного росту тріщини (залишкову довговічність) у пластині зі сталі 45ХН2МФА.

*Ключові слова:* корозійно-механічна тріщина, аналог задачі Гріффітса, енергетичний баланс, коефіцієнт інтенсивності напружень, залишкова довговічність.

### 1. Вступ

Елементи конструкцій відповідальних об'єктів довготривалого використання багатьох галузей промисловості піддаються впливу агресивних середовищ, особливо корозійних. Існує багато різних методів протикорозійного захисту металевих конструкцій, проте вони ще недостатньо досконалі щодо довготривалої експлуатації, особливо за змінних у часі навантажень. У таких випадках корозійно стійкі покриття, якими захищають металеві елементи конструкцій, руйнуються і корозивно-активне середовище починає контактувати з основним металом. Це призводить до хімічних і електрохімічних реакцій, які спричиняють руйнування металу. Внаслідок сумісної дії агресивних середовищ і силового навантаження на елемент конструкції в ньому зароджуються і в процесі експлуатації поширюються тріщини. Розвиток таких тріщин до їх граничних розмірів призводить до втрати функціональних властивостей елемента конструкції — його руйнування. Для того, щоб передбачити і

відвернути таке руйнування, необхідно вміти визначати період докритичного росту тріщин в елементах конструкцій, тобто їх залишкову довговічність.

Нижче побудовано кінетичне рівняння, яке описує поширення корозійно-механічної тріщини і дає змогу оцінити час її докритичного росту залежно від початкової її довжини.

## 2. РОЗРАХУНКОВА МОДЕЛЬ

Розглянемо пластину з наскрізною прямолінійною тріщиною початкової довжини  $l_0$ , яка перебуває під дією довготривалого статичного розтягу і впливу корозійного середовища (рис. 1). Вважаємо, що корозійне середовище потрапляє в тріщину, що сприяє її корозійно-механічному поширенню. У цьому випадку приймаємо, що за дії довготривалих навантажень розтягу пластину напружено-деформований стан симетричний стосовно лінії розміщення тріщини і характеризується коефіцієнтом інтенсивності напружень  $K_I$ . Задача полягає у визначенні періоду  $t = t_*$  докритичного росту тріщини (залишкової довговічності) в пластині.

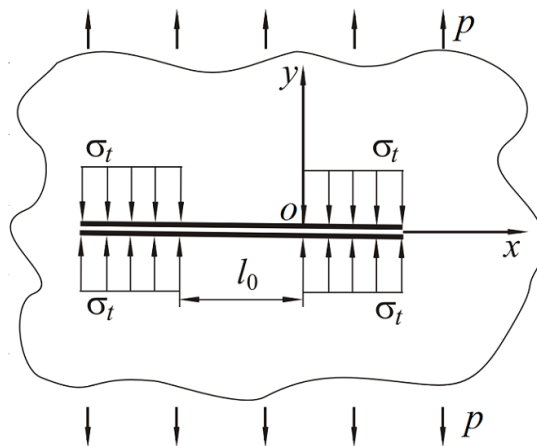


Рис. 1. Схема навантаження пластини з прямолінійною тріщиною

Для розв'язку задачі побудуємо кінетичне рівняння поширення корозійно-механічної тріщини. Як відомо [1], за дії довготривалого статичного навантаження і корозійного середовища тріщина поширюється стрибкоподібно, то для одного стрибка – елементарного акту руйнування, аналогічно як і в [2], запишемо енергетичний баланс процесу

$$(1) \quad A = W + \Gamma,$$

де  $A$  – робота зовнішніх сил;  $W$  – енергія деформування пластини;  $\Gamma$  – енергія руйнування пластини, яка залежить від довжини тріщини, часу і корозійного середовища. Оскільки виконується рівняння енергетичного балансу (1), то виконуватиметься рівняння балансу швидкостей зміни енергії, тобто

$$(2) \quad dA/dt = dW/dt + d\Gamma/dt.$$

Енергію деформування подамо так:

$$(3) \quad W = W_s + W_p(l),$$

де  $W_s$  – пружна складова  $W$ ;  $W_p(l)$  – частина енергії пластичного деформування, що залежить від довжини тріщини  $l$ .

