

УДК 551.24+551.25:539.3

ТЕПЛОПЕРЕНЕСЕННЯ І ТЕПЛОВА ДИФУЗИЯ В ПЛИНІ КОНВЕКТИВНИХ МАНТІЙНИХ ПЛЮМІВ МАНТІЇ ЗЕМЛІ

В. Фурман

*Львівський національний університет імені Івана Франка
79005 м. Львів, вул. Грушевського, 4, e-mail: fourman@franko.lviv.ua*

Розроблена модель теплової дифузії мантийних плюмів засвідчує, що ніжки плюмів руйнуються швидше, ніж їхні шапки внаслідок теплової дифузії. Це може слугувати поясненням недавніх результатів сейсмотомо-графічних досліджень мантийних плюмів, що не виявляють виразних ніжок плюмів на середніх мантийних глибинах. Зрушення і деформація мантийного плюму внаслідок конвективних плинів не змінюють суттєво рис теплової еволюції мантийних плюмів.

Ключові слова: конвекція мантиї, еволюція, плюм, дифузія.

Механізм конвекції в мантиї Землі визнаний у другій половині 60-х років ХХ ст. Це дало змогу природно описати високі термічні градієнти в поверхні Землі. Процеси теплопровідності впливають на реологічні властивості порід у Землі, на фазові й мінералогічні переходи в корі та мантиї й на фізико-хімічний склад планети. Прикладом може слугувати еволюція теплових плюмів у мантиї Землі [9, 12–18]. Важливість цього прикладу полягає в тому, що з мантийними плюмами пов'язані гарячі точки нашої планети та внутрішньоплитовий океанічний і континентальний вулканізм, такий, наприклад, як вулкани на Курилах, Гавайях, Африці або в Ісландії (рис. 1). Розуміння геодинаміки ґрунтується на знаннях про теплову структуру Землі. У системі мантия–кора можна виділити три головні теплові режими. По-перше, є майже адіабатичні області [14], де адвективне вертикальне тепло перенесення переважає над іншими механізмами перенесення тепла. Напевно, майже вся нижня мантия (за винятком її нижньомантийного шару D'' , де фазові переходи можуть сповільнювати конвективне теплоперенесення) належить до цієї категорії.

Також до цієї категорії зачисляють верхню мантию під літосферою і частини перехідної зони. По-друге, є області, у яких кількість енергії, перенесеної за допомогою адвекції, приблизно дорівнює кількості енергії, перенесена за допомогою кондукції [10, 12, 17]. До цієї категорії належить океанічна літосфера, шар D'' і частина літосфери під континентальною корою. І, нарешті, є області, де переважає кондуктивне теплоперенесення. Їх називають кондуктивними шарами. Континентальна земна кора і прилегла до неї верхня мантия – це найважливіші приклади з цієї групи. Деякі плюми виразно простежені до середніх мантийних глибин і не помітні в низах мантиї [23–28]. Усі 32 з відомих плюмів із діаметром у діапазоні від 200 до 800 км, і принаймні шість, та, можливо, більше дванадцяти з них доходять до D'' шару в нижній мантиї. З іншого боку, щонайменше вісім із цих плюмів, обмежені верхньою мантиєю, функціонують поблизу 660–670 км у глибину мантиї зі зміною фази меж. Деякі з інших плинів плюмів, які вивчали можуть виникати на середніх глибинах, хоча в багатьох випадках такі дані є неоднозначні, і деякі з них належать до більших глибин [15].

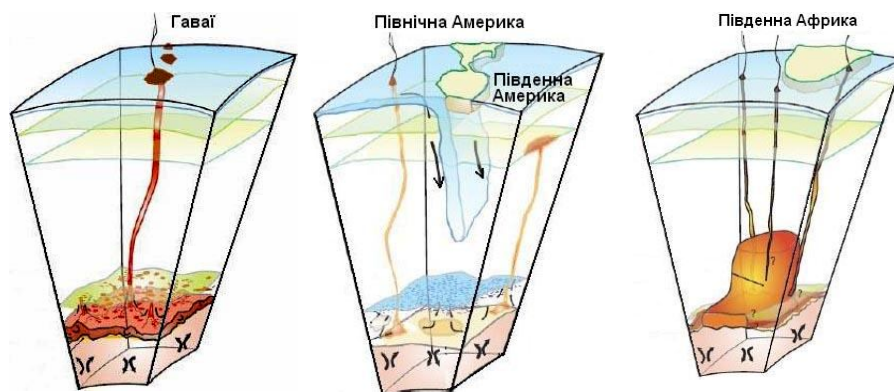


Рис. 1 Типи різних конвективних мантійних плумів

Порівняння деяких глибоких і порівняно неглибоко розташованих плумів проілюстровано на рис. 2. Глибокі з них зображені за результатами аномальної поведінки швидкості сейсмічних хвиль до рівня глибини 2 800 км, а ті, що називають неглибокими, або мілкими, мають максимум аномалії на глибинах від 650 до 1 000 км.

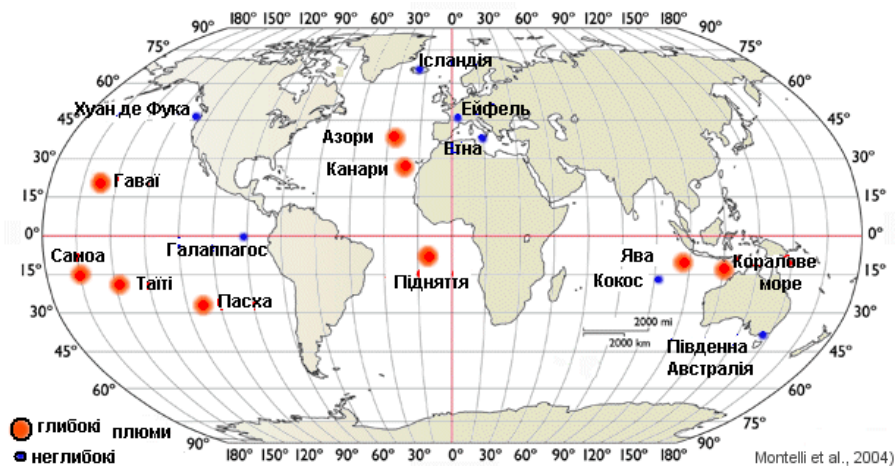


Рис. 2. Розташування глибоких та мілких плумів [15].

