

УДК 550.347.64:551.25

## ТЕРМОДИНАМІЧНІ УМОВИ ФОРМУВАННЯ КОНВЕКТИВНИХ ПОТОКІВ ВЕРХНЬОЇ МАНТІЇ ЗЕМЛІ

**В. Фурман**

*Львівський національний університет імені Івана Франка  
79005 м. Львів, вул. Грушевського, 4  
e-mail: fourman@franko.lviv.ua*

З'ясовано, що диференціація густини речовини в мантії, пов'язана з варіаціями як температури, так і хімічного складу, є рушійною силою мантійної конвекції, а структура розподілу густини мантії має вирішальне значення для розуміння еволюції Землі. Виконано теоретичний аналіз термодинамічних властивостей речовини верхньої мантії Землі, що ґрунтується тільки на вірогідно відомих сейсмічних даних, які є основою для отримання залежності теплового стану мантії від можливих варіацій не тільки температури, а й інших термодинамічних характеристик у різних точках глибинних структур верхньої мантії Землі.

*Ключові слова:* конвекція, термодинамічні характеристики, густина мантії.

Сейсмічні і теплові дані засвідчують, що температура верхньої мантії під давніми кратонами суттєво знижена, принаймні на 400–600 °С, порівняно з молодшими континентальними й океанічними структурами [9]. Отже, якщо не брати до уваги інші чинники, то густина мантії під ними повинна бути підвищена, тобто повинна існувати сила, що дестабілізує ці утворення, унаслідок чого континентальна частина верхньої мантії матиме тенденцію до занурення, а це значно обмежить час існування таких структур [8, 10]. Наприклад, розрахунки В. Трубіцина [11] засвідчують, що, навіть беручи до уваги збільшену в'язкість, час існування кратонів не повинен перевищувати мільярда років, водночас реальний час існування цих структур принаймні у декілька разів більший.

**Варіаційні компоненти густини речовини мантії.** Всі наявні інформаційні дані [1, 2, 5, 7], які ми наразі можемо мати, недостатні для повного розуміння природи термодинамічних і конвективних процесів, що відбуваються в мантії, хоча вони є ключовими положеннями до пояснення багатьох геофізичних і геологічних явищ. Напевне, потрібно врахувати, що варіації густини  $\delta\rho(\vec{r})$  залежні від варіацій тиску, температури й хімічного складу та їхніх розподілів на різних глибинах:

$$\delta\rho(\vec{r}) = \frac{\partial\rho(\vec{r})}{\partial|\vec{r}|} \left( dP \left( \frac{\partial P}{\partial|\vec{r}|} \right)^{-1} + dT \left( \frac{\partial T}{\partial|\vec{r}|} \right)^{-1} \right);$$

$$\left(\frac{\partial \rho(\bar{r})}{\partial P}\right)_T = \frac{\partial \rho(\bar{r})}{\partial |\bar{r}|} \left(\frac{\partial P}{\partial |\bar{r}|}\right)^{-1}; \quad \left(\frac{\partial \rho(\bar{r})}{\partial T}\right)_P = \frac{\partial \rho(\bar{r})}{\partial |\bar{r}|} \left(\frac{\partial T}{\partial |\bar{r}|}\right)^{-1}. \quad (1)$$

Тоді з рівняння Вільямсона–Адамса [1], що пов'язує температурну та баричну залежність для градієнта густини всередині Землі, можна записати в адіабатичному наближенні для баричного та температурного градієнта таке:

$$\left(\frac{\partial P(|\bar{r}|)}{\partial |\bar{r}|}\right)_S = \frac{\Phi(|\bar{r}|)}{\left(1 - \gamma(|\bar{r}|)\rho(|\bar{r}|)C_p(|\bar{r}|)T(|\bar{r}|)\right)} \frac{\partial \rho(|\bar{r}|)}{\partial |\bar{r}|};$$

$$\left(\frac{\partial T(|\bar{r}|)}{\partial |\bar{r}|}\right)_S = \frac{\gamma(|\bar{r}|)T(|\bar{r}|)g(|\bar{r}|)}{\Phi(|\bar{r}|)}, \quad (2)$$

де  $\gamma(|\bar{r}|)$  – коефіцієнт Грюнайзена;  $C_p(|\bar{r}|)$  – ізобарична теплоємність як функції радіальної залежності. Сейсмічний параметр визначають за швидкостями  $V_p(|\bar{r}|), V_s(|\bar{r}|)$  відповідних радіальних розподілів поширення  $P, S$  – сейсмічних хвиль

$$\Phi(|\bar{r}|) = V_p^2(|\bar{r}|) - \frac{4}{3}V_s^2(|\bar{r}|).$$

Якщо ж врахувати радіальну залежність для градієнта густини всередині Землі

$$\left(\frac{\partial \rho(|\bar{r}|)}{\partial |\bar{r}|}\right)_S = -\frac{GM(r)\rho(|\bar{r}|)}{r^2\Phi(|\bar{r}|)}, \quad (3)$$