Ураховуючи, що компоненти енергії деформування і руйнування – складні функції від  $l$  і  $t$ , а довжина неявно залежить від часу  $t$ , і підставляючи співвідношення (3) в (2) та вважаючи, що  $dA/dt = 0$ , отримаємо

$$(4) \quad \frac{\partial}{\partial l} [\Gamma - (A - W_s - W_p)] \frac{dl}{dt} + \left[ \frac{d\Gamma}{dt} \right]_{t=\Delta t_c} = 0,$$

де  $t = \Delta t_c$  – час стрибка тріщини; згідно з [2]  $\frac{\partial}{\partial l} [\Gamma - (A - W_s - W_p)] = \gamma_C - \gamma_t$ ,  $\gamma_t = \sigma_t \delta_t$  – усереднене значення роботи пластичних деформацій в зоні передруйнування;  $\gamma_C = \sigma_t \delta_{CC}$  – її критичне значення,  $\sigma_t$  – усереднені нормальні напруження в зоні передруйнування,  $\delta_t$  – розкриття у вершині тріщини,  $\delta_{CC} = \delta_C - A_1 C_H(\Delta t)$  – його критичне значення за корозійного руйнування,  $\delta_C$  – критичне значення  $\delta_t$  без корозії,  $A_1$  – константа, яку визначають із експерименту,  $C_H$  – концентрація водню в зоні передруйнування.

З рівності (4) запишемо швидкість поширення корозійно-механічної тріщини

$$(5) \quad V = \frac{dl}{dt} = - \left[ \frac{d\Gamma}{dt} \right]_{t=\Delta t_c} / (\gamma_C - \gamma_t).$$

Для визначення періоду докритичного росту тріщини до рівняння (5) додамо початкову і кінцеву умови

$$(6) \quad t = 0, \quad l(0) = l_0, \quad t = t_*, \quad l(t_*) = l_*, \quad \gamma_t(l_*) = \gamma_C,$$

де  $l_0, l_*$  – початкова і гранична довжина тріщини, відповідно.

Невідому енергію  $\Gamma$  руйнування у рівнянні (5) визначимо так

$$(7) \quad \Gamma = \Delta l \sigma_t \delta_{CC}.$$

Тут  $\Delta l$  – довжина елементарного стрибка тріщини, яку, аналогічно [2], подамо як суму елементарного поширення тріщини  $l_a$  за рахунок анодного розчинення і механічного стрибка  $l_m$  внаслідок механічного навантаження і наводнювання за електрохімічної корозії, тобто

$$(8) \quad \Delta l_c = l_a + l_m,$$

$$(9) \quad l_m = \alpha(\delta_t - \xi), \quad l_a = F m^{-1} n^{-1} \int_0^{\Delta t} i(t) dt,$$

де  $F$  – число Фарадея;  $m$  – грам-еквівалентна вага металу;  $n$  – валентність металу;  $\alpha, \xi$  – константи, які визначають із експерименту [3];  $i(t)$  – густина анодного струму на поверхні вершини тріщини.

Розглядаємо випадок, коли швидкість анодного розчинення набагато менша від швидкості механічного росту тріщини. Тоді, на підставі результатів [3] і співвідношень (8), (9), енергію руйнування  $\Gamma(t)$  можемо зобразити наближено так:

$$(10) \quad \Gamma = \sigma_t \alpha (\delta_t - \xi) [\delta_C - A_1 C_H(t)].$$

Згідно з результатами [3], зміну концентрації водню  $C_H(\Delta t)$  з часом в зоні передруйнування для стосовно великих часів можна зобразити так:

$$(11) \quad C_H(\Delta t) \approx B\Delta t C_{i_{\max}},$$

де  $B$  – константа системи метал-середовище, яку визначають із експерименту.

Для визначення часу  $\Delta t_C$  – інкубаційного періоду підготовки елементарного стрибка тріщини вважаємо, що тріщина почне поширюватися, коли максимальне розкриття в зоні передруйнування  $\delta_t(0, C_H)$  досягне критичного значення  $\delta_{CC}$ . Тоді на підставі наведеного вище та співвідношення (11) отримаємо рівняння

$$(12) \quad \delta_C - \delta_t = A_1 B \Delta t_C i_{\max}.$$

З рівняння (12) знайдемо час  $\Delta t_C$

$$(13) \quad \Delta t_C = i_{\max}^{-1} (A_1 B)^{-1} [\delta_C - \delta_t].$$

Оскільки величина стрибка довжини тріщини  $\Delta l$  достатньо мала, то, очевидно, на такій малій відстані від вершини тріщини  $\delta_t(x)$  змінюється незначно і її наближено по  $x$  можна вважати константою, тобто  $\delta_t(x) \approx \delta_t(0)$ . Отже, на підставі (10)–(13), коли  $\xi = \delta_{scc}$  рівняння (5) набуде вигляду

$$(14) \quad \frac{dl}{dt} = \alpha_1 \frac{\delta_t - \delta_{scc}}{\delta_{CC} - \delta_t}$$

з початковою і кінцевою умовами

$$(15) \quad t = 0, \quad l(0) = l_0, \quad t = t_*, \quad l(t_*) = l_*, \quad \delta_t(l_*) = \delta_C.$$

Тут  $\delta_{scc}$  – нижнє порогове значення розкриття  $\delta_t$  за якого тріщина не поширюється;  $\alpha_1$  – константа, яку визначають із експерименту.

