

УДК 550.34

МОДЕЛЮВАННЯ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗКУ ГЕОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ У КОРІ ТА МАНТІЇ ЗЕМЛІ

В. Фурман, М. Хом'як, Л. Хом'як

*Львівський національний університет імені Івана Франка
вул. Грушевського, 4, м. Львів, 79005, e-mail: fourman@franko.lviv.ua*

Проаналізовано перспективи створення нових фізичних моделей, що описують структури Землі та їхню еволюцію, а також методичних підходів щодо класифікації структур і вимірювання параметрів фізичних полів Землі. Зазначено, що дослідження глибинної будови, складу і геодинаміки літосфери континентів і океанів дає змогу виділити системи, пов'язані з глобальними процесами розвитку Землі (рифти, глибокі некомпенсовані западини, континенти, океани) і регіональними гравітаційними явищами всередині континентів і океанів.

Для обчислення гравітаційних аномалій геологічних тіл складної геометрії з різними густинами розвинуто техніку числового інтегрування з використанням скінченно-елементного підходу та формул Гаусса. Для двовимірного випадку запропоновано алгоритм побудови профілів (пряма задача гравіметрії), орієнтований для програми MS Excel. Його програмну реалізацію мовою VBA використано для розв'язування низки тестових і модельних задач. Зазначено про перспективу подальших досліджень стосовно реалістичніших тривимірних задач, а також розвитку програмного забезпечення.

Ключові слова: гравіка, термодинаміка, тектоніка, структури Землі, моделювання, глибинні процеси, фізичне моделювання, глибинна структура, геодинаміка літосфери.

На межі XX і XXI ст. відбувся значний прогрес у розвитку наук про Землю. Зокрема, це стосується і геофізики. Тут виникла низка нових наукових напрямів із власною методологією; новий розвиток одержало також багато вже відомих методів. Позитивним моментом є комплексний підхід до аналізу геологічних, геодинамічних, геофізичних, сейсмологічних і геодезичних даних, що дає змогу наблизитися до побудови реальніших, ніж раніше, моделей будови і розвитку тектоносфери [19–27]. Дослідження глибинної будови, складу й геодинаміки літосфери континентів і океанів дає змогу виділити системи, пов'язані з глобальними процесами розвитку Землі (рифти, глибокі некомпенсовані западини, континенти, океани) і регіональними явищами всередині континентів і океанів (рухливі пояси, кратони тощо). Залежно від складності об'єкта і режиму його розвитку процес моделювання можна також розділяти на низку етапів, для кожного з яких можлива своя особлива модель. Результатом кількісних вимірювань є (і не завжди контрольовані) оцінки кількісних значень параметрів передбачуваної фізичної моделі геологічного середовища. Проте головною в цьому випадку все-таки повинна бути загальна модель об'єкта, з якої виводять усі наступні (часткові) моделі.

Той факт, що величезні материки перебувають у сталому русі, можна пояснити за допомогою двох фундаментальних концепцій:

- джерелом переміщення континентів є конвективні процеси, які відбуваються в глибинних шарах мантії;
- переміщення плит відбувається з відповідними швидкостями, причому на межі плит ці локальні швидкості можуть бути суттєво більшими, а тому ця обставина дає змогу розглядати процес з позицій кінетичних уявлень, тобто можна використати багатий досвід кінетики деформацій твердих тіл.

Якщо перше твердження достатньо широко обговорюють у науковій літературі, то друга концепція поки що є у тіні, оскільки для вирішення цієї фізичної проблеми недостатньо даних. Уявлення про будову верхніх шарів земної поверхні у вигляді мозаїчного набору твердих фрагментів – плит, що перебувають у сталому русі, стало природним наслідком вивчення теплової конвекції в мантії і фізико-хімічного аналізу коромантійної взаємодії. Власне ці механізми дали змогу пояснити динаміку руху плит, оскільки для цього необхідні джерела енергії достатньої потужності, які здатні бути рушійною силою настільки масштабних явищ у корі та мантії Землі.

Сучасні так звані геологічні моделі руху плит були створені на основі аналізу трьох типів даних:

- смугасті магнітні аномалії в океанах;
- азимути трансформних розломів в осьових зонах серединно-океанічних хребтів;
- азимути векторів зміщень по розривах під час землетрусів у зонах субдукції.

За сукупністю цих даних визначено вектори відносного обертання плит із усередненням за останні 3 млн років. Є декілька серйозних питань, пов'язаних із геологічними моделями плит: чи можна розглядати усереднені за 3 млн років швидкості як сучасні та яка реальна точність геологічних моделей? Це запитання пов'язано з тим, що моделі ґрунтуються на інформаційних даних лише по океанічних областях. Прямі та беспосередні вимірювання сучасними геодезичними приладами дають змогу будувати об'єктивну модель сучасних рухів земної кори. Підставою для такого обговорення є уявлення про принцип подібності низки фізичних явищ на різних масштабних рівнях структурної ієрархії тектонічних структур літосфери Землі. Закономірності утворення, накопичення і розвитку тріщин аналогічні для різних масштабних рівнів. Концентраційний критерій переходу процесу руйнування із нижчих за ієрархією рівнів на вищі спостерігають як для лабораторних зразків із початковими розмірами тріщин $\sim 10\text{--}100$ нм, так і для кілометрових тріщин у земній корі, які приводять до землетрусів [11, 12].

Геофізика як наука про вимірювання об'єктів геологічного середовища відрізняється від фізики, що вивчає об'єкти, доступні лише для кількісного вимірювання, тим, що охоплює не лише кількісні вимірювання, а й порівняльні та класифікаційні. Це пов'язано з тим, що під час геофізичних вимірювань часто може не бути головного атрибута кількісних вимірювань – моделі похибок. Зазначено, що визначення мантійних температур за даними про спостережений тепловий потік містить чинник невизначеності, пов'язаний із труднощами з'ясування внеску кори за результатами інтерпретації спостереженого теплового потоку. Розвинуто теоретичні основи та програмне забезпечення для методики комплексного аналізу результатів скінченно-елементного 2D- та 3D-моделювання термодинамічних процесів у корі та мантії Землі з неоднорідним розподілом густини. Розроблено числовий метод аналізу для комбінованої моделі “в'язка мантія–пружний континент, що плаває в ній”, з урахуванням контактних умов між ними й однаковості температур верхньої межі мантії та подошви континенту. Досягнення методів досліджень останніх років стали можливими завдяки прогресу в

апаратній частині і комп'ютерному опрацюванні даних, а також щораз більшим вимогам до геофізичних досліджень забруднених місць Землі. Цю працю планували як оглядову, щоб розглянути проблеми адекватного опису геодинамічних процесів у різних структурних оболонках Землі у взаємозв'язку з геофізичними процесами. Для того, щоб проілюструвати ці моменти, розглядаємо ключові геодинамічні чинники, регулювання теплового режиму і стресу в літосфері Континентальної Європи. Спочатку введемо головні поняття про композиційну структуру літосфери та її зв'язок з термічною структурою Землі до близько 100 км за глибиною.

Нові погляди на тенденції зміни глобальної тектонічної структури Південної півкулі з'явилися внаслідок останніх досліджень тектоніки і геодинаміки спредингових хребтів Південної Атлантики [12]. Втрата міцності континентальної літосфери й утворення мобільних поясів, розглянуті в [6–8], ґрунтуються на гіпотезі про інфільтрації водовмісного флюїду з астеносфери. Внаслідок прояву ефекту Ребіндера літосфера втрачає міцність і з'являється можливість наступного сильного стиску континентальної кори в складчастий пояс. Низка праць [8, 17, 18, 27] присвячена дослідженню виявів зсувів у земній корі. Зсув наявний у твердому тілі в усіх видах напруженого стану, крім суто гідростатичного. Тому зсувні процеси відіграють важливу роль у формуванні структурних елементів на всіх масштабних рівнях.

Моделювання механізмів формування і перетворення структур. Сейсмічне зображення не дає змоги визначити фізичні параметри середовища (і в цьому принципова відмінність зображення від моделі), проте за його допомогою можна успішно вирішувати структурні геологічні завдання та підготувати вихідний матеріал для вирішення завдань третього типу – завдань класифікації. Необхідно чітко визначити принципи відбору раціональних розв'язків відповідних задач прояву фізичних полів Землі та фізичної природи явищ у геологічних структурах літосфери й продовжувати дослідження зі створення методик порівняльного аналізу розв'язку фізичних задач у реальних геологічних системах різної складності та структури. В методиках комп'ютерного моделювання треба враховувати вплив таких реологічних параметрів геологічного середовища, як шаруватість, анізотропія, пластичність та в'язкість, на локальному й регіональному рівнях стосовно задач тектонофізики. Зрозуміло, що зазначена закономірність виявляється по-різному під час використання полів різних типів. Однак її можна так чи інакше простежити і в гравіметричних, магнітометричних, сейсмометричних і електрометричних дослідженнях [4, 6–9]. Наприклад, у регіональних дослідженнях головна мета гравіметричного методу – побудова щільнісної моделі земної кори. У вивченні локальних структур можливості кількісної інтерпретації зменшуються внаслідок більшої складності досліджуваних об'єктів, а саме – через їхній взаємний вплив у гравітаційному полі. Тут ситуацію, зазвичай, може змінити використання матеріалів інших геофізичних методів, тобто комплексування різних геофізичних методів. У детальних гравіметричних дослідженнях, наприклад, у рудних районах провідну роль починають відігравати геофізичні аномалії [17, 19, 23, 26, 27].

Під час регіональних сейсмічних досліджень, наприклад, для глибинного сейсмічного зондування (рис. 1) головне завдання полягає в побудові швидкісної моделі земної кори. У граничному випадку дрібномасштабних досліджень – вивчення Землі загалом – завдання побудови швидкісної моделі також домінує. Однак для вивчення локальних структур [10, 14, 17] головну інформацію дає вирішення завдання побудови сейсмічного зображення. Водночас зазначимо про зміну послідовності вирішення геофізичних зав-

дань для різних масштабів досліджень. У регіональних геофізичних дослідженнях першим вирішують завдання картування та класифікації території на великі структури, потім – детальніше вимірювання характеристик кожної з цих структур, після чого виконують головне завдання – побудову фізичної моделі.