Є праці, у яких за допомогою експериментів доведено, що в нижній мантії простежене помітне збільшення теплоперенесення випромінюванням. Зміна променевого теплоперенесення в мінералах нижньої мантії [16–18] повинна вплинути на динаміку нижньої мантії й еволюцію плумів, тому що збільшення теплопровідності k веде до зменшення числа Релея R_A і, отже, до збільшення теплової дифузії. Зменшення потоку гарячого матеріалу Q , спрямованого в плум, приводить до зменшення швидкості піднімання плуму U_h і, отже, до теплової дифузії мантійного плуму. Розвиток обчислювальних методів, створення алгоритмів розрахунків і комп'ютерних програм для розв'язання геотермічних задач є актуаль-

ним напрямом в обчислювальній геодинаміці [14, 15]. Для розуміння динаміки мантійних плюмів виконують і числові експерименти, які засвідчують, що плюми починають “розчинятися” у навколишній мантії, і першими зникають ніжки плюмів на середніх мантійних глибинах, тому що різниця температур між ніжкою плюму і навколишньою мантією зменшується з глибиною. Дифузія ніжок і потім шапок плюмів пов’язана з геометрією мантійних плюмів: тонкі ніжки дифундують швидше, ніж широкі капелюшки плюмів. Ці результати є важливими для інтерпретації сейсмотомографії мантійних плюмів [6, 7], що виявили розмаїття сучасних форм мантійних плюмів.

Модель плинну конвективного тіла плюму. Мантійні плюми відповідальні за перенесення тепла і маси з надр Землі до її поверхні. Відповідно до сучасних уявлень, теплові плюми можуть утворюватися на межі верхньої і нижньої мантії [23–27] або на межі ядра і мантії внаслідок гравітаційної нестійкості теплових шарів, що належні до цих меж земних надр. Хоча деякі плюми існують і понад 100 млн років, вони, швидше за все, є тимчасовими мантійними структурами. Сьогодні нема ніяких даних про активність домезозойських плюмів. Мантійна конвекція дає змогу пояснити фактично всі відомі теплові структури в майже адіабатичних адвективних областях (рис. 3.). Беручи до уваги концентрацію приповерхневих радіоактивних джерел тепла, можна пояснити температури в континентальній корі. Сейсмотомографічні дослідження надр Землі дають змогу бачити і вивчати мантійні плюми, тобто негативні аномалії сейсмічних швидкостей, що більше пов’язані з підвищеною температурою, однак можуть бути також пов’язані зі зміною складу компонентів мантії. З появою обчислювальної техніки достатньої потужності стало можливим розв’язувати складні задачі теплопровідності з високою точністю розрахунків.

Особливу увагу варто приділяти термічним режимам осадових басейнів, що є відображенням їхніх енергетичних станів, зумовлених процесами генерування, перенесення і поглинання тепла. Гарячий мантійний матеріал теплового перехідного шару (джерело мантійного плюму) впроваджується внаслідок нестійкості цього шару у порівняно холодну мантію і дає початок висхідному плинну мантійного плюму. Протягом деякого часу (можливо, до 100 млн років) мантійні плюми підживлюються з цього джерела, що згодом слабшає. Унаслідок сходження плюму сповільнюється, зменшується і конвективне теплоперенесення та збільшується кондуктивне перенесення тепла від плинну плюму до навколишньої мантії. Еволюція мантійного плюму [9, 13] залежить від фізичних властивостей області, де зароджується плюм (тобто від властивостей теплового перехідного шару), а також від в’язкості і теплової дифузії мантії, що оточує висхідний плюм. Властивості шару визначають температуру і в’язкість мантійного плюму. Структура, швидкість сходження і тепловий потік плюму контролювані властивостями навколишньої мантії. Хоча властивості мантії порівняно постійні протягом часу існування плюму, властивості перехідного шару можуть значно змінюватися згодом унаслідок виснаження гарячого мантійного матеріалу, що підживляє висхідний плюм.

Відносні частки об’єму захопленої речовини в плинні шлейфу плюму можна змоделювати (рис. 4.), якщо припустити [11], що немає швидкої розбіжності між захопленням і введенням ефективної густини $\rho_m(t)$ шлейфа голови відносно $\rho_0(t)$ – густини навколишньої мантії. Важко оцінити об’єм захопленої речовини в плинні шлейфа плюму $V_e(t)$ в пізньому етапі хаотичного перемішування. Позначимо, що величина $\Phi_e(t)$ – це об’єм захопленої речовини (див. рис. 3) в плинні шлейфа плюму $V_e(t)$ (ясно-сірі ділянки) до загального об’єму шлейфа голови $V_{tot}(t)$ (у межах пунктирного кола). Величи-

на $\Phi_m(t)$ – це динамічна ефективна частка об’єму захопленої речовини в плинні, що впливає на шлейф руху як вантаж.

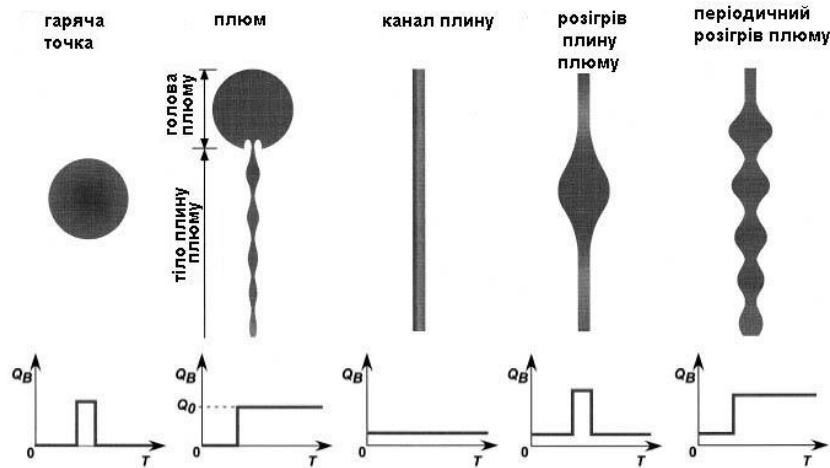


Рис. 3. Схеми теплових моделей живлення плинину плюмів [11].