Якщо тріщина макроскопічна, тобто виконуються співвідношення

$$\delta_t = K_I^2(\sigma_t E)^{-1}, \quad \delta_{scc} = K_{scc}^2(\sigma_t E)^{-1}, \quad \delta_{CC} = K_{IC}^2(\sigma_t E)^{-1},$$

то розрахункова модель (14), (15) набуде вигляду

$$(16) \quad \frac{dl}{dt} = \alpha_1 \cdot \frac{K_I^2(l) - K_{scc}^2}{K_{IC}^2 - K_I^2(l)},$$

$$(17) \quad t = 0, \quad l(0) = l_0, \quad t = t_*, \quad l(t_*) = l_*, \quad K_I(l_*) = K_{IC}.$$

Тут  $K_{scc}$ ,  $K_{IC}$  – нижнє і верхнє порогові значення на кінетичній діаграмі корозійно-механічного руйнування.

Розв'язок математичної задачі (16), (17) дасть змогу визначити залишкову довговічність  $t_*$  пластини.

### 3. АНАЛОГ ЗАДАЧІ ГРІФФІТСА У ВИПАДКУ КІНЕТИКИ ПОШИРЕННЯ КОРОЗІЙНО-МЕХАНІЧНОЇ ТРІЩИНИ

Розглянемо нескінченну пластину зі сталі 45ХН2МФА з початковою тріщиною довжини  $l_0$ , яка перебуває в умовах корозійного середовища і розтягується в нескінченно віддалених точках рівномірно розподіленими статичними зусиллями інтенсивності  $p$ , які направлені перпендикулярно до осі  $Ox$  (див. рис. 1). Задача полягає

у визначенні часу  $t = t_*$ , по досягненню якого тріщина підросте до критичного розміру  $l = l_*$  і пластина зруйнується.

Для розв'язку цієї задачі застосуємо сформульовану розрахункову модель (16), (17). Для цього випадку коефіцієнт інтенсивності напружень запишемо у вигляді [4]

$$(18) \quad K_I = p\sqrt{\pi l}.$$

З урахуванням (18), математична модель (16), (17) набуде вигляду

$$(19) \quad \frac{dl}{dt} = \alpha_1 \cdot \frac{p^2\pi l - K_{scc}^2}{K_{IC}^2 - p^2\pi l},$$

$$(20) \quad t = 0, \quad l(0) = l_0, \quad t = t_*, \quad l(t_*) = K_{IC}^2 p^{-2} \pi^{-1}.$$

Інтегруючи рівняння (18) за умов (19), отримаємо формулу для визначення періоду докритичного росту корозійно-механічної тріщини (залишкової довговічності)

$$(21) \quad t_1 = \frac{K_{IC}^2 - K_{scc}^2}{\alpha_1 p^2 \pi} \cdot \ln \left( \frac{p^2 \pi l_* - K_{scc}^2}{p^2 \pi l_0 - K_{scc}^2} \right) - \alpha_1^{-1} (l_* - l_0).$$

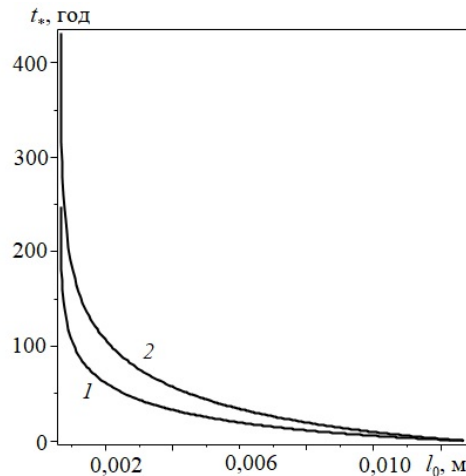


Рис. 2. Залежність періоду докритичного росту тріщини в пластині від її початкової довжини в умовах дії корозійного середовища: 1 – дистильована вода; 2 –  $\text{Cu}^{+2}$