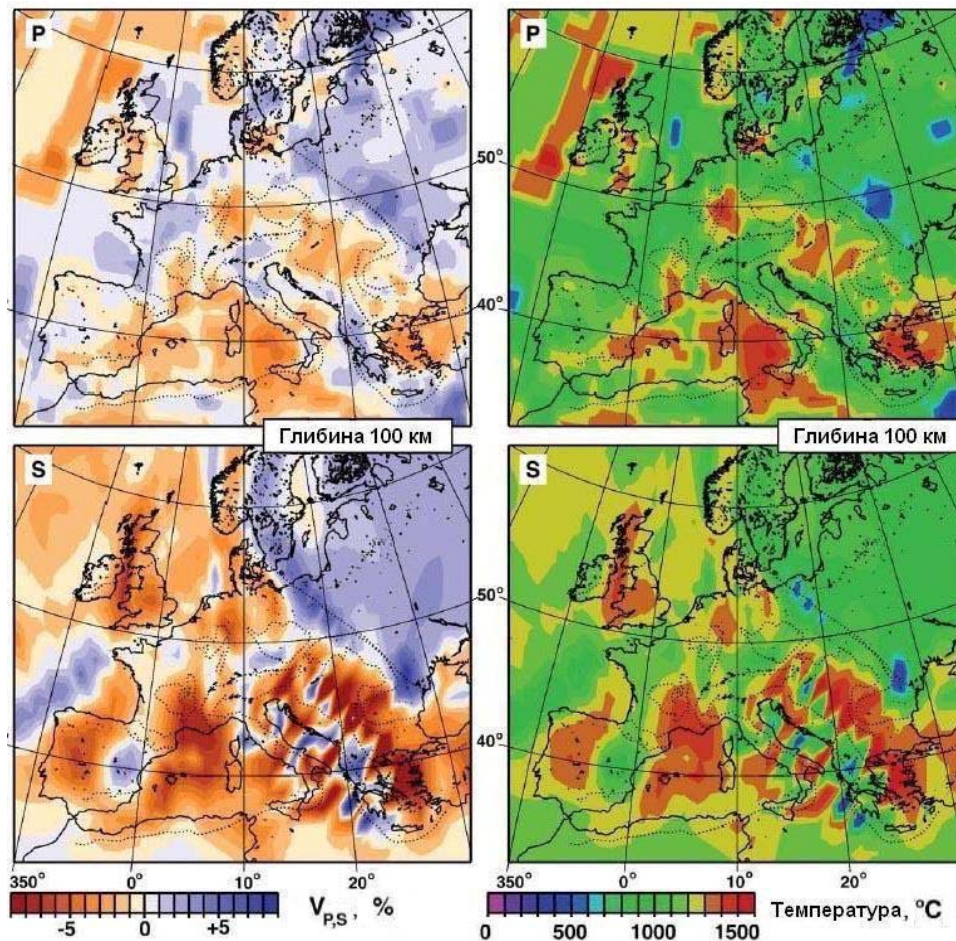


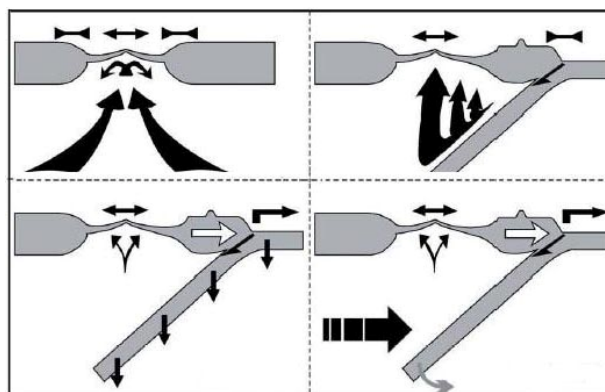
Рис. 1. Сейсмічні аномалії на глибині 100 км під Європою для швидкостей P -хвиль (ліворуч угорі) і S -хвиль (ліворуч унизу) [10] та кореляція із температурою (праворуч).

У детальних дослідженнях конкретних структур на етапі їхнього промислового використання, коли головним завданням геофізики є класифікація, завдання побудови фізичної моделі і зображення необхідно виконати раніше. Метод моделювання головний у науці. Створити деяку структурну модель – означає вилучити в досліджуваному об'єкті головні визначальні елементи і відтворити в чистому вигляді їхню взаємодію. Це відтворення, як відомо, можна реалізувати або математично (складанням рівнянь), або за допомогою експерименту. У працях [11, 12] запропоновано якісно новий підхід до проблеми вивчення і моделювання глобальних двошарових структур, характерних для

земної кори і верхньої мантії, та започатковано опрацювання геотектонічної концепції, відповідно до якої Земля має вигляд сфери, внутрішній об'єм якої розігрівається і розширюється, а зовнішня оболонка, вистигаючи і стискаючись, стримує це розширення, піддаючись відповідному деформуванню, руйнуванню і структуруванню.

Нові уявлення про механізми появи і перетворення блокових структур під час зсувного деформування спочатку суцільного матеріалу, що є в умовах усебічного нерівномірного стиску, отримані [8, 12, 28, 29] внаслідок дослідження процесу подібнення (тобто утворення безлічі тріщин) зразка за умов деформаційного стиску в товстостінній свинцевій оболонці. Досліджені в цих експериментах фізичні явища характерні для процесів, масштаб яких зумовлений зонами всебічного стиску, що переважають у земній корі і створюють уявлення про механізми перетворення блокових структур у розломних зонах інтенсивних зсувних деформацій. Тектонічні і геофізичні процеси значно спричинені динамікою рухів земної кори, тому необхідно хоча б коротко схарактеризувати ті фізичні процеси, що їх формують.

Рис. 2. Моделі, які описують формування та сценарій пізньої стадії розвитку Панонського басейну Карпатської системи у пізньому міоцені [8] та ілюструють утворення його задугової надбудови, плити згину й етап посторогенного руйнування.



Таких глобальних процесів є два: конвективні та плюм-плини з боку мантії і припливний вплив на Землю із зовнішнього боку. Дослідження конвективних плиннів з використанням теоретичного й експериментального моделювання глибинної геодинаміки повинні визначати вивчення структури двохшарової конвекції, а також створити можливість експериментального перебування межі виникнення турбулентного режиму конвекції в горизонтальному шарі, що підігрівається знизу. Тоді можна оцінити енергетичні, тимчасові й просторові параметри теплових плюмів і гарячих точок Землі. Нові уявлення про глобальну динаміку Землі, що узагальнюють і доповнюють концепцію тектоніки літосферних плит, висунуті й обґрунтовані в [4, 12, 15, 22–27] унаслідок досліджень глобальної тривимірної геодинамічної моделі Землі та механізмів формування й перетворення мантійних структур і найбільших структур земної кори. Землю в цій моделі порівнюють із тепловою машиною, у якій мантія відіграє роль теплового казана, океанічні плити – роль рухливих деталей, а континенти – роль клапанів рухомого типу, регуляторів Уатта. Виявлено, що континенти, які плавають на в'язкій мантії, затягуються до місць спадних холодних потоків (зон субдукції)(рис. 2).

Однак у цьому процесі континенти не залишаються пасивними. Завдяки великій

товщині континенти гальмують вихід тепла з мантиї, що починає прогріватися під ними. Внаслідок цього під континентом з'являється новий висхідний потік. Конвекція виявляється нестационарною, у мантиї постійно виникають і переміщуються дрібні конвективні потоки. Доведено, що режим нижньомантийних плинів нестационарний і належить області переходу до турбулентного або розвинутого турбулентного режиму плинину. Знайдено співвідношення між тимчасовими і просторовими масштабами та запропоновано метод моделювання впливу зон субдукції на структуру нижньомантийної конвекції. Вивчення ролі астеносфери в процесі формування великомасштабних тектонічних структур в області континентальної колізії засвідчило, що з порушенням механічної і термічної рівноваги в системі літосфера–астеносфера–верхня мантия в астеносфері розвивається маломасштабна конвекція, поверхневим виявом якої є зростання гірських споруд.

Головні напрями у вивченні тектоніки платформ. Платформи є складовою частиною літосферних плит і тому багато особливостей платформної тектоніки можна зрозуміти повніше, якщо їх розглядати на тлі загальніших проблем внутрішньоплитної тектоніки. Крім того, треба мати на увазі, що тектонічні процеси на платформах не обмежені рівнем чохла і фундаменту. У них беруть участь також глибші шари літосферних плит, що потребує вивчення їхньої взаємодії. Прогрес у вивченні тектоніки платформ нині залежить від опрацювання, насамперед, таких фундаментальних проблем (див. також [3, 4, 8, 12]):

- моделі будови й особливості процесів у різних шарах кори від межі М (Мохо) до осадового чохла; взаємодія шарів;
- масштаби і форми тектонічної активності платформ, у тому числі (а з практичних розумінь насамперед) сучасної;
- джерела сил, механізми їхнього передавання і дії; напружений стан літосфери; взаємодія платформ і рухливих поясів;
- речовина: джерела, перерозподіл, перетворення і концентрація (у тому числі у вигляді родовищ мінеральної сировини) під час седиментогенезу і літогенезу та у процесі масообміну між оболонками.

У буквальному значенні ця проблема, можливо, і не тектонічна, проте в ній переплітаються різні чинники, разом із тектонічними і геодинамічними – динаміка осадових басейнів, у тому числі рифтогенез. Одна важлива, проте не завжди усвідомлювана особливість сучасного етапу, що впливає, зокрема, із зазначеного переліку проблем, полягає в такому: для радикальних проривів у їхньому вирішенні, як і багатьох інших завдань геології, одних традиційних геологічних методів недостатньо. Необхідні мультидисциплінарні підходи, що спираються на матеріали, методи й ідеологію інших галузей знання, таких як геофізика, механіка, геохімія, математичне моделювання тощо. Із наведеного списку ми розглянули питання деформації порід у різних шарах земної кори.

Усі частини кори платформ – осадовий чохол, кристалічний фундамент і глибокі шари кори до межі Мохо – зазнають тектонічних деформацій аж до плинності, що змінює їхню інфраструктуру. Деформація з'явилася під впливом спільної дії сил різної природи: зовнішніх щодо літосферної плити та локальних сил різного масштабу, зумовлених внутрішніми особливостями і, насамперед, неоднорідностями складу та будови кори. Тектонічні течії в низах кори, швидше за все, відповідальні за формування розширеної (відбивальної) нижньої кори, найтісніше пов'язані з процесами метаморфізму, флюїдодинамікою і явищами магматичного розшарування. Занурення континентальної кори (рис. 3) в осадо-

вих басейнах протягом тривалого проміжку часу відбувалися в умовах мілководного шельфу з малою швидкістю $\sim 10\text{--}100$ млн років. На окремих етапах у багатьох прогинах швидкість занурення збільшувалася, що часто приводило до утворення глибоководних западин. З областями швидких занурень кори виявилися тісно пов'язані нафтогазоносні басейни, а також області прояву інтенсивного стискування континентальної кори в складчастих поясах. Швидкі занурення континентальної кори в багатьох областях супроводжувало стрімке розм'якшення літосферного шару [12, 23].