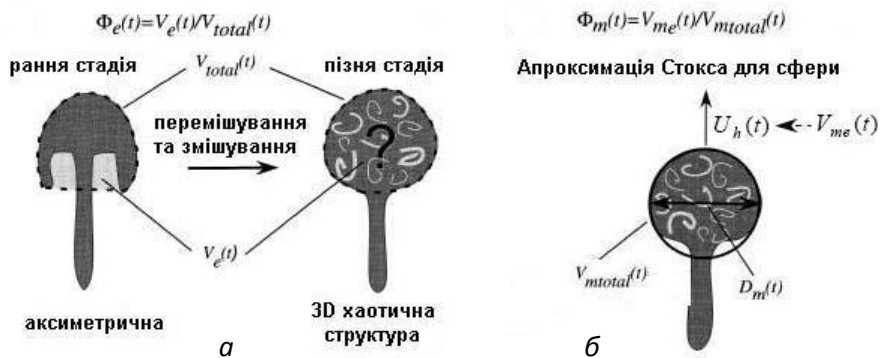


Рис. 4. Визначення і пояснення: *a* – структурна частка об’єму $\Phi_e(t)$, *б* – динамічна об’ємна частка $\Phi_m(t)$ [11].

З використанням цієї концепції як основи для динамічної об’ємної частки захоплених матеріалів шлейфа голови можна написати $\Phi_m(t)$ у вигляді:

$$\Phi_m(t) = \frac{V_{me}(t)}{V_{tot}(t)} = 1 - \frac{\Delta\rho_m(t)}{\Delta\rho_0} = 1 - \frac{12\mu_a U_h(t)}{(\rho_a - \rho_s)g_{\oplus} D_m^2(t)}; (\mu_a \gg \mu_s).$$

Тоді і $\Phi_e(t) = V_e(t)/V_{tot}(t) = 1 - \Delta\rho(t)/\Delta\rho_0$, де $\Delta\rho_m(t) = \rho_0(t) - \rho_m(t)$, та, відповідно $V_{tot}(t) = \pi D_m^3(t)/6$. Структурна частка об’єму $\Phi_e(t)$ є чисто об’ємною часткою

захопленого матеріалу $V_e(t)$ у загальному об'ємі шлейфа голови $V_{tot}(t)$ (див. рис. 4, а). $\Phi_e(t)$ безпосередньо оцінюють з експериментальних зображень за співвідношенням площі із захоплених матеріалів (ясно-сіра ділянка) до площі темно-сірої ділянки у шлейфі голови плюму, а також як осесиметричну структуру. $\Phi_m(t)$ визначається через $V_{mot}(t)$ у наближенні Стокса (див. рис. 4, а) для швидкості підняття $U_h(t)$ голови плюму як сфери діаметром $D_m(t) = 2R_h(t)$ (рис. 5).

Швидкість підняття $U_h(t)$ і горизонтальний радіус голови $R_h(t)$ шлейфа плюму задають із модельних уявлень, або з експериментальних даних. Тому варто сформувати

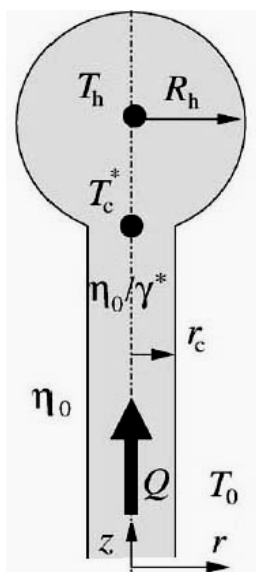


Рис. 5. Схематичне зображення статично аналітичної моделі теплового живлення шлейфа плюму.

опис схеми кількісних оцінок енергетичних ефектів геологічних процесів. Відповідно до цієї схеми, у геоенергетичному балансі беруть участь три групи процесів:

- первинні джерела внутрішньоземної енергії;
- проміжні стадії її трансформування в геологічних процесах (у тому числі в латентні форми, що поповнюють схований резерв внутрішньоземної енергії);
- форми її кінцевої витрати (віддачі в простір або у суміжну область мантиї та плюмів).

Найважливішим є вивчення пізньої стадії розвитку плюму мантийних плюмів, коли швидкості їхнього підняття стрімко зменшуються внаслідок витрати гарячого матеріалу перехідного шару (на межі ядро-мантия). Оскільки швидкості підняття плюму незначні для цього етапу еволюції, рівняння Стокса не використовують для визначення швидкостей конвективних плюмів. Два безрозмірні числа з'являються від нормалізації рівняння збереження маси речовини у плюмі мантиї. По-перше, число Релея

$$R_A = \frac{\rho_0 \alpha \Delta T g_{\oplus} H^3}{\eta_0 k}, \quad (1)$$

де α – коефіцієнт теплового розширення; g_{\oplus} – прискорення земного тяжіння; ρ_0, η_0 – густина та в'язкість речовини мантиї; ΔT – різниця температур між мантиєю та плюму плюму; H – розмір конвективної комірки, у якій задіяний плюм; а k – коефіцієнт теплопровідності. Загалом, k залежить від температури і тиску, тому що фононна частина провідності [8] з температурою зменшується і збільшується з тиском (глибина), а її радіаційна частина сильно зростає з температурою. Для аналізу впливу варіацій змінної теплопровідності на термічну структуру плюмового плюму ми на підставі [8, 22] використали модель

$$k(z, T) = [1.0 + 2.5h] \left(\frac{T_0}{T_0 + T} \right)^{0.3} \exp(-0.447T) + 1.03(T_0 + T)^3. \quad (2)$$

Зосередимо увагу на плинні. Як бачимо, нові створені нестійкості в нижній межі шару сильно залучають до вже наявного шлейфа тепловий механізм конвективної комірки [14], що, зрештою, приводить до дрібномасштабних флуктуацій потоку всередині тіла плюму. Друге значення безрозмірного числа плинності визначають зі співвідношення між стабільним значенням композиційної зміни густини матеріалу $\Delta\rho_\chi$ до теплової зміни густини:

$$B = \frac{\Delta\rho_\chi}{\rho_0\alpha\Delta T} = \frac{\beta}{\alpha\Delta T}. \quad (3)$$