Розглянемо конкретний випадок, коли пластина навантажена статичними зусиллями інтенсивності  $p = 300 \text{ МПа}$ , перебуває в умовах дистильованої води або у водному розчині відомого неорганічного інгібітора корозії  $\text{Cu}^{+2}$ . Характеристики матеріалу пластини вибираємо на підставі результатів праць [2, 5, 6]:  $K_{scc} = 9 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$ ,  $K_{IC} = 60 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$ , дистильована вода:  $\alpha_1 = 8,3 \cdot 10^{-4} \text{ м/год}$ ;  $\text{Cu}^{+2}$ :  $\alpha_1 = 4,757 \cdot 10^{-4} \text{ м/год}$ ; Згідно з другою умовою (19), гранична величина довжини тріщини дорівнює  $l_* = 12,7 \text{ мм}$ . Підставляючи ці дані в співвідношення (20), побудуємо залежність періоду докритичного росту  $t_*$  корозійно-механічної тріщини

(залишкової довговічності) в пластині від її початкової довжини  $l_0$  (рис. 2). Отримані результати (див. рис. 2) показують ефективність інгібітора корозії  $\text{Cu}^{+2}$ , оскільки його застосування підвищило (крива 2 на рис. 2) залишкову довговічність пластини. Водночас збільшення початкової довжини тріщини в пластині призводить до різкого зменшення її залишкової довговічності.

#### 4. Висновки

Зроблена адаптація раніше запропонованої розрахункової моделі визначення періоду докритичного росту корозійно-механічних тріщин у тривимірних тілах на випадок поширення таких тріщин в пластинах. Модель застосовано до визначення періоду докритичного росту тріщини в нескінченній пластині зі сталі 45ХН2МФА, за дії довготривалого статичного розтягу в умовах дії різних корозійно-агресивних середовищ (дистильована вода і водневий розчин неорганічних інгібіторів корозії). Найменший період докритичного росту тріщини (залишкова довговічність) в пластині виявили за дії дистильованої води.

#### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. О. Є. Андрейків, В.Р. Скальський, І.Я. Долінська, *Заповільнене руйнування матеріалів за локальної повзучості*, ЛНУ імені Івана Франка, Львів, 2017. 400 с.
2. О. Є. Андрейків, І. Я. Долінська, С. В. Настасяк, М. С. Шефер, *Визначення залишкового ресурсу торсіона за впливу корозивного середовища*, Фізико-хімічна механіка матеріалів (2021), no. 5. 32–37.
3. O. E. Andreikiv and N. I. Tym'yak, *Electrochemical model of local corrosion at the tip of a loaded crack*, Materials Science **30** (1995), no. 19. 19–24.
4. М. П. Саврук, *Коефіцієнти інтенсивності напружень в тілах з тріщинами*, Наук. думка, Київ, 1988. 620 с.
5. О. Н. Романив, С. Я. Ярема, Г. Н. Никифорчин, Н. А. Махутов, М. М. Стадник, *Усталостъи циклическая трещиностойкость конструкционных материалов*. В *Механика разрушения и прочность материалов*. Справ. пос. в 4-х т. Под общ. ред. В. В. Панасюка. Наук. думка, Київ, 1990. Т. 4. 660 с.
6. O. N. Romaniv, G.N. Nikiforchin, and A.T. Tsiurul'nik, *Inhibitor protection of high-strength steels from corrosion cracking in the stage of crack propagation*, Soviet Materials Science **17** (1981), no. 1, 42–49.

Стаття: надійшла до редколегії 07.07.2021  
доопрацьована 31.11.2021  
прийнята до друку 04.01.2022

**ANALOGUE OF THE GRIFFITHS PROBLEM FOR  
PROPAGATION CORROSION-MECHANICAL CRACKS**

**Nikita ZVIAHIN, Sviatoslav NASTASIAK,  
Volodymyr KOLODIY, Yuriy KOLODIY**

*Ivan Franko National University of Lviv,  
Universytetska Str., 1, 79000, Lviv, Ukraine  
e-mails: svyatikna@gmail.com*

On the basis of the energy approach, the problem of determining the period of subcritical growth of a corrosion-mechanical crack in an infinite plate (an analogue of the Griffiths problem under static tension and the action of a corrosive environment) was solved. The effect of the corrosive environment on the period of pre-critical crack growth (residual durability) in the steel 45KHN2MFA plate was evaluated.

*Key words:* corrosion-mechanical crack, analog of Griffiths problem, energy balance, stress intensity factor, residual lifetime.