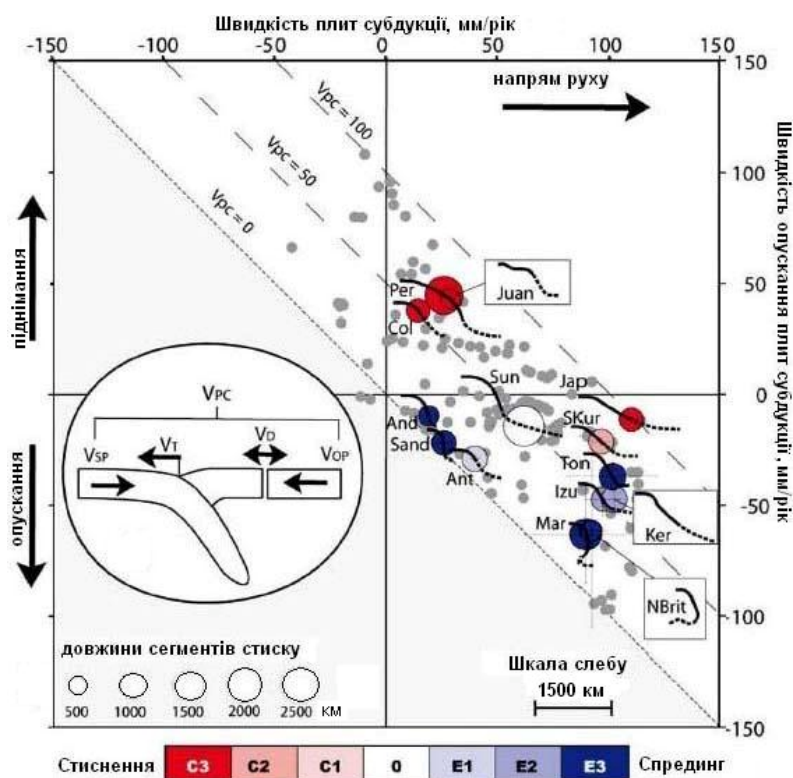


Рис. 3. Структурна модель зони субдукції та взаємозв'язок між кінематикою пластини, формою плити і перевизначення стилю деформації пластини поточних зон субдукції [12]: V – швидкість, відповідно індекси SP – для субдукційної плити, OP – для насувної плити, PC – сумарна швидкість зустрічного руху; T – швидкість руху поверхневого контакту; D – швидкість формування насувних деформацій.

Значний обсяг фактичних матеріалів свідчить, що головна частина великих сучасних позитивних форм рельєфу сформувалася внаслідок швидких підняття континентальної кори, що відбулися за останні 3–5 млн років. Без великих порушень ізостазії такі підняття свідчать про знецілення порід у корі або мантії, що відбулося майже водночас на різних континентах. Це знецілення, очевидно, пов'язане зі стрімким розм'якшенням мантії літосфери та її частковим або повним заміщенням менш

щільною астеносферою. З такої позиції [12, 20–23] розглядають характерні риси та глибинні механізми швидких занурень і піднять континентальної кори [10], супроводжувані значним розм'якшенням літосферного шару, та можливі глибинні механізми цих явищ, що належать до класу широко обговорюваних нелінійних процесів у корі Землі. Останнім часом у літературі широко обговорюють надходження до літосфери великих плумів, що підіймаються з глибокої мантії [8, 15–18]. Фактично це спроба моделювати процес конвекції, зумовленої підйомом з нижньої частини нижньої мантії із шару D'' сильно нагрітої і тому менш щільної речовини. У реальних умовах підйом повинно починатися з повільного надходження невеликих мас цієї речовини у вищу, густішу частину мантії, де поступово збирається речовина із шару D'' . Дуже цікавим питанням є глибина області, у якій зароджуються мантіїні плуми. З ними пов'язані гарячі точки на континентах і в океанах, вік яких – десятки мільйонів років.

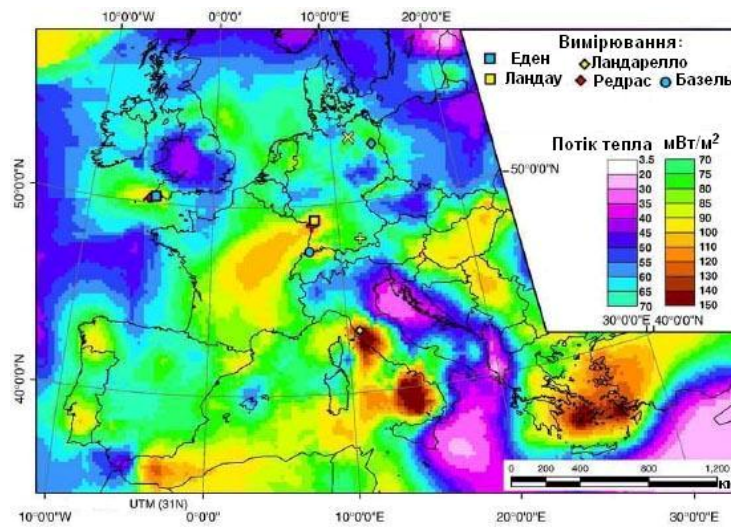


Рис. 4. Теплова мапа Європи, яка описує вимірювання градієнтів температури й інтерпольовані значення даних тепла потоку, взяті з міжнародної бази даних градієнта теплового потоку ($^{\circ}\text{C}/\text{км}$) та розширені додатковими даними [8].

Гарячі точки утворюють систему, у якій після врахування дрейфу різних плит у різних напрямках відносно розташування точок стосовно деякого фіксованого рівня в мантії залишається стабільним, причому гарячі точки переміщуються по поверхні Землі у бік, протилежний до напрямку дрейфу літосферних плит. Зазначений рівень і повинен бути тією областю, що генерує плуми. Нині вважають, що більшість часу конвективні осередки є окремо у верхній і нижній мантії [12, 13]. Лише в окремі моменти відбувається лавиноподібне занурення в нижню мантію субдуктованих плит океанічної літосфери, що нагромадилися у підшві верхньої мантії. Завдяки порівняній стабільності межа між верхньою і нижньою мантіями теж може бути тим рівнем, на якому утворюються плуми. На цій глибині не зафіксовані, однак, великі латеральні неоднорідності швидкостей пружних хвиль і їхнє підвищене загасання. Тому ймовірніше, що генерування плумів від-

бувається в шарі D'' над межею ядра і мантії. У цьому випадку стабільність взаєморозташування гарячих точок на поверхні Землі суттєво обмежує швидкість плинів речовини в нижній мантії. Їхня швидкість повинна бути не більше ~ 1 см/рік. Такий же висновок випливає і з тієї умови, що перенесення вгору тепла конвективними плинами в мантії не повинне перевищувати теплового потоку через поверхню Землі [14, 15]. Це набагато менше від товщини великих плюмів під літосферою, які оцінюють у декілька сотень кілометрів. Ущільнення кори і мантії в літосфері може також відбуватися і без розтягу – під час їхнього охолодження після сильного попереднього нагрівання знизу (рис. 4).

Нагрівання супроводжує розширення порід з утворенням на поверхні Землі великого підняття висотою ≥ 1 км. Підіймання до кори астеносфери, що заміщує холодну і щільнішу мантію в літосфері, також повинно супроводжувати утворення на поверхні підняття висотою ≥ 1 км. У мантії Землі утворюються конвективні плини її речовини. В одних місцях вони піднімають літосферу, в інших – занурюються нижче рівноважного рівня. Можна також припустити, що цей механізм здатний забезпечити занурення кори, що, з урахуванням ізостатичного занурення під навантаженням осадів, може призвести до утворення осадових басейнів глибиною до $\sim 3\text{--}4$ км.

Особливості моделювання геодинамічних ситуацій. Важливим аспектом є проблема прикладних досліджень у науках про Землю, оскільки питання структуризації середовища важливі для практики не менше, ніж для фундаментальних проблем, тому в багатьох працях можна використати їхні фундаментальні результати для вирішення прикладних проблем. За допомогою математичного моделювання опрацьовано алгоритм розрахунку глибин проникнення розломів, що розвиваються в різних геологічних умовах. Зроблено висновок про збалансованість розломоутворення й сейсмічності загалом по рифтовій зоні і про незбалансованість процесів на її флангах. Збалансованість або незбалансованість деструктивного процесу і сейсмічності є додатковим чинником довготермінового прогнозу процесів деструкції і сейсмічності. Реальна неоднорідна тверда кора Землі досить складна, тому найінформативнішим видається використання регіонального підходу для аналізу геологічних структур, а не окремих локальних ділянок, а для глобальної моделі планети необхідним є врахування повного набору спостережуваних на Землі структур. Фізичне моделювання для виявлення зв'язку деформації розтягання зі зростанням розривів і зміною їхньої густини під час формування великих розривів засвідчило залежність між названими процесами.

Виявлені структурні перебудови у формуванні мережі розривів, що випереджають різні стадії зародження і розвитку великого розлому, відображені у фрактальних розмірностях, що водночас добре корелюють з деформацією в зонах великих розломів літосфери. Важливим і невирішеним завданням внутрішньоплитної тектоніки є відтворення реальних геодинамічних моделей для різних ситуацій, що враховують внесок головних діючих сил і взаємодію різних шарів літосфери [16, 22] від осадових чохла до нижніх горизонтів кори. Щодо цього вагомими є праці [24–28] з аналізу геодинамічної ситуації в Альпійській структурі [9]. Моделювання природної еволюції розвитку Трансальпійської системи засвідчує важливість комплексного геофізичного аналізу середовища, де розвивалась геодинамічна ситуація. Механізми формування структур на різних масштабних рівнях можуть суттєво відрізнятися і залежати не тільки від напружень та деформацій [9], а й характеру переважного типу руху, що є відображенням неоднорідності земної кори і великої розмаїтості її структур. Ієрархічна структура блокової будови геофізичного середовища додає їй нових якостей. Вона не тільки полегшує деформування під

дією прикладених сил, а й фіксує напрям переміщень, що відбуваються внаслідок локалізації деформацій і переміщень по межах блоків. Наявні нині структури з'явилися унаслідок тривалої природної еволюції і формувалися якісно й кількісно такими, щоб забезпечити найекономічніше (енергетичне) деформування кори.