Густина ρ задана лінійною залежністю параметрів стану:

$$\rho = \rho_0[1 - \alpha(T - T_0) + \chi\beta], \quad (4)$$

де χ відображає склад, який коливається від 0 (для чисто піролітичної мантії) до 1 (чисто хімічно різних матеріалів); $\beta = \Delta\rho / \rho$ є у композиційній залежності від густини і може бути залежною за відповідним профілем $\rho(z)$ від глибини; а T_0 – температура середовища навколишньої речовини мантії. В'язкість η залежить від температури так:

$$\eta = \eta_0 e^{-\theta \ln \gamma} \quad (5)$$

де θ – безрозмірний потенціал температури; γ – максимум зміни в'язкості. Для з'ясування фізичних механізмів, які спостерігають у числових експериментах, описаних вище, створено статичну аналітичну модель відповідно до підходу [19–21]. Ми вважаємо, що реалізація такої моделі в циліндричній системі координат (z, r) (рис. 4), де термохімічний шлейф складається зі сферичної голови радіусом R_h , приєднаної до джерела тонким циліндричним каналом постачання речовини мантії зі сталим радіусом r_c , а отже, і з площею перерізу області сферичного діаметру $S = 4\pi r_c^2$ на підставі закону збереження маси потребує виконання рівняння

$$\frac{dR_h}{dt} = \frac{Q - SU_h}{4\pi R_h^2}, \quad (6)$$

де t – час; Q – постійний приплив об'єму гарячого, проте хімічно густішого матеріалу; U_h швидкість Стокса для шлейфа голови плюму. Припустимо, що в'язкість шлейфа $\eta = \eta_0 / \gamma^*$ (де γ^* – відносна в'язкість) стосовно в'язкості навколишньої холоднішої мантії η_0 мала [28], знайдемо, що

$$U_h = \frac{\Delta\rho_0 g_\oplus R_h^2}{3\eta_0}. \quad (7)$$

Зазначимо, що для полегшення порівняння числових експериментів в моделі діапідканалу, для γ^* і γ в (3), використаємо таке: $\gamma^* = \gamma / 1.95$. На відміну від [25], тепловий і композиційний ефекти враховані в плинності шлейфа $\Delta\rho g_\oplus$. Ефективна різниця між густиною речовини плюму і навколишньої мантії визначена лінійним рівнянням стану (4) з $\chi = 1$, тому

$$\Delta\rho = \rho_0[\alpha(T(z) - T_0) - \beta(z)],$$

де T_0 і ρ_0 є вихідними для температури і густини, а T_h – середня температура голови плюму. Збереження енергії потребує, щоб

$$\frac{d\left(\frac{4\pi}{3} R_h^3 \rho_0 C_p T_h\right)}{dt} = q_h + (Q - SU_h) \rho_0 C_p T_c^* \quad (8)$$

а T_c^* визначає значення горизонтальної середньої температури у верхній частині каналу, просто біля низу шлейфа голови, де саме виникають втрати тепла q_h сферичною головою плюму. Другий член у правій частині рівняння (8) – це внесок у потік тепла, яке підводиться каналом плюму. Визначимо вираз для втрат тепла q_h в циліндричному каналі з загального виразу для теплового потоку плинину, що є на поверхні тіла плюму та в каналі плинину:

$$q_h = -Sk(T_{\max} - T_0)/D_T, \quad (9)$$

де k – коефіцієнт теплопровідності; T_{\max} – максимальна температура в центрі розглянутого об'єму (сфера зверху плюму чи циліндричний канал плинину); а D_T – радіальна відстань від центра об'єму середовища плинину, де $T = T_0$. Оскільки наша модель каналу плинину працює тільки з середніми значеннями температури, то ми повинні виразити q_h і q_c залежно від T_h і T_c – розподілів середніх температур у шлейфі голови та плинину каналу плюму, відповідно. Припустимо, що профіль температури всередині тіла плюму змінюється з квадратичною залежністю, яка відповідає розв'язку рівняння Пуассона для сталої температури стану і зі сталою генерацією тепла гарячим матеріалом плинину плюму:

$$T(r) = (T_{\max} - T_0) \left[1 - \left(\frac{r}{c_h R_h} \right)^2 \right] + T_0 \quad (10)$$

де c_h – стала розвинення для кваддратичної залежності $T(r)$; T_h можна отримати шляхом усереднення $T(r)$ по об'єму голови плюму:

$$T_h = \frac{3}{R_h^3} \int_0^{R_h} T(r) r^2 dr \quad (11)$$

З використанням цього співвідношення (9) перепишемо так:

$$q_h = \frac{4\pi R_h^2 k (T_h - T_0)}{R_h} \left(\frac{5c_h}{5c_h^2 - 3} \right) \quad (12)$$

У разі вибору величини $c_h \cong 2,3$, що добре узгоджується з числовими експериментами [21, 22], (12) спрощується: $q_h \approx -2\pi R_h k (T_h - T_0)$ для $k = k_0 \rho_0 C_p$, де C_p – тепло-

ємність. У наближенні Буссинеку $\rho \cong \rho_0$, а C_p – стала, тому за виразом (6) рівняння (8) перетворимо до вигляду

$$\frac{dT_h}{dt} = \frac{3}{R_h^2} \left[-k_0 \frac{(T_h - T_0)}{2} + \frac{(Q - SU_h)(T_c^* - T_h)}{4\pi R_h} \right]. \quad (14)$$

Додаткове співвідношення необхідне для оцінки температури T_c^* у верхній частині каналу, яку отримуємо у разі розгляду стійкої втрати тепла з боків каналу за рівнянням:

$$\frac{d(U_c S \rho_0 C_p T_c)}{dz} = q_c = -\pi r_c \frac{k(T_c - T_0)}{r_c}, \quad (15)$$

де T_c – горизонтально усереднена температура плиню плюму як провідника тепла на будь-якій висоті z ; а U_c – середнє значення вертикальної швидкості всередині каналу. Якщо припустити, що об'ємний потік у каналі плюму сталий, то сталим є співвідношення $U_c S = Q$, а тоді рівняння (14) набуде вигляду:

$$\frac{dT_c}{dz} = -\frac{\pi k_0 (T_c - T_0)}{Q} \quad (16)$$

із розв'язку якого матимемо T_c^* в разі оцінки його значення на висоті голови плюму z_h . Звідси, нарешті, отримаємо наступне співвідношення зв'язку між висотою z_h голови тіла плюму і його швидкістю $U_h(t)$.