то напруженість гравітаційного поля Землі  $g(|\bar{r}|)$  залежатиме від маси  $M(r)$ , зосередженої на цій глибині:

$$M(r) = M_{\oplus} - 4\pi \int_r^{R_{\oplus}} \rho(x)x^2 dx.$$

Донедавна всі глобальні конвективні моделі розраховували на підставі припущення, що мантійні неоднорідності густини зумовлені винятково варіаціями поля температур. Однак, мабуть, це припущення не справджується для верхньої мантії континентів. Для того, щоб узгодити цю суперечність, Т. Джордан [7] запропонував гіпотезу, відповідно до якої збільшення густини, зумовлене зниженням температури, скомпенсоване під кратонами завдяки змінам хімічного складу, що спричинені виплавленням з первинної мантійної речовини деяких компонентів на формування кори. Правильність гіпотези Т. Джордана підтверджена експериментальними даними, що отримані на підставі аналізу зразків перидотитів з різних кратонів, згідно з якими густина мантійної речовини під ними може бути зменшена (за однакових  $TP$ -умов) на 1,5–2,5 % щодо верхньої мантії молодих континентальних або океанічних структур [3, 4, 6]. Проте ступінь цієї компенсації дотепер не визначений, також не з'ясовано, до яких глибин можуть поширюватися теплові й хімічні аномалії під континентами. За цих умов уже наявні в мантії великі неоднорідності густини повинні спливати або тонути (за-

лежно від того, легші чи важчі вони від мантиї) на порядок швидше, ніж малі плюми під час зародження в низах мантиї. В умовах нелінійної залежності швидкості деформації від напружень це розходження буде ще більшим. Наявність у мантиї великих неоднорідностей свідчить, однак, що вони рухаються в ній досить повільно, проходячи цей шар за час близько сотень мільйонів років. За таких умов малі плюми, що з'явилися у нижній частині нижньої мантиї, не можуть суттєво переміститися в ній угору за геологічний час. Якщо температура мантиї підвищується з часом, то в її нижній частині речовина ядра повинна плавитися. Важкий розплав, що виділився, стікає в ядро так, як легша магма у верхніх шарах Землі підходить до поверхні. Після відокремлення важкої речовини зовнішнього ядра від нижнього шару нижньої мантиї суміш мінералів, що залишається, стає на  $\Delta\rho \sim 200 \text{ кг/м}^3$  легшою від початкової речовини нижньої мантиї. Ця різниця в густині у кілька разів або на порядок вища від тієї, що зумовлена різницею температур, і приводить до теплової конвекції в мантиї [3, 7]. Легкий матеріал, утворений у низах мантиї внаслідок диференціації за густиною, повинен сливатися вгору – у верхню мантию. Унаслідок цього в мантиї починається хімічна конвекція, рушійною силою якої є значна різниця густини, зумовлена різним складом речовини, а не різницею температури, як у тепловій конвекції, причому відбувається додаткове зростання середовища верхньої мантиї з речовини нижньої мантиї.

**Визначальні чинники формування конвективних потоків.** Два зазначені види конвекції – хімічна і тепла – можуть відбуватися в мантиї і зовнішньому ядрі водночас. Підймання блоків легкого матеріалу через нижню мантию в полі тяжіння супроводжує виділення великої кількості потенціальної енергії, яка, передусім, іде на нагрівання нижньої мантиї поблизу траєкторії блока. В'язкість порід швидко зменшується з підвищенням температури [4, 6]. Тому після підймання блока за ним залишається канал з підвищеною температурою і зниженою в'язкістю. Вздовж нього надалі відбувається піднімання у верхню мантию нових порцій легкого матеріалу, що утворюється в нижній частині мантиї з відокремленням від неї важкої речовини ядра. Водночас речовина мантиї в каналі сильно розігрівається і її в'язкість стає набагато меншою, ніж у навколишньому середовищі мантиї. Диференціація за густиною повинна супроводжуватися появою великих латеральних неоднорідностей густини, що підтверджене варіаціями  $\delta V_s(r)$  поширення сейсмічних хвиль [2, 9, 11] таких областей, у нижній частині нижньої мантиї поблизу межі з ядром, а також значними перекручуваннями цієї межі на коротких відстанях. За наявності рідкої фази повинно також стрімко збільшитися загасання пружних хвиль. Щоб оцінити це, можна спробувати виконати такий термодинамічний аналіз на підставі поведінки ентропії за наявності наведених вище спостережуваних даних та відповідних термодинамічних уявлень нерівноважних процесів, які можуть супроводжувати конвекцію речовини верхньої мантиї Землі. В будь-якій реальній системі завжди відбуваються необоротні дисипативні процеси (дифузія, зміна в'язкості, теплопровідність, теплопередавання, хімічні реакції, фазові переходи), у яких збільшується ентропія. Ентропія  $S$  – єдина функція стану, яку розрізняють у необоротних і оборотних процесах. Зміна ентропії відкритої системи  $dS$  складається з її зміни внаслідок притікання з навколишнього середовища  $dS_e$  та її збільшення  $dS_i > 0$  завдяки внутрішнім дисипативним процесам