Вхідні дані моделі Східних Карпат [8, 11, 14] складаються з такого: температур як похідних від аномалій сейсмічних швидкостей P -хвиль і поверхневого стоку тепла, густини земної кори і верхньої мантії, перетвореної з P -хвиль, що виходять із сейсмічних досліджень заломлення, з томографії геометрії кори Вранча і плити та заломлення сейсмічних даних, оцінками швидкостей деформацій в плиті (унаслідок землетрусів), щоб обмежувати моделі в'язкості. Головна мета дослідження – зрозуміти взаємозв'язок між середньою глибиною великого землетрусу в Південно-Східних Карпат (Вранча) і тектонічними стресами, спричиненими високою швидкістю тіла (літосферної плити), що занурюється в мантію у регіоні. Для аналізу процесів генерування напружень і локалізації їх усередині і навколо зони зменшення плити розроблено тривимірну (3D) числову модель сучасного мантійного потоку і стрес під регіоном Вранча. Ми також вважаємо, що головну причину підняття земної кори прогнозують ті моделі, які збігаються з орогенезом Східних Карпат і оточенням трансільванського басейну та передбачають, що області занурення пов'язані з Мізійською і Східноєвропейською платформами. З'ясовано [8], що є кореляції між розташуванням проміжної глибини землетрусів і передбачуваними локалізаціями максимального напруження зсуву [13]. Моделювання тектонічних напружень дає змогу передбачити велике горизонтальне стиснення на глибині близько 70–220 км під регіоном Вранча, яке збігається з напруженням режиму, визначеним у площині поділу проміжної глибини землетрусів. Це означає, що плавучість спуску літосферної плити під регіон Вранча безпосередньо пов'язана з проміжною глибиною сейсмічності.

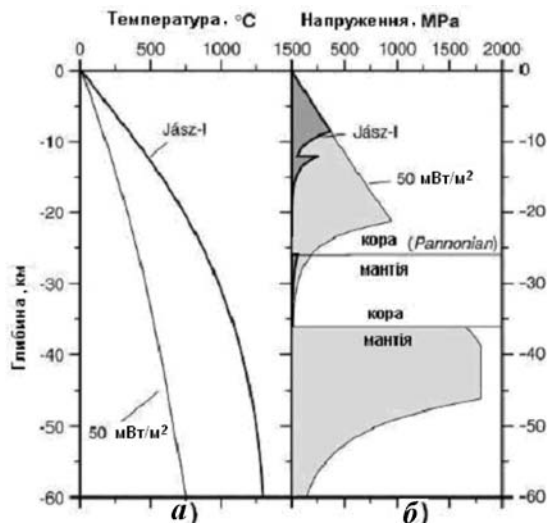


Рис. 5. Термомеханічні властивості і зв'язок геотерм із реологічними характеристиками середовищ геологічних гірських споруд Південно-Східних Карпат [13].

Вивчення взаємного впливу структури і деформаційних процесів у корі є необхідним для сучасного пізнання фізичних процесів у Землі. Деформації в корі плат-

форм зручно розглядати окремо для осадового чохла і фундаменту платформ, для верхньої і нижньої частини кори. До того ж, нижня кора континентальної літосфери має особливі фізичні властивості і, очевидно, відмінний від верхньої кори стиль тектоніки. Кора платформ, як тепер відомо, не є тектонічно пасивною. З нагромадження експериментальних даних і удосконаленням методів дослідження з'ясовується, що на всіх глибинних рівнях вона підлягає тектонічним перетворенням. Це виявляється в різних ознаках, проте найбільше – у сучасній геодинамічній активності: у сильніших, ніж здавалося раніше, сейсмічно активних порушеннях, сучасних рухах земної поверхні, тектонічних напруженнях, зумовлених тектонікою проникності фундаменту і чохла для флюїдів і газів. Це стосується і тектонічних деформацій. Назвемо кілька типових обставин виявлення внутрішньоплитних деформацій фундаменту й осадового чохла, які розрізняються місцем розташування на літосферній плиті, стилем, масштабом і глибиною проникнення деформації, джерелами і механізмами. Порівняння та зіставлення різних методів розрахунку механічних, термодинамічних та гравітаційних характеристик регіону (рис. 5) свідчать про виразну кореляцію отриманих розрахунків. Також зазначимо, що отримані результати підтверджують переваги використання регіональної, а не локальної компенсації у розрахунках ізостатичної ситуації Альпійської системи та прилеглих регіонів.

Дослідження руху земної кори в гірських системах. Згідно з поширеними уявленнями, під навантаженням насунутої плити – тектонічного покриву – відбувається пружний вигин плити, що підсувається, з утворенням передового прогину перед фронтом покриву [10–16]. У низці випадків навантаження покриву недостатнє для пояснення занурення, зафіксованого в передовому прогині за умов збереження рівноваги регіональної літосфери та важкої плити океанічної літосфери [11]. У загальному випадку виділяють три типи геофізичних завдань – побудова фізичних моделей об'єкта, одержання зображення об'єкта в геофізичних полях і геологічна класифікація об'єктів. Головна розбіжність між цими завданнями полягає в співвідношенні кількісно оцінюваної точності та геологічної інформативності одержуваних результатів, що впливає з принципу додатковості цих характеристик [9, 13–23]. Під час конкретних геофізичних досліджень співвідношення значень важливості різних геофізичних задач в одержанні геологічної інформації залежить від декількох чинників: типу використовуваних полів, масштабу геофізичних досліджень, рівня розвитку конкретного геофізичного методу, ступеня комплексування різних геофізичних методів у цих дослідженнях та інтегрування цих досліджень з геологічними, гідродинамічними, геохімічними й іншими видами досліджень геологічного середовища.

Необхідно виявити вплив кожного з перерахованих чинників окремо, що, природно, можливе тільки завдяки ілюстрації випадків, у яких вплив усіх інших чинників послаблено. Головна мета тут полягає в побудові моделі розподілу густини середовища з використанням інформації, отриманої під час аналізу інших геофізичних полів. Для вивчення ж геологічного середовища за сейсмічним полем нині найважливіше значення має формування його сейсмічного зображення. Завдання побудови швидкісної моделі середовища відіграє тільки допоміжну роль, оскільки наближення сейсмічного зображення є значно вищим, ніж наближення сейсмічної моделі. Загалом же можна зазначити, що у впливі масштабу досліджень на роль у них різних завдань виявляється співвідношення розмірів досліджуваного об'єкта з розмірами об'єктів, доступних для безпосереднього їхнього спостереження. Для цього недостатньо побудови фізичних моделей досліджу-

ваних об'єктів, а необхідне їхнє високороздільне зображення в геофізичних полях і їхня геологічна класифікація по цих полях.

У створенні напружень і деформацій на платформах беруть участь сили різної природи [4]. Їхнє вивчення нерідко становить практичний інтерес для виявлення загалом рухливих ділянок у межах тектонічно стійких площ. Найочевидніші з них такі:

а) зовнішні сили, прикладені, здебільшого, до меж літосферних плит, разом з найефективнішими колізійними силами, а також спредингових сил тиску;

б) сили ротаційного походження, у тому числі припливні, які діють на весь об'єм плити;

в) сили, що з'являються внаслідок надходження енергії (тепла) з мантії;

г) локальні сили, зумовлені неоднорідністю реального середовища.

Їхня поява може бути спричинена або подачею енергії ззовні, що порушує рівноважний стан середовища і є спусковим механізмом для процесу деформації, або з'являтися як ефект неоднорідного, градієнтного середовища, що прагне до рівноваги, навіть без додаткового надходження енергії.

Очевидно, у більшості випадків співвідношення зазначених сил варіює і наявний інтегральний ефект їхньої дії. Спробуємо проаналізувати це питання детальніше. Зміщення $W(x)$, зумовлене горизонтальною силою Φ , можна знайти згідно з моделлю Венінга–Мейнца [23] за таким диференціальним рівнянням:

$$M \frac{d^4 W}{dx^4} + \Phi \frac{d^2 W}{dx^2} = Q(x), \quad (1)$$

у якому M визначене механічним модулем зсуву для відповідних порід з урахуванням зміщення $Q(x)$ літосферних плит. У випадку, коли $M = 0$, маємо просту модель Ейрі. Для континентальної літосфери $Q(x)$ визначають як різницю між топографічним значенням $Q_a(x)$ і силою тертя в основі літосфери $Q_r(x)$, а оскільки $Q_r(x) = (\rho_m - \rho_c)gW(x)$, то остаточно отримуємо

$$Q(x) = Q_a(x) - Q_r(x) = \rho_c gh(x) - (\rho_m - \rho_c)gW(x), \quad (2)$$

де $h(x)$ визначають з топографічних значень вимірювань, а ρ_m , ρ_c – відповідно, густини мантії та кори. Підставимо (2) у (1) для визначення зміщення $W(x)$, спричиненого силою Φ , і отримаємо остаточно таке диференціальне рівняння:

$$M \frac{d^4 W}{dx^4} + \Phi \frac{d^2 W}{dx^2} + (\rho_m - \rho_c)gW(x) = \rho_c gh(x) \equiv Q_a(x). \quad (3)$$

У випадку, якщо нема горизонтальної сили ($\Phi = 0$), що спричиняє переміщення, отримаємо таке рівняння:

$$M \frac{d^4 W}{dx^4} + (\rho_m - \rho_c)gW(x) = \rho_c gh(x). \quad (4)$$

Якщо у рівнянні (4) знехтувати ще й змінами в структурі порід через механічні деформації, то отримаємо звичайну ізостазійну модель. За розглянутими проблемами намічається низка питань, що заслуговують на першочергове дослідження, – вивчення геодинамічних умов деформування порід у різних внутрішньоплитних обстановках з оцінкою внеску всіх сил, створення узагальнювальних моделей деформації для структур різного масштабу (рис. 6) й у різних обставинах з урахуванням, коли це

необхідно, взаємодії різних шарів земної кори, реконструкція і вивчення зон динамічного впливу, подальше вивчення геологічної природи відображень у нижній корі, удосконалювання моделей формування розшарованої нижньої кори й інших шарів із близькими властивостями зі з'ясуванням причин і часу їхнього формування [29] та кореляції з тектонічними режимами на поверхні [9].

Ми вважаємо, що кінетичні уявлення універсальні й можуть бути використані для аналізування руху континентальних плит. Оскільки в цих дослідженнях вимірюють безпосередні швидкості руху, то можна записати рівняння для кінетики й оцінити відповідні параметри.