Формулювання нестационарної задачі теплопровідності в тілі плюму. В описі природних, особливо геодинамічних, процесів [3,4] ми головнo стикаємося з задачами, що мають безперервні параметри. Задачі з розривними параметрами середовища (наприклад, середовища із шаруватою структурою) можна звести до розв'язку системи рівнянь із безперервними параметрами з додатковими умовами у вигляді умов з'єднання на межах розривів. Задачі з розривними параметрами і/або розв'язками, у яких нас цікавить звертання розв'язок саме в окраїнах розриву, розв'язують специфічними методами, зокрема методами, у яких поверхні розриву виділяють й обробляють безпосередньо. Для двовимірного випадку і сильнов'язкого нестисливого середовища у зв'язній двовимірній області $\Omega = \{0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b\}$ необхідно знайти функцію $T(x, y, t)$, що задовольняє рівняння

$$\left\{ \left[\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \right] - \frac{k}{\rho C_p} \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] \right\} T(x, y, t) = Q(x, y, t) \quad (18)$$

за відповідних початкових $T_0 = T(x_0, y_0, t)$ та граничних умов

$$k \frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} + \alpha (T - T_c) = q, \quad (19)$$

де \mathbf{n} зовнішня нормаль до межі області $\Omega = \{0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b\}$; x, y просторові координати; t час; U, V компоненти вектора швидкості руху середовища; ρ густина середовища; C_p – теплоємність середовища; k – коефіцієнт теплопровідності; α кое-

фіцієнт теплового розширення; T_C – температура навколишнього середовища; q – густина потоку тепла; $Q(x, y, t)$ теплогенерування в середовищі. Якщо ввести безрозмірні змінні

$$T(x, y, t) = \tilde{T}(x, y, t)T_0, k = \tilde{k}k_0, C_p = \tilde{C}_p C_p^0, t = \frac{\tilde{t}b^2 \rho_0 C_p^0}{k_0}, \rho = \tilde{\rho}\rho_0,$$

$$(U, V) = \frac{(U, V)}{b\rho_0 C_p^0} k_0, x = \tilde{x}a, y = \tilde{y}b, Q(x, y, t) = \tilde{Q}(x, y, t) \frac{k_0 T_0}{b^2},$$

то за їх допомогою можна записати рівняння теплопровідності

$$\left\{ \left[\frac{\partial}{\partial t} + \tilde{U} \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} + \tilde{V} \frac{\partial}{\partial \tilde{y}} \right] - \frac{\tilde{k}}{\tilde{\rho}\tilde{C}_p} \left[\frac{\partial^2}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2}{\partial \tilde{y}^2} \right] \right\} \tilde{T}(\tilde{x}, \tilde{y}, t) = \tilde{Q}(\tilde{x}, \tilde{y}, t) \quad (20)$$

і граничні умови:

$$\left\{ \cos(\gamma) \frac{\partial}{\partial \tilde{x}_1} + \sin(\gamma) \frac{\partial}{\partial \tilde{y}_1} \right\} \tilde{T} = \frac{1}{\tilde{k}k_0} \left(b \frac{(q + \alpha T_C)}{T_0} - \alpha \tilde{T} \right). \quad (21)$$

Для числового розв'язування використовують кінцево-різницевий метод [1, 2]. Задачу розв'язують на рівномірній просторовій сітці. Коефіцієнти рівняння теплопровідності передбачені кусково-безперервними, що накладає деякі обмеження на вид різницевої схеми. Тепер, з огляду на зазначені вище припущення і перетворення коефіцієнтів, формулювання задачі для числового розв'язування можна звести до такої процедури. Розглядають розв'язок $T(x, y, t)$ диференціального рівняння

$$\left\{ \left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\tilde{U}(x, y)}{a} \frac{\partial}{\partial x} + \tilde{V}(x, y) \frac{\partial}{\partial y} \right] - k(x, y) \left[\frac{1}{a} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] \right\} T(x, y, t) = q(x, y, t),$$

$$\tilde{U}(x, y) = U(x, y) - \frac{1}{a} \frac{\partial k(x, y)}{\partial y}, \quad \tilde{V}(x, y) = V(x, y) - \frac{1}{b} \frac{\partial k(x, y)}{\partial y},$$

який необхідно знайти для прямокутної області $\Omega = \{0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b\}$ для всіх $t \in [0, t_N]$, на всіх границях якої задані граничні умови вигляду

$$a_{11} \frac{\partial T}{\partial x} + a_{12} \frac{\partial T}{\partial y} + a_2 T = a_3.$$

Далі будують кінцево-різницевий аналог просторового диференціального оператора. Побудова відбувається з точністю $O(\Delta x^2 + \Delta y^2)$ на п'ятиточковому шаблоні форми "хрест":

$$\frac{\partial T}{\partial t} + U_{ij} \left[\frac{T_{i+1,j} - T_{i-1,j}}{2a\Delta x} \right] + V_{ij} \left[\frac{T_{i,j+1} - T_{i,j-1}}{2\Delta y} \right] =$$

$$= k_{ij} \left[\frac{T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}}{a^2 \Delta x^2} + \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{\Delta y^2} \right] + q_{ij},$$

$$U_{ij} = \tilde{U}(x_i, y_j), \quad V_{ij} = \tilde{V}(x_i, y_j)$$

Такий спосіб побудови монотонних різницевих схем і побудовану вище різницеву схему для зведення до монотонного вигляду треба підкоректувати за допомогою методу регуляризації [1, 2].