$$dS = dS_e + dS_i.$$

У відкритій системі може бути як притікання, так і відтікання ентропії, тобто  $dS_e$  може мати будь-який знак, і ентропія системи разом з навколишнім середовищем завжди зростає відповідно до другого закону термодинаміки. Якщо ж система перебуває в стаціонарному стані, то з неї ентропія відтікає в навколишнє середовище ( $dS_e > 0$ ), компенсуючи вироблену ентропію в системі  $dS_i$ , так що  $dS = 0$ . В стаціонарному нерівноважному стані приріст ентропії може слугувати мірою всіх дисипативних процесів, які відбуваються в системі. Можна визначити ентропію нерівноважних систем так, що збережеться її зв'язок з іншими термодинамічними параметрами, і виразити її формулою Гіббса:

$$dS = (dE + P(\bar{r})dV - \sum_i \mu_i dN_i) / T(\bar{r}). \quad (4)$$

Тут  $E$  – внутрішня енергія системи;  $T(\bar{r})$  – температура;  $P(\bar{r})$  – тиск;  $V$  – об'єм системи;  $\mu_i$  – хімічний потенціал;  $dN_i$  – концентрація  $i$ -ї компоненти системи для області розрахунку, охопленої поверхнею з радіусом ( $\bar{r}$ ). За припущенням локальної термодинамічної рівноваги (справджується для дуже широкого класу явищ; виняток – ударні хвилі) з використанням рівнянь збереження маси й енергії отримаємо рівняння балансу ентропії на одиницю маси:

$$\text{div}(\vec{J}_s(\bar{r})) = \sigma_s - \frac{\partial(\rho(\bar{r})s)}{\partial t}, \quad (5)$$

де  $\sigma_s$  – продукування ентропії;  $\vec{J}_s(\bar{r})$  – потік ентропії, що складається з кондуктивної, конвективної і дифузної частин, який можна записати з (4) так:

$$\vec{J}_s(\bar{r}) = \rho(\bar{r})s\vec{V} + (\vec{Q}(\bar{r}) - \sum_k \rho_k \vec{V}_k \mu_k) / T(\bar{r}). \quad (6)$$

Тоді співвідношення, що визначатиме продукування ентропії  $\sigma_s$ , яке є фактором оцінки можливості утворення конвективних комірок у разі відповідної в'язкості речовини мантії, завдяки варіаціям температури, тиску та густини, міститиме власне ті компоненти, які відповідальні за процеси теплопровідності, в'язкості, дифузії, хімічні реакції та фазові переходи, запишемо так:

$$\sigma_s = \vec{Q}(\bar{r}) \cdot \vec{\nabla} \left( \frac{1}{T(\bar{r})} \right) - \sum_k \left\{ \rho_k \vec{V}_k \cdot \vec{\nabla} \left( \frac{\mu_k}{T(\bar{r})} \right) \right\} - \frac{(\vec{\Pi} \cdot \vec{\nabla}_v - \sum_{kl} \omega_{kl} A_{kl})}{T(\bar{r})},$$

де  $\rho_k$  – густина;  $v$  – швидкість;  $t$  – час;  $\Pi$  – тензор в'язких напружень;  $\vec{Q}(\bar{r})$  – потік тепла;  $k$  – індекс, який позначає величину для  $k$ -ї компоненти;  $\omega_{kl}$  – швидкість  $l$ -ї реакції  $k$ -ї компоненти;  $A_{kl}$  – хімічне споріднення;  $\Pi \cdot \vec{\nabla}_v$  – скалярний добуток тензора в'язких напружень та полів швидкостей.