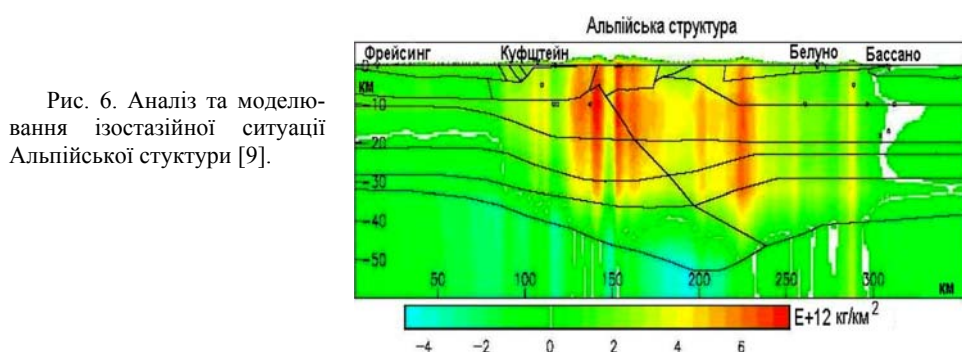


Рис. 6. Аналіз та моделювання ізоастазійної ситуації Альпійської структури [9].

На жаль, короткочасність вимірювання та невеликі значення деформацій роблять такий аналіз дуже трудомістким. Застосування геофізичних методів дослідження (електричних, магнетних, гравіметричних, термічних) є одним із важливих джерел наших знань про внутрішню будову Землі. Дані гравіметричних вимірювань широко використовують у геодезії, розвідувальній геофізиці, інженерній геології та екології. На сучасному етапі достатньо розроблена теорія розв'язування прямих та обернених задач гравіметрії [3–6], польові вимірювання можна виконувати приладами високої точності з використанням GPS та GIS-технологій, професійні програмні продукти допомагають у побудові профілів та інтерпретації спостережуваних аномалій.

Комп'ютерна симуляція гравітаційних аномалій на засадах скінченно-елементного підходу. В разі комп'ютерного моделювання існує потреба в достатньо простому програмному забезпеченні (дружній інтерфейс та мінімальні затрати часу на вивчення), широкодоступному, зокрема, з фінансового погляду. Спеціалізовані модулі могли б бути розроблені на основі таких відомих програм інженерного та математичного моделювання, як MatLab чи Maple, однак, поза сумнівом, переважна більшість користувачів ПК ознайомлені саме з електронними таблицями Excel, що входять у пакет Microsoft Office. Додаткові можливості стосовно моделювання в геофізиці можна реалізувати програмно мовою VBA, що є діалектом мови високого рівня Basic, легким у вивченні та розумінні навіть для непрофесіоналів у програмуванні. З іншого боку, тут підготовка інформації, вирішення завдання, отримання результатів та їхня візуалізація можуть бути організовані одним потоком і в одній програмі за принципом “прозорого” ящика (на відміну від комерційного програмного забезпечення, організованого переважно як “чорний ящик”, що ховає деталі реалізації).

Як відомо [1, 2], аномалію вертикальної складової прискорення сили тяжіння (далі просто аномалію сили тяжіння) для одиничної маси в точці $A(x', y', z')$ з боку точково-го джерела аномалії з масою dm , розміщеного в точці $M(x, y, z)$, обчислюють за формулою

$$\Delta g = G \frac{(z' - z)dm}{R^3}, \quad dm = (\rho - \rho_0)dV, \quad (5)$$

де $G = 6,67259 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$, $dV = \Delta x \Delta y \Delta z$ – малий елемент об'єму, $(\rho - \rho_0)$ – позірна густина, яка дорівнює різниці густин порід ρ , що утворюють аномалію, та густини навколишніх порід ρ_0 ; $R = \sqrt{(x' - x)^2 + (y' - y)^2 + (z' - z)^2}$ – відстань між точками A та M . Аномальні значення Δg вимірюють у мілігалах (1 мгал = 10^{-5} м/с^2) або в мікрогалах (1 мкгал = 0,001 мгал), що дають порядок точності сучасних гравіметрів (типу CG-5) близько 5–10 мкгал [2]. Для комп'ютерного моделювання з метою запобігання втрати точності обчислень в операціях з малими порядками зручно одиниці вимірювання вхідних даних вибрати так: густина – у $\text{г/см}^3 = \text{тон/м}^3$, координати і відстані – м (метрах); тоді Δg отримуватимемо в мілігалах, якщо взяти числове значення $G = 6,67259 \cdot 10^{-3}$. Оскільки формула (5) містить різницю координат точок A та M , то значення Δg не залежить від вибору початку системи координат (очевидно, і від виду самої системи координат, наприклад, циліндричної чи сферичної). Тому завжди можна ввести локальну картезіанську систему координат з початком у точці A , де осі x та y орієнтовані в горизонтальній площині, а z показуватиме відносну глибину точки M . Тоді формули для обчислення Δg в точці $A(0,0,0)$ дещо спрощуються, наприклад, для аномального тіла довільної форми маємо

$$\Delta g = G \int_V \frac{z}{R^3} (\rho - \rho_0) dx dy dz, \quad (6)$$

де $R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ – радіус-вектор точки M відносно точки A . Відомо багато аналітичних розв'язків для інтеграла в (6) стосовно тіл простої форми (куля, блок, циліндр, шар), скінченних розмірів чи нескінченних в одному з напрямів [1, 2], деякі з них використано далі. Для важливого двовимірного випадку нескінченного тіла, наприклад, у напрямі y , коли можна скористатися гіпотезою рівноправності вертикальних перерізів, замість формули (2) матимемо

$$\Delta g = 2G \int_S \frac{z}{r^2} (\rho - \rho_0) dx dz, \quad (7)$$

де $r = \sqrt{x^2 + z^2}$, $V = S \times (-\infty; +\infty)$ – уявлення об'єму через прямий добуток поперечного перерізу S для тіл нескінченної протяжності вздовж $y \in (-\infty; +\infty)$.

Для обчислення інтегралів виду (6) чи (7) використовують [2]:

- 1) властивість адитивності інтеграла, розбиваючи тіло складної форми (джерело аномалії) на геометрично прості тіла;
- 2) заміну об'ємних інтегралів інтегралами по поверхні (у двовимірному випадку: заміну інтегралів по області контурними);

3) аналітичні результати для інтегралів, які можна легко знайти, або наближене інтегрування одним з числових методів.

Практично важливим підходом до комп'ютерного моделювання гравітаційних аномалій є використання достатньо універсальних, потужних та апробованих методів, до яких належить метод скінченних елементів, наприклад, для моделювання механічних властивостей Альпійської споруди (рис. 7). Хоча початково його застосовували в задачах визначення напружень та деформацій на засадах варіаційних та енергетичних принципів [6, 9, 14], сьогодні це один зі стандартних числових методів, і ніщо не перешкоджає його використанню (в адаптованому вигляді) в задачах гравіметрії. Наша мета – довести можливість та ефективність застосування скінченно-елементного підходу саме в задачах гравіметрії, реалізованого в електронних таблицях Excel, та розв'язування типових задач.

Застосування методу скінченних елементів. Ідея методу скінченних елементів (МСЕ) [9, 29] стосовно прямої задачі гравіметрії полягає в такому (2D-випадок):

1) розбиття області S на чотирикутні та трикутні елементи, що не перетинаються:

$$S = \bigcup_i S_i, \quad S_i \cap S_j = 0, \quad i \neq j,$$

і зображення аномалії Δg як суми скінченної кількості внесків окремих елементів:

$$\Delta g = G \sum_i \Delta \rho_i \int_{S_i} \frac{z}{r^2} dS_i, \quad (8)$$

де $\Delta \rho_i = \rho - \rho_0$ – середнє значення позірної густини на i -му елементі.

2) відображення кожного з елементів на стандартний одиничний елемент у три-чл двовимірному просторі, локальні координати якого змінюються в межах від -1 до +1:

$$[x, z] = \sum_k N_k(\xi, \eta) [x_k, z_k], \quad (9)$$

де x_k – x -координати k -ї вершини одного з елементів (аналогічно для координати z_k); N_k – функції форми елемента, кількість та вид яких залежать від вибраної сім'ї скінченних елементів та порядку апроксимації. Найчастіше використовують сім'ю елементів лінійного або квадратичного типу (зрідка кубічного) по кожній з локальних змінних [9, 29]. Тут для задач гравіметрії раціонально обмежитися лінійними функціями форми, що дає змогу точно відобразити контур, складений з прямолінійних відрізків, що, однак, не обмежує загальності підходу щодо апроксимації криволінійної геометрії. Для прикладу наведемо загальну формулу білінійних сплайн-функцій на окремому елементі

$$N_i(\xi, \eta) = (1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i)/4, \quad i = 1, \dots, 4, \quad (10)$$

де $\xi_1 = \xi_4 = \eta_1 = \eta_2 = -1$, $\xi_2 = \xi_3 = \eta_3 = \eta_4 = 1$ – параметри, що відповідають (ξ, η) -координатам чотирьох вершин стандартного одиничного елемента (в порядку обходу). Важливою властивістю функцій форми є те, що вони набувають значення 1 у відповідному вузлі елемента і дорівнюють нулю в усіх інших:

$$N_i(\xi_i, \eta_i) = 1, \quad N_i(\xi_j, \eta_j) = 0, \quad i \neq j; \quad (7)$$

3) числовому інтегруванні з використанням квадратурних формул.

Серед багатьох квадратурних формул перевагу часто надають формулам Гаусса порядку n , що є точними для поліномів степеня $2n-1$ (іншими словами, мають найвищу точність у класі поліномів):

$$\int_a^b f(x) dx = \int_{-1}^{+1} f\left(\frac{b-a}{2}\xi + \frac{a+b}{2}\right)\left(\frac{b-a}{2}\right) d\xi = \left(\frac{b-a}{2}\right) \sum_{k=1}^n w_k f_k + O(b-a)^{2n}, \quad (11)$$

де f_k – значення підінтегральної функції в точці Гаусса з локальними координатами ξ_k ; w_k – вагові коефіцієнти. Для двовимірного випадку формулу (11) узагальнюють за ієрархічним принципом

$$\int_{\xi^{(0)}}^{\xi^{(1)}} \int_{\eta^{(0)}}^{\eta^{(1)}} f(x, y) dx dy dz = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} f(\xi, \eta) |J_2| d\xi d\eta \approx \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n w_k w_l f(\xi_k, \eta_l) |J_{2,kl}|. \quad (12)$$

Тут $[J_2] = \frac{\partial(x, z)}{\partial(\xi, \eta)}$ – якобіан переходу від глобальних координат (x, z) до локальних

(ξ, η) , що чисельно дорівнює відношенню площ елемента S_i та стандартного елемента ($2 \times 2 = 4$). Для наших досліджень обмежимося одноточковою формулою ($n=1$) в локальній точці $\xi_1, \eta_1 = 0$ з ваговим коефіцієнтом $2 \times 2 = 4$, що точна для білінійного наближення підінтегральної функції. Як покажемо далі, цього часто цілком достатньо для практичних обчислень, а отже, знаходження інтеграла (12) замінюємо сумою добутків підінтегральної функції (7) в центральній точці елемента на його площу (теорема про середнє).