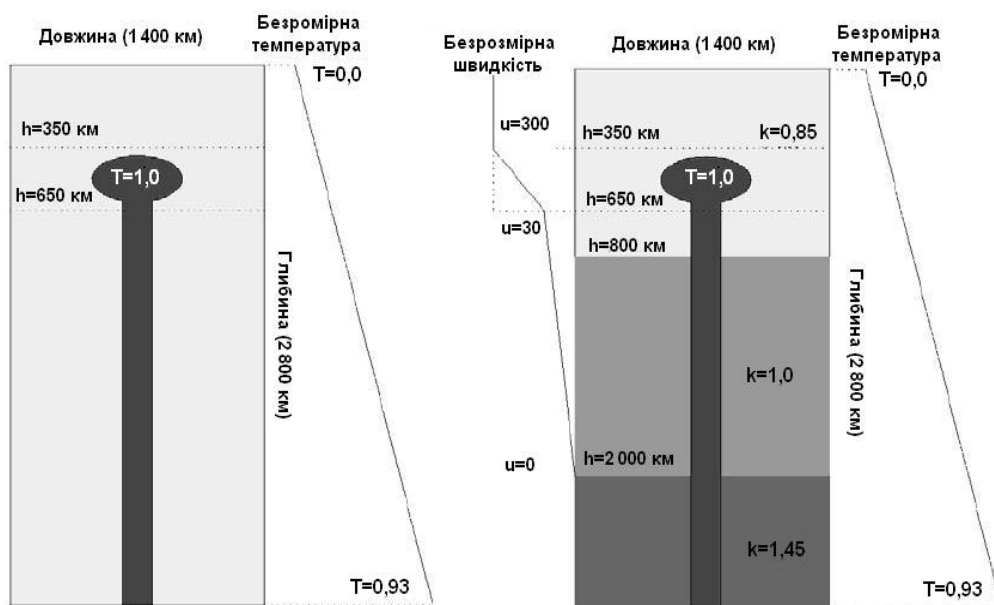


Рис. 6. Область моделювання, початкові умови та розподіл параметрів у числовій моделі 1 (ліворуч) і моделі 2 (праворуч).

Оцінка еволюції плиню плюмів. Зазвичай, розглядають дві моделі еволюції мантийних плюмів: модель без мантийних плинів (модель 1) і модель за наявності мантийних плинів (модель 2). На рис. 6 показано початкові умови для обох моделей. Моделювання виконано у прямокутній області $\Omega = (0, a) \times (0, b)$, де $a = 1\,400$ км довжина моделі, $b = 2\,800$ км – її глибина. Використано рівномірну сітку 300×300 вузлів. На нижній і верхній границях моделі задано безрозмірну температуру $T = 0,93$ ($3\,069$ °К) і $T = 0$ °К, відповідно; температура мантийного плюму $T = 1,0$ ($3\,300$ °К). На вертикальних границях моделі задано нульовий тепловий потік та лінійну залежність початкової температури від глибини. Різниця між розмірною температурою плюму і температурою мантиї на нижній межі моделі $T = 231$ °К, що добре узгоджується з експериментальними петрологічними спостереженнями. У моделі 1 коефіцієнт теплопровідності є сталим у всій області моделювання. У моделі 2 область $\{\Omega\}$ розділена на три шари (0–800, 800–2 000 і 2 000–2 800 км), де коефіцієнт теплопровідності є сталим у кожному з шарів (безрозмірний коефіцієнт теплопровідності $k = (0,85; 1,0; 1,45; 3,825; 4,5; 6,524) \times \text{вт} / (\text{м} \times \text{К})$). Така зміна коефіцієнта теплопровідності мантийних порід з глибиною відповідає експериментальним даним з вивчення фізичних характеристик мантийних порід за високих тисків і температур.

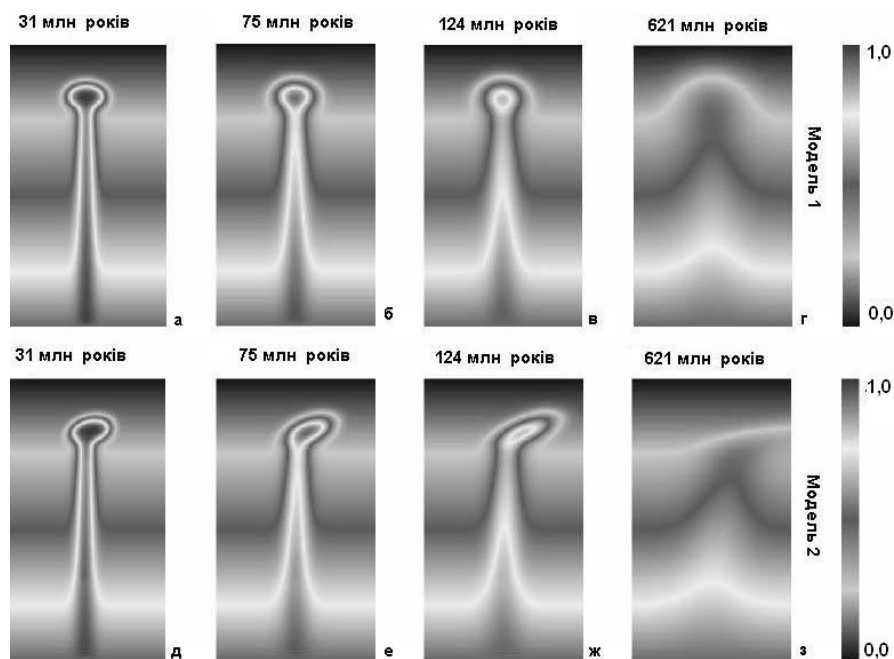


Рис. 7. Кілька стадій теплової дифузії плюму за відсутності мантійних плиннів (модель 1, а-г) і в полі заданих швидкостей плинну (модель 2, д-з).

Передбачають, що літосфера рухається з безрозмірною швидкістю $U = 300$ (26,5 км/млн років) щодо мантії. Швидкість мантії залежить від глибини і є нульовою в нижніх шарах мантії. Відсутність конвективних плиннів у низах мантії підтверджена експериментальними даними про фазові переходи в перовськіті за високих тисків і можливого стрімкого збільшення коефіцієнта теплопровідності [1]. Кілька стадій дифузійного ослаблення (руйнування) мантійного плюму показано на рис. 7. У випадку моделі 1 тепловий плюм зменшується в розмірах, і на середніх мантійних глибинах його ніжка зникає швидше від шапки плюму (див. рис. 7, в). У випадку моделі 2 тепловий плюм зменшується в розмірах, і його шапка зрушується щодо його ніжки. На середніх мантійних глибинах його ніжка зникає швидше шапки плюму (див. рис. 7, е і ж), як і у випадку моделі 1, і швидше від ніжки плюму в моделі 1. Останнє пов'язане зі зростанням коефіцієнта теплопровідності з глибиною. Деформовану шапку плюму ще виразно видно після 75 млн років теплової дифузії плюму. Числові експерименти з вивчення мантійних плюмів засвідчують, що ніжки висхідних гарячих плюмів стають тонкими в разі збільшення числа Релея R_A . За $R_A > 10^7$ (турбулентний режим) шапки теплових плюмів відокремлюються від їхніх ніжок. Ніжки плюмів можуть бути відділені від шапок в разі сильних плиннів у мантії через рух літосфери. У числових експериментах з'ясовано, що ніжки мантійних плюмів руйнуються швидше від шапок плюмів унаслідок теплової дифузії. Це може слугувати поясненням недавніх результатів сейсмотографічних досліджень плюмів, що не виявляють виразних ніжок плюмів на середніх мантійних глибинах. Зрушення і деформація мантійного плюму внаслідок конвективних плиннів не змінюють суттєво риси теплової еволюції мантійних плюмів.

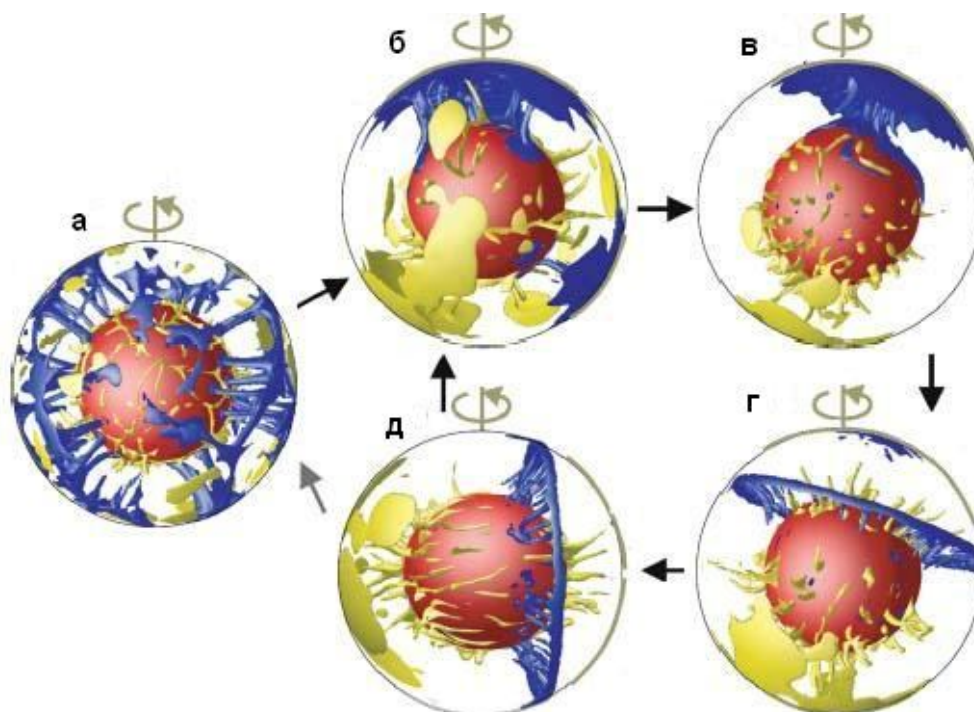


Рис. 8. Еволюційне моделювання плумів та суперплумів у глобальній геодинаміці суперконтинентів [13]: а – хаотичний розподіл плумів в мантії; →б – інтеграція плумів; →в – утворення суперконтинентів; →г – формування суперплумів; →д – утворення суперконтиненту; →а, або →б.

Реалістична зміна коефіцієнта температуропровідності [10] з глибиною приводить до того, що ніжка плуму зникає швидше, ніж у випадку сталого коефіцієнта температуропровідності. На підставі числових і лабораторних експериментів та аналізу сейсмотографічних спостережень [5–8] можна виділити *три головні етапи* в розвитку плуму:

- 1) зародження і підймання вертикального плуму;
- 2) взаємодія плуму з літосферою, гравітаційний спрединг шапки плуму по підшві літосфери, уповільнення сходження плуму і часткове плавлення матеріалу плуму;
- 3) зміна форми (руйнування) плуму внаслідок мантійних плинів і теплової дифузії плуму.

Еволюційне моделювання плумів та суперплумів (рис. 8) у глобальній геодинаміці суперконтинентів дає змогу відтворити глобальні зміни в процесах дослідження геотектонічних картин руху [24–25] та утворення суперконтинентів. Дослідження таких об'єктів є актуальним завданням геотектоніки та проблемою геологічної науки в розумінні формування континентів [5,6, 28] як у минулому, так і в майбутньому нашої планети [9, 13].