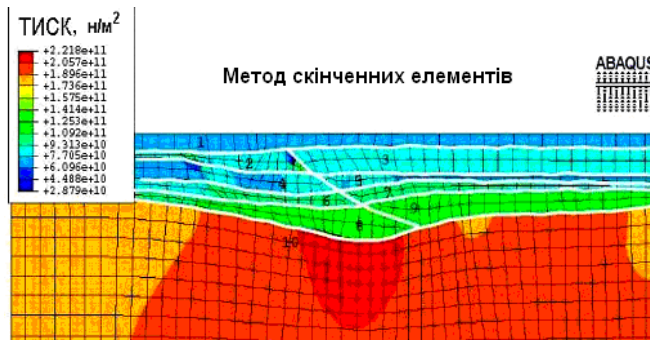


Рис. 7. Моделювання механічних характеристик Альпійської системи методом скінченних елементів [9].

Особливо ефективним такий підхід буде для прямокутних елементів, для яких легко наперед оцінити їхню площу. Якщо потрібно підвищити точність інтегрування, то можна використовувати формулу Гаусса другого порядку з локальними координатами $\xi_k, \eta_k = \pm 0,57735 = \pm 1/\sqrt{3}$, $k=1, 2$ та вагами $w_k = 1$, яка буде точною вже для бікубічного наближення підінтегральної функції. Тоді квадратурні формули (12) зводяться фактично до підсумовання добутків підінтегральної функції (8) на відповідний якобіан переходу (який можна обчислити один раз для всіх елементів) у чотирьох точках Гаус-

са. Зазначимо, що тут враховано гіпотезу про постійність позірної густини в межах одного елемента (блока), тому $(\rho - \rho_0)$ можна винести за знак інтеграла на елементі. Перевагою формул числового інтегрування є також те, що для знаходження підінтегральної функції потрібно виконувати операції множення і ділення, водночас використання результатів аналітичного інтегрування містить “громіздкіші” операції знаходження логарифмічних, обернених тригонометричних функцій тощо. Наприклад, для прямокутника з протилежними кутами в точках $(0,0)$ та (x_1, z_1)

$$\Delta g = 2G(\sigma - \sigma_0)z_1 F_5(x_1 / z_1), \quad F_5(p) = \arctan(p) + 0,5p \ln(1 + 1/p^2).$$

Алгоритм та програмна реалізація знаходження Δg в електронних таблицях. Наведемо далі достатньо універсальний програмний код обчислення Δg з використанням скінченно-елементного (СЕ) підходу, адаптований для електронних таблиць Excel. Для всіх елементів використано квадратурні формули Гаусса другого порядку, що забезпечує достатньо високу точність обчислення, хоча для спрощення алгоритму самого контролю точності тут не передбачено. Як засвідчують практичні розрахунки, використання складніших, але точніших формул Гаусса (чотириточкової замість одноточкової) не впливає критично на час розрахунку для сучасних комп'ютерів.

Формально алгоритм (далі FEM_dg) відображає такий псевдокод.

0. Ініціалізація масивів координат вузлів (**rCoord**), зв'язності вузлів на елементі (**rElements**), густин порід (**rDensity**) і точок профілю (**rProfile**) та занулення масиву аномалій Δg у точках профілю за заданими діапазонами клітинок в Excel (структуру цих масивів описано на рис. 8).

1. Цикл по точках профілю $i_p = 1, \dots, nPt$:

$\Delta g := 0$. Глобальні координати точки (x_g, z_g) .

2. Цикл підсумовування внесків окремих елементів, $el := 1, \dots, nEl$:

IDmat := **rElements**($el, 2$); $\rho_{el} := \mathbf{rDensity}(\text{IDmat}, 2) - \rho_0$;

3. Цикл по точках інтегрування, $k = 1, \dots, 4$:

– визначення глобальних координат $(x_k, z_k) = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi_k, \eta_k)(\hat{x}_i, \hat{z}_i)$,

де $(\hat{x}_i, \hat{z}_i) := (\mathbf{rCoord}(\text{node}, 2), \mathbf{rCoord}(\text{node}, 3))$ – координати вузлів на елементі el , що визначені за номером вузла $\text{node} := \mathbf{rElements}(el, i+2)$ та масивом координат **rCoord**;

– перехід до локальних координат відносно точки на профілі $(x := x - x_g, z := z - z_g)$.

– знаходження якобіана:

$$J_{2,k} = \left| \frac{\partial (x, y)}{\partial (\xi, \eta)} \right| = \begin{vmatrix} \sum \frac{\partial N_i}{\partial \xi}(\xi_k, \eta_k) \hat{x}_i & \sum \frac{\partial N_i}{\partial \xi}(\xi_k, \eta_k) \hat{z}_i \\ \sum \frac{\partial N_i}{\partial \eta}(\xi_k, \eta_k) \hat{x}_i & \sum \frac{\partial N_i}{\partial \eta}(\xi_k, \eta_k) \hat{z}_i \end{vmatrix}, \quad i = 1, \dots, 4,$$

обчислення підінтегральної функції та підсумовування внеску в активній точці Гаусса:

$$\Delta g := \Delta g + \rho_{el} \frac{z_k}{x_k^2 + z_k^2} J_{2,k}.$$

4. Завершення внутрішніх циклів по k та el (чи перехід до пунктів 3 і 2, відповідно).
5. Друкування або збереження Δg ; $i_p = i_p + 1$ і перейти до пункту 1 або Stop, якщо $i_p = nPt$.

Опишемо коротко структуру масивів вхідних даних. Передусім, на одному з аркушів електронних таблиць потрібно сформувати масив **rCoord**, який містить глобальні координати вузлів розбиття скінченно-елементної моделі тіла, що породжує аномалію Δg . Кількість рядків має дорівнювати кількості вузлів; у рядку (усього три клітинки) міститься порядковий номер вузла та його координати (x, z) .

Уздовж				
Координати	X		Y	
	Позначення	Величина	Позначення	Величина
min	x0	0	y0	-20
max	x1	500	y1	-10
сроків N	Nx	50	Ny	1

Material ID	<input type="text" value="1"/>
-------------	--------------------------------

Розрахувати координати вузлів			Розрахувати зв'язність вузлів поелементно		
↓			↓		

№ вузла	X	Y	ELEM	MAT	NODES	
1	0	-20	1	1	1	53
2	10	-20	2	1	2	54
3	20	-20	3	1	3	55
4	30	-20	4	1	4	56
5	40	-20	5	1	5	57
6	50	-20	6	1	6	58
7	60	-20	7	1	7	59
8	70	-20	8	1	8	60
9	80	-20	9	1	9	61
10	90	-20	10	1	10	62

Рис. 8. Структура інформації про скінченно-елементне розбиття.

Масив зв'язності вузлів (на елементі) **rElements** має стільки рядків, скільки є елементів розбиття; інформація про зв'язність вузлів на окремому елементі міститься в одному рядку й охоплює номер елемента, індекс матеріалу (густину порід вважаємо сталою на елементі) та глобальні номери вузлів, що визначають порядок відображення на стандартний елемент. Один з найпростіших способів розбиття на елементи прямокутника з заданою кількістю елементів на протилежних сторонах та правилом нумерації вузлів лініями (знизу вгору) реалізовано програмно, що дає змогу ефективно моделювати тестові та достатньо складні модельні задачі (рис. 9). Зазначимо, що геометрично складну фігуру часто можна зобразити як об'єднання прямокутників, для яких можна генерувати SE-модель описаним вище програмним способом, якщо передбачити зміщення для стартового номе-

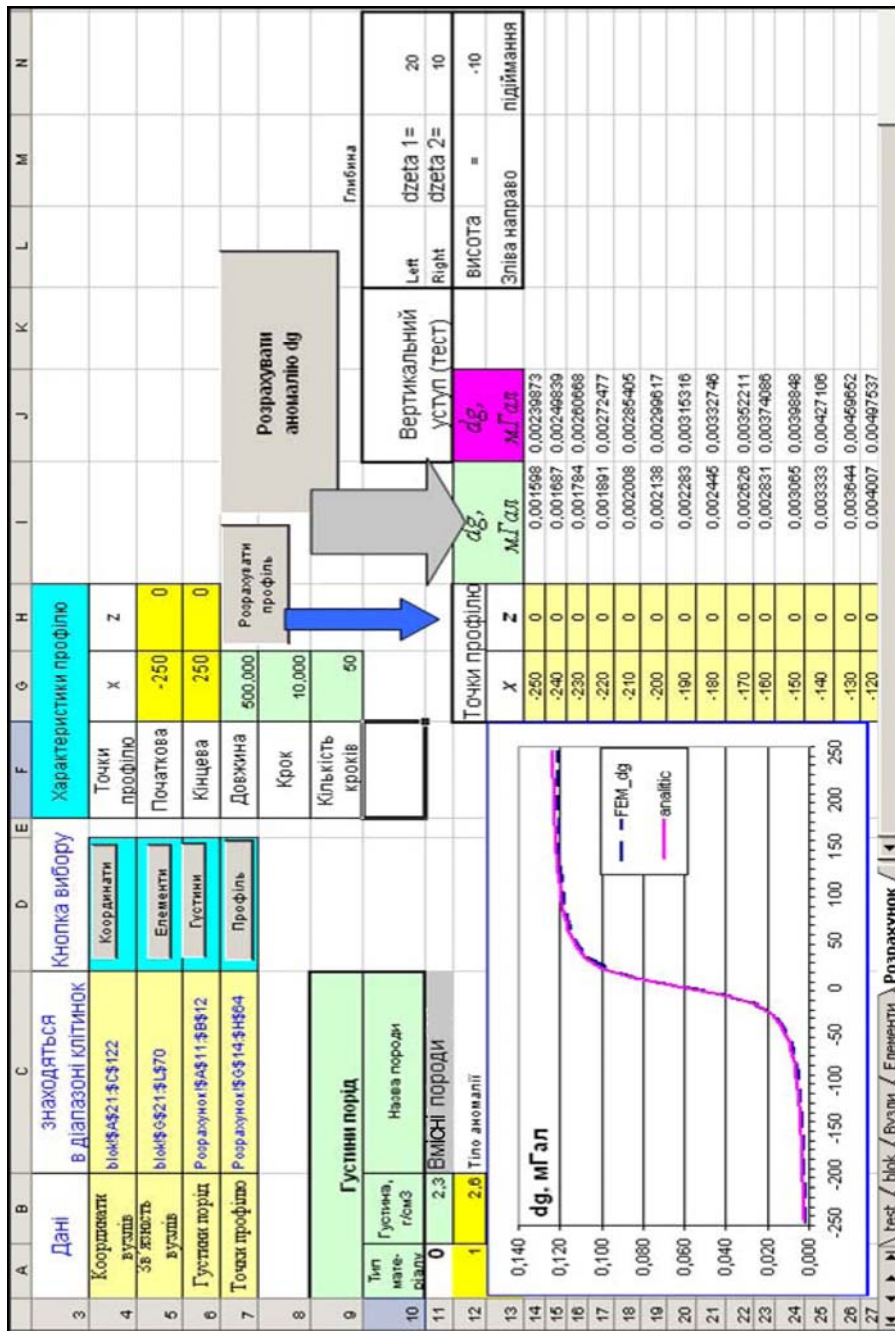
ра вузла та елемента кожного з прямокутників. Тоді важливо, щоб не було пропусків у наскрізній нумерації вузлів та елементів. Відповідні перевірки коректності даних для спрощення алгоритму тут не наведено.

Структура інших масивів очевидна: масив густин **rDensity** є базою даних про густину породи з ідентифікатором **IDmat** (номер рядка) та, можливо, описом порід, причому перший запис повинен містити густину вмісних порід. Масив координат точок (x, z) на профілі **rProfile** формується в електронних таблицях або вручну, або програмно, розбиваючи відрізок на однакові частини (крайні точки й кількість відрізків задано). Навпроти координат точок профілю виводимо результат – значення Δg . Графік залежності Δg вздовж профілю будуємо засобами Excel, причому в разі перерахунку його буде автоматично оновлено, що зручно для моделювання з різними варіантами даних. Інформацію про адреси діапазонів клітинок вхідних масивів у вигляді стрічок розміщують у таблиці метаданих задачі, з якими працює підпрограма FEM_dg (рис. 9).

Підпрограму FEM_dg зручно викликати натисненням програмної кнопки, розміщеної поряд. Така організація обчислень дає змогу поєднати звичний інтерфейс програми Excel та її можливості візуалізації зі спеціалізованим алгоритмом розрахунку прямої задачі гравіметрії, що зменшує час навчання для роботи з цією функціональністю практично до нуля для користувача комп'ютера, що знає теоретичні засади методу.

Модельний приклад. Не обмежуючи загальності підходу, обмежимося 2D-випадком, для якого характерними, зокрема, є менш громіздкі формули, що породжує інтеграл вигляду (8). На рис. 10, *a* зображено модельну задачу для дослідження аномалій прискорення тяжіння, зумовлену відмінностями густин осадових порід $\rho(x, z)$ та фундаменту базейну ρ_0 . Цей вертикальний розріз характерний для регіону Українських Карпат (значно спрощено і схематизовано), ідею якого підказано відомими картографічними даними (геотраверс II) [5], що не перетинаються, інформацію про кутові точки яких занесено в базу даних і використано для побудови сітки скінченних елементів, яку за потреби можна згущувати, наприклад, удвічі (для визначення практичної точності методу числового інтегрування).

Практичну апробацію запропонованого алгоритму виконано на скінченно-елементній сітці, що складається з 757 елементів і містить 1 204 вузли. Її побудовано програмним способом на основі стандартної процедури MCE [4], що зводиться до відображення точок одиничного елемента на довільний елемент, заданий своїми вузлами (програмний код тут не наведено). Зазначимо, що для прямої задачі гравіметрії немає потреби в узгодженні розбиття сусідніх елементів, хоча для оберненої задачі, де невідомі середні густини на кожному елементі, таке узгодження було б принаймні бажаним; і саме такі сітки будують у класичному MCE. Модель складена з 35 довільно орієнтованих чотирикутників (суперелементів). Середні значення густин усіх суперелементів (крім 21–23, див. рис. 10, *a*) вибрано однаковими, $\rho = 2,57 \text{ г/см}^3$, а порід фундаменту (а також блоків 21–23) – $\rho_0 = 2,7 \text{ г/см}^3$. Початок системи координат вибрано на поверхні між 24 і 25 суперелементом, профіль довжиною 130 км містить точки через 500 м. Час обчислення безпосередньо програмою, що відповідає запропонованому алгоритму 1, є достатньо значним (на комп'ютері з процесором Pentium III і оперативною пам'яттю 512 Мбайт – до 40 хв), що пов'язано з неефективним використанням клітинок електронних таблиць з даними про координати вузлів елемента як двовимірних масивів.

Рис. 9. Організація розрахунку dg в електронних таблицях.

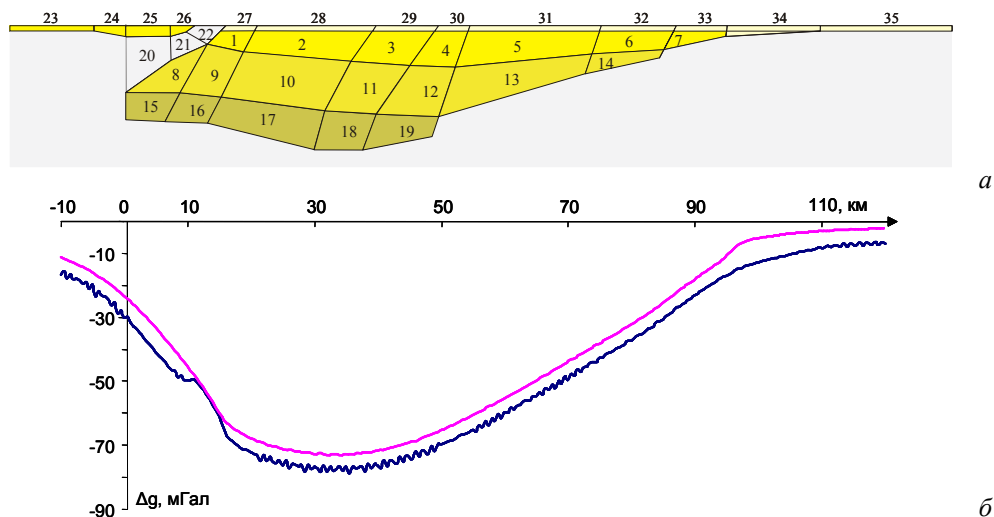


Рис. 10: *a* – блокова модель густини, побудована на основі геотраверсів [1] через Українські Карпати – основа для побудови скінченно-елементного розбиття; *б* – графіки Δg з урахуванням (нижня лінія) та без урахування (верхня лінія) приповерхневого шару.

Однак легко оптимізувати цей програмний код, якщо поміняти місцями вкладені цикли по точках профілю та елементах так, що кожен елемент опрацьовувався б один раз і розсилав свої внески в усі точки профілю. Такий оптимізований алгоритм реалізовано і час обчислення виявився приблизно в 20 разів(!) меншим (для чотирьох точок Гаусса), а надалі його зменшено ще в 3 рази (у випадку тільки однієї точки Гаусса). Для нашого випадку час обчислень доведено до 40 с, хоча й це ще не обмеження, проте вже достатньо прийнятний варіант, якщо зважити, що найбільші часові затрати і відповідальність потрібно приділити побудові скінченно-елементної моделі. Навіть на підготовку вручну інформації про суперелементи, аналогічно до рис. 10, затрати будуть вимірюватися годинами, хоча це можна вважати й одноразовою операцією. Отримана якісна картина регіональної аномалії зображена на рис. 10, б. Нижній графік містить осциляції, зумовлені числовим інтегруванням верхнього шару елементів (блоки 23–35), які розбито лише на один елемент по товщині. Якщо задати для них нульову позірну густину ($\rho - \rho = 0$), то отримаємо верхній графік, який практично не містить таких осциляцій, тобто вплив від глибших елементів згладжується. Якісно отримані графіки Δg відповідають регіональній аномалії, а по порядку – навіть числовим значенням, що підтверджує вірогідність результатів комп'ютерної симуляції.

Ми запропонували і практично апробували алгоритм числового розв'язування прямої задачі гравіметрії з використанням скінченно-елементного підходу, адаптований для застосування з електронними таблицями, що робить його доступним для широкого кола користувачів, зокрема, і з навчальною метою. Назвемо такі його переваги: довільна геометрична форма і неоднорідність тіл з аномальними масами, простота та алгоритмічність обчислень, узгодження потоку вхідної інформації з формою даних сучасних програм методу скінченних елементів, що дає змогу використовувати готові моделі СЕ-

розбиття; зображення підінтегральної функції у вигляді сплайн-поліномів (білінійних) на кожному з елементів достатнє за точністю в переважній області, крім зони, близької до точки спостереження (в межах семидесяти діаметрів СЕ-розбиття для відносної точності від 5 до 1 %). У найближчій перспективі – розрахунок 2,5-D і 3-D тіл, тобто достатньо протяжних, але обмежених аномальних мас (2,5-D випадок) або реальних просторових моделей скінченного простягання (3-D випадок), оптимізація роботи алгоритму, підпрограми побудови скінченно-елементних моделей в електронних таблицях.

Апробована методика числового розв'язування оберненої задачі гравіметрії на підставі розв'язування прямої задачі і врахування локальної похибки апроксимації області методом скінченних елементів може бути об'єднана за структурою (рис. 11) для розв'язування інтегральної задачі, а саме – розподілу термомеханічних характеристик середовищ кори і мантії Землі, реологічно неоднорідних, для повнішого інформативного відображення структурних особливостей і даних про просторово-часовий розподіл густини, температури і тисків. У методиці комп'ютерного моделювання враховано вплив таких реологічних параметрів геологічного середовища, як шаруватість, анізотропія, пластичність та в'язкість у розподілі геодинамічних, термоконвективних та механічних характеристик геологічних структур на локальному й регіональному рівнях стосовно задач тектонофізики для моделювання.