1. *Исмаил-Заде А.Т., Короткий А.И., Крупский Д.П., Цепелев И.А., Шуберт Д.* Эволюция тепловых плюмов в мантии Земли // Док. РАН. 2006. Т. 414.
2. *Крупский Д.П., Исмаил-Заде А.Т.* Численное моделирование тепловой диффузии мантийных плюмов // Физика Земли. 2005. №. 9. С. 3–11.
3. *Bull A., McNamara A., Ritsema J.* Synthetic tomography of plume clusters and thermochemical piles // *Earth Planet. Sci. Lett.* 2009. Vol. 278. P. 152–162.
4. *Davaille A., Girard F., Bars M. Le.* How to anchor hotspots in a convecting mantle // *Earth Planet. Sci. Lett.* 2008. Vol. 203. P. 621–634.
5. *Dobretsov N., Kirdyashkin A., Valery A. Vernikovsky, Gladkov I.* Modelling of thermochemical plumes and implications for the origin of the Siberian traps // *Lithos.* 2008. Vol. 100. P. 66–92.
6. *Cammarano F., Goes S., Vacher P., Giardini D.* Inferring upper-mantle temperatures from seismic velocities // *Phys. of the Earth and Plan. Int.* 2003. Vol. 138. P. 197–222.
7. *Garnero E. J.* Heterogeneity of the lowermost mantle // *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.* 2000. Vol. 28. P. 509–537.
8. *Hofmeister A.M.* Mantle values of thermal conductivity and the geotherm from phonon lifetimes // *Science.* 1999. Vol. 283. P. 1699–1706.
9. *Heydari E., Arzani N., Hassanzadeh J.* Mantle plume: The invisible serial killer Application to the Permian–Triassic boundary mass extinction // *Palaeogeography, Palaeoclimatology, Palaeoecology.* 2008. Vol. 264. P. 147–162.
10. *Garnero J., McNamara A.K.* Structure and Dynamics of Earth’s Lower Mantle // *Science.* 2008. Vol. 320. P. 626–628.
11. *Kumagai I.* On the anatomy of mantle plumes: effect of the viscosity ratio on entrainment and stirring // *Earth and Planetary Science Letters.* 2002. Vol. 198. P. 211–224.
12. *Lassak T.M. et al.* Core–mantle boundary topography as a possible constraint on lower mantle chemistry and dynamics // *Earth Planet. Sci. Lett.* 2010. Vol. 289. P. 232–241.
13. *Li Z.-X., Zhong S.* Supercontinent–superplume coupling, true polar wander and plume mobility: Plate dominance in whole-mantle tectonics // *Phys. of the Earth and Planet. Inter.* 2009. Vol. 176. P. 143–156.
14. *Matyska C., Yuen D.A.* Are mantle plumes adiabatic // *Earth Planet. Sci. Lett.* 2001. Vol. 89. P. 165–176
15. *Montelli R., Nolet G., Dahlen F., Masters G., Engdahl E., Hung S.* Finite-frequency tomography reveals a variety of plumes in the mantle // *Science.* 2004. Vol. 303. P. 338–343.
16. *Morency C., Doin M., Dumoulin C.* Convective destabilization of a thickened continental Lithosphere // *Earth Planet. Sci. Lett.* 2002. Vol. 202. P. 303–320.
17. *McNamara A.K., Zhong S.* The influence of thermochemical convection on the fixity of mantle plumes // *Earth Planet. Sci. Lett.* 2004. Vol. 242. P. 485–500.
18. *McNamara A.K., Zhong S.* Thermochemical structures within a spherical mantle: Superplumes or piles? // *J. Geophys. Res.* 2004. Vol. 109. P. 1–14.
19. *Romanowicz B., Gung Y.* Superplume from the core–mantle boundary to the lithosphere: implications for heat flux // *Science.* 2002. Vol. 296. P. 513–516.

20. Rudge J., Champion M., White N., McKenzie D., Lovell B. A plume model of transient diachronous uplift at the Earth's surface // *Earth Planet. Sci. Lett.* 2008. Vol. 267. P. 146–160.
21. Samuel H., Bercovici D. Oscillating and stagnating plumes in the Earth's lower mantle // *Earth Planet. Sci. Lett.* 2006. Vol. 248. P. 90–105.
22. Samuel H., Farnetani C.G. Thermochemical convection and helium concentrations in mantle plumes // *Earth Planet. Sci. Lett.* 2003. Vol. 207. P. 39–56.
23. Sleep N.H. Mantle plumes from top to bottom // *Earth-Science Reviews.* 2006. Vol. 77. P. 231–271.
24. Steinberger B. Plumes in a convecting mantle: Models and observations for individual hotspots // *J. Geophys. Res.* 2000. Vol. 105. P. 11127–11152.
25. Takaku M., Fukao Y. Fluid mechanical representation of plate boundaries in mantle convection modeling // *Phys. of the Earth and Planet. Inter.* 2008. Vol. 166. P. 44–56.
26. Toa A. et al. 3D effects of sharp boundaries at the borders of the African and Pacific Superplumes: Observation and modeling // *Earth Planet. Sci. Lett.* 2005. Vol. 233. P. 137–153.
27. Zhang E., Zhong S., McNamara A. Supercontinent formation from stochastic collision and mantle convection models // *Gondwana Research.* 2009. Vol. 15. P. 267–275.
28. Yanagawa T., Nakada M., Yuen D. A simplified mantle convection model for thermal conductivity stratification // *Phys. of the Earth and Planet. Inter.* 2004. Vol. 146. P. 163–177.

HEAT TRANSFERING AND HEAT FLOW DIFFUSION IN THE EARTH'S MANTLE CONVECTION PLUMES

V. Fourman

Ivan Franko National University of Lviv

Hrushevskij Str. 4, Lviv, 79005, e-mail: fourman@franko.lviv.ua

A model of thermal diffusion of mantle plumes, indicating that stem plumes are destroyed faster than their caps as a result of thermal diffusion. This may explain the recent results seismotomographic studies of mantle plumes that are not show the exponent-governmental legs mantle plumes at the mid depths. The shift and distortion of a mantles plume resulting convection currents did not change significantly the features of the thermal evolution of mantle plumes.

Key words: mantle convection, evolution, plume, diffusion

**ТЕПЛОПЕРЕНОС И ТЕПЛОВАЯ ДИФФУЗИЯ В ПОТОКЕ
КОНВЕКТИВНЫХ МАНТИЙНЫХ ПЛЮМОВ МАНТИИ ЗЕМЛИ****В. Фурман**

*Львовский национальный университет имени Ивана Франко
ул. Грушевского, 4, г. Львов, 79000, e-mail: fourman@franko.lviv.ua*

Разработанная модель тепловой диффузии мантийных плюмов указывает на то, что ножки плюмов разрушаются быстрее их шапок в результате тепловой диффузии. Это может служить объяснением недавних результатов сейсмотомографических исследований мантийных плюмов, что не проявляют выразительных ножек плюмов на средних мантийных глубинах. Сдвиг и деформация мантийного плюма вследствие конвективных течений не изменяют существенно черты тепловой эволюции мантийных плюмов.

Ключові слова: конвекция мантии, эволюция, плюм, диффузия.

Стаття надійшла до редколегії 25.04.2010

Прийнята до друку 04.10.2010