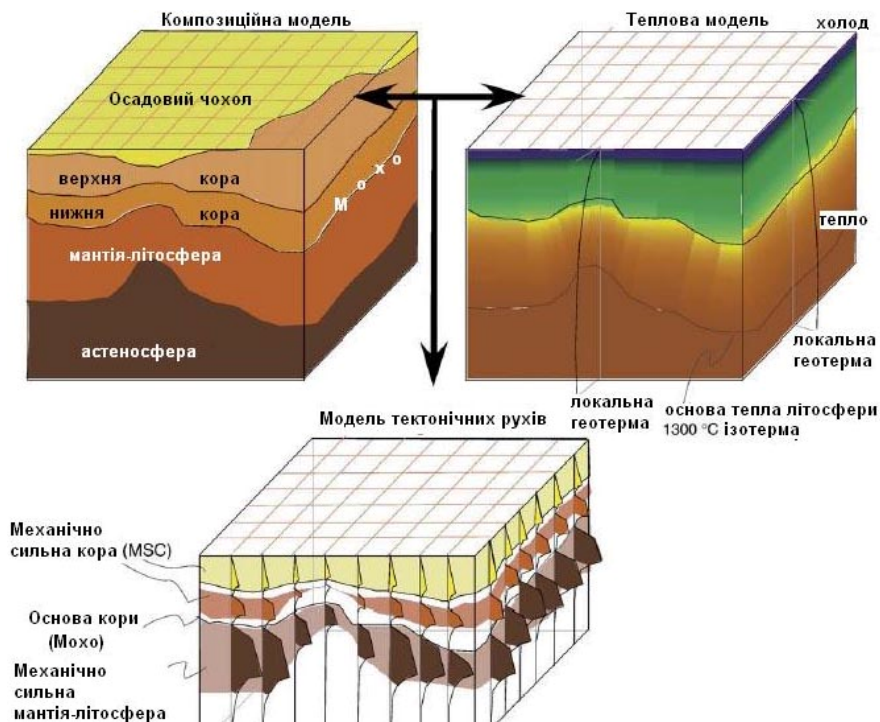


Рис. 11. Об'єднана модель взаємозв'язку геодинамічних, термоконвективних та механічних характеристик геологічних структур гірських споруд.

Звичайно ж, поки що ця модель може слугувати тільки як нульове наближення, її результати не треба інтерпретувати безпосередньо для реальних геологічних об'єктів. Однак за умови врахування топографії, внесення необхідних поправок, уточнення розподілу густин, звіряння з наявними геолого-геофізичними даними, а також у разі переходу до тривимірних моделей можна стверджувати про хорошу перспективу таких уточнених об'єднаних моделей взаємозв'язку геодинамічних, термоконвективних та механічних характеристик геологічних структур гірських споруд і методів їхнього дослідження на підставі запропонованого, достатньо простого алгоритму і відповідного оптимізованого програмного забезпечення.

1. Глушко В., Круглов С., Смирнов С. и др. Геотраверс III по линии Городок–Коломыя–Рахов масштаба 1:200 000: Материали по глубинному строению и геологическому развитию Украинских Карпат и их платформенного обрамления / Под ред. В.В. Глушко, на 2 листах. УкрНИГРИ, 1980.
2. Сорокин Л.В. Гравиметрия и гравиметрическая разведка. М., Л.: Гостоптехиздат, 1953. 483 с.
3. Фурман В.В., Хом'як М.М., Дацюк Ю.Р. Особливості фізичних моделей глибинних процесів Землі // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. геол. 2003. Вип. 17. С. 24–32.
4. Фурман В.В., Павлюк О.М. Особливості моделювання геодинамічних процесів та термодинамічні характеристики глибинних структур Землі // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. геол. 2004. Вип. 18. С. 112–136.
5. Andreescu M., Demetrescu. Rheological implications of the thermal structure of the lithosphere in the convergence zone of the eastern Carpathians // J. Geodyn. 2001. Vol. 31. P. 373–391.
6. Braitenberg C et al. Inverse modelling of elastic thickness by convolution method – the Eastern Alps as a case example // Earth Planet. Sci. Lett. 2002. Vol. 202. P. 387–404.
7. Bercovici, D. et al. Energetics of a two-phase model of lithospheric damage, shear localization and plate-boundary formation // Geophys. J. Intern. 2003. Vol. 52. P. 581–596.
8. Cloetingh S. et al. Lithosphere tectonics and thermo-mechanical properties: An integrated modelling approach for Enhanced Geothermal Systems exploration in Europe // Earth-Science Reviews. 2010. Vol. 102. P. 159–206.
9. Ebbing J et al. Forward and inverse modelling of gravity revealing insight into crustal structures of the Eastern Alps // Tectonophysics. 2001. Vol. 337. N 3–s4. P. 191–208.
10. Goes S. et al. Shallow mantle temperatures under Europe from P and S wave tomography // J. Geophys. Res. 2000. Vol.105. P. 153–169.
11. Handy M.R. et al. Reconciling plate-tectonic reconstructions of Alpine Tethys with the geological–geophysical record of spreading and subduction in the Alps // Earth-Science Reviews. 2010. Vol. 102. P. 121–158.
12. Heuret A. et al. Plate kinematics, slab shape and back-arc stress: A comparison between laboratory models and current subduction zones // Earth Planet. Sci. Lett. 2007. Vol. 256. P. 473–483.
13. Hurter S., Haene, R., Atlas of Geothermal Resources in Europe. Commission of the European Communities, EC Publication. 2002. N 17811.
14. Ismail-Zadeh A. et al. Three-dimensional numerical modeling of contemporary mantle flow and tectonic stress beneath the earthquake-prone southeastern Carpathians based on integrated analysis of seismic, heat flow, and gravity data // Phys. Earth Planet. Inter. 2005. Vol. 149. P. 81–98.

15. *Juez-Larré J., Andriessen P.A.M.* Tectonothermal evolution of the northeastern margin of Iberia since the break-up of Pangea to present, revealed by lowtemperature fission-track and (U–Th)/He thermochronology. A case history of the Catalan Coastal Ranges // *Earth Planet. Sci. Lett.* 2006. Vol. 243. P. 159–180.
16. *Kameyama C. et al.* Thermal–mechanical coupling in shear deformation as a model of frictional constitutive relations // *Pure and Appl. Geophys.* 2002. Vol. 159. P. 2011–2028.
17. *Montelli R. et al.* Finite-frequency tomography reveals a variety of plumes in the mantle // *Science.* 2004. Vol. 303. P. 338–343.
18. *Morency C., Doin M., Dumoulin C.* Convective destabilization of a thickened continental Lithosphere // *Earth Planet. Sci. Lett.* 2002. Vol. 202. P. 303–320.
19. *Pascal C., Cloetingh S.* Gravitational potential stresses and stress field of passive continental margins: Insights from the south-Norway shelf // *Earth Planet. Sci. Lett.* 2009. Vol. 277. P. 464–473.
20. *Pasquale V. et al.* Heat flux and seismicity in the Fennoscandian Shield // *Phys. of the Earth and Plan. Int.* 2001. Vol. 126 P. 147–162.
21. *Raykova R.B., Panza G.F.* Surface waves tomography and non-linear inversion in the southeast Carpathians // *Phys. of the Earth and Plan. Int.* 2006. Vol. 157. P. 164–180.
22. *Russo R.M. et al.* Seismic attenuation in the Carpathian bend zone and surroundings // *Earth Planet. Sci. Lett.* 2005. Vol. 237. P. 695–709.
23. *Regenauer-Lieb K., Yuen D.A.* Modeling shear zones in geological and planetary sciences: solid- and fluid-thermal–mechanical approaches // *Earth-Science Reviews.* 2003. Vol. 63. P. 295–349.
24. *Rudge J., et al.* A plume model of transient diachronous uplift at the Earth's surface // *Earth Planet. Sci. Lett.* 2008. Vol. 267. P. 146–160.
25. *Steven P.* Grand Mantle shear-wave tomography and the fate of subducted slabs // *Phil. Trans. R. Soc. Lond.* 2002. A. Vol. 360. P. 2475–2491.
26. *Sang-Mook Lee.* Deformation from the convergence of oceanic lithosphere into Yap trench and its implications for early-stage subduction // *J. of Geodynamics.* 2004. Vol. 37. P. 83–102.
27. *Schmid S.M., Kissling E.* The arc of the western Alps in the light of geophysical data on deep crustal structure // *Tectonics.* 2000. Vol. 19 (1). P. 62–85.
28. *Suetsugu D., Saita T., Takenaka H., Niud F.* Thickness of the mantle transition zone beneath the South Pacific as inferred from analyses of ScS reverberated and Ps converted waves // *Phys. Earth Planet. Inter.* 2004. Vol. 146. P. 35–46.
29. *Xing H.L. et al.* Finite element modeling of interacting fault systems // *Phys. Earth Planet. Inter.* 2007. Vol. 163. P. 106–121.

INTERACTION DESIGN GEOLOGICAL PROCESS IN EARTH'S CRUST AND MANTLE MODELLING

V. Fourman, M. Khomjak, L. Khomjak

Ivan Franko National University of Lviv

Hrushevskij Str. 4, Lviv, 79005, e-mail: fourman@franko.lviv.ua

Main problems of tectonics are considered and review of the main problematic questions governed ways of the investigations of the physical picture not only for the structures but also for the processes and interactions in the deep shells of our planet are made. Depending on the convergence speed, age of the lithosphere and direction of the moving plates that interacted

several subduction zones are distinguished. It is pointed out that investigation of the deep structure, composition and geodynamics of the continental and oceanic lithosphere gives the possibility to distinguished the system connected with global processes of Earth's development (rifts, uncompensated deeps, continents, oceans).

The numeral integration technique to calculate the gravity anomalies of the geological bodies of complex geometry and different densities using the finite element approach and Gauss' formulas is developed. In the two-dimensional case the solution algorithm of the direct gravity problem based on MS Excel is proposed. Its implementation in the program language VBA to simulate the test and modelling problems is used. The prospect of the further researches relatively more realistic three-dimensional problems as soon as software development is specified.

Key words: Gravity, Thermodynamics, Tectonics, structure of the Earth, modeling, deep processes, physical modeling, deep structure, Geodynamics of lithosphere.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОСВЯЗИ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В КОРЕ И МАНТИИ ЗЕМЛИ

В. Фурман, М. Хомяк, Л. Хомяк

*Львовский национальный университет имени Ивана Франко
ул. Грушевского 4, г. Львов, 79005, e-mail: fourman@franko.lviv.ua*

Проанализировано перспективы создания новых физических моделей, которые описывают структуры Земли и их эволюцию, а также методических подходов относительно классификации структур и измерение параметров физических полей Земли. Указано, что исследования глубинного строения, состава и геодинамики литосферы континентов и океанов дают возможность выделить системы, связанные с глобальными процессами развития Земли (рифты, глубокие некомпенсированные впадины, континенты, океаны) и региональными гравитационными явлениями внутри континентов и океанов.

Для вычисления гравитационных аномалий геологических тел сложной геометрии с разными плотностями развито технику числового интегрирования с использованием конечно-элементного подхода и формул Гаусса. Для двумерного случая предложено алгоритм построения профилей (прямая задача гравиметрии), ориентированный для программы MS Excel. Его программную реализацию на языке VBA использовано для решения ряда тестовых и модельных задач. Указано на перспективу дальнейших исследований относительно более реалистических трехмерных задач, а также развития программного обеспечения.

Ключевые слова: гравика, термодинамика, тектоника, структуры Земли, моделирование, глубинные процессы, физическое моделирование, глубинная структура, геодинамика литосферы.

Стаття надійшла до редколегії 01.06.2011

Прийнята до друку 14.11.2011