Перший член відповідальний за продукування ентропії в процесах теплопровідності, другий – за наявності в'язких взаємодій, третій – у дифузії, четвертий – у хімічних реакціях і фазових переходах. Ці члени записані в загальному вигляді, їхній конкретний вигляд відрізняється залежно від ступеня нерівноважності, наприклад, у випадку ламінарних і турбулентних течій у системі і, зви-

чайно, від варіації температури  $\delta T(\bar{r})$  в разі швидких перетворень та швидкоплинних процесів, коли немає ізотермічних умов у середовищі та наявні хімічні реакції з відповідним термодинамічним режимом, який задано значенням  $\bar{\nabla}(\rho_k(r))$ , залежним від  $(\bar{r})$ . Оскільки  $\delta\rho(\bar{r})$ ,  $\delta T(\bar{r})$ ,  $\delta P(\bar{r})$  разом з їхніми градієнтами та градієнтами  $\nabla(\bar{Q}(r))$  і  $\nabla(\mu_k(r))$  є функціями, що залежать від глибини  $(\bar{r})$ , на якій відбуваються процеси конвекції, то саме вони й будуть визначальними факторами для опису геофізичних процесів глибинних структур та конвективних потоків у верхній мантії Землі. Варіації густини  $\delta\rho_\Sigma(\bar{r})$  матимуть інтегральну структуру

$$\delta\rho_\Sigma(\bar{r}) = \delta\rho_T(\bar{r}) + \delta\rho_X(\bar{r}),$$

складену термальною компонентою  $\delta\rho_T(\bar{r})$ , породжену градієнтом  $\nabla(Q(r))$  та хімічною  $\delta\rho_X(\bar{r})$ , причиною якої є градієнт  $\bar{\nabla}(\rho_k(r))$ , що й впливає з (4).

Для оцінки процесів утворення конвективних комірок [2, 3, 10] використовують показник, який має означення як число Релея  $R_a$ , яке теж буде функцією радіуса  $\bar{r}$ , а тоді, аналізуючи (5), ми змушені всі розрахунки виконувати через залежність від  $\bar{r}$ , оскільки  $R_a$  набуватиме значення

$$R_a \Rightarrow R_a(r) = \frac{\alpha(r)\rho(r)g(r)T(r)D^3}{k(r)\eta(r)}$$

через відомі залежності  $\rho(r)$ ,  $g(r)$ ,  $T(r)$  – розподілів густини, тиску та температури з (2) та (3);  $\alpha(r)$ ,  $k(r)$ ,  $\eta(r)$  – коефіцієнтів теплового розширення, дифузії та в'язкості, відповідно. У [3, 4, 6] на підставі термодинамічного підходу отримано значення числа Релея  $R_a$  для конвективних комірок одно- та двоярусної моделі конвекції й залежності розподілу температур  $T(r)$  у верхній мантії. Пояснити це явище з погляду термодинаміки нерівноважних систем для розуміння внеску компонент процесу конвекції турбулентних потоків речовини мантії у вигляді плюмів дає змогу зробити термодинамічний аналіз простої самоузгодженої теплової моделі мантії Землі та її конвекції.

Отже, дослідження структури розподілу густини мантії має вирішальне значення для розуміння еволюції Землі, тому що саме диференціація густини в мантії, пов'язана з варіаціями температури і хімічного складу, – рушійна сила мантійної конвекції. Важливо, що цей аналіз ґрунтується тільки на вірогідно відомих сейсмічних даних, які й є основою для отримання залежності теплового стану мантії від можливих варіацій не тільки температури, а й інших термодинамічних характеристик у різних точках глибинних структур верхньої мантії Землі.

- 
1. *Anderson D.L.* The power balance at the core–mantle boundary // *Physics of the Earth and Planetary Interiors*. 2002. Vol. 131. P. 1–17.

2. *Courtillot V., Davaille A., Besse J., Stock J.* Three distinct types of hotspots in the Earth's mantle // *Earth and Planetary Science Letters*. 2003. Vol. 205. P. 295–308.
3. *Deschamps F., Trampert J.* Towards a lower mantle reference temperature and composition // *Earth and Planetary Science Letters*. 2004. Vol. 222. P. 161–175.
4. *Ghent E.D., Dipple G.M., Russell J.K.* Thermodynamic models for eclogitic mantle lithosphere // *Earth and Planetary Science Letters*. 2004. Vol. 218. P. 451–462.
5. *Ghies Sa.R., Jarvis G. T.* Mantle flow reversals in cylindrical Earth models // *Physics of the Earth and Planetary Interiors*. 2007. Vol. 165. P. 194–207.
6. *Kuskov O. L., Kronrod V. A.* Determining the Temperature of the Earth's Continental Upper Mantle from Geochemical and Seismic Data // *Geochemistry International*. 2006. Vol. 44. N. 3. P. 232–248.
7. *Mooney W.D., Vidale J.E.* Thermal and chemical variations in subcrustal cratonic lithosphere: evidence from crustal isostasy // *Lithos*. 2003. Vol. 71. P. 185–193.
8. *Phillips B.R., Bunge H.-P.* Heterogeneity and time dependence in 3D spherical mantle convection models with continental drift // *Earth and Planetary Science Letters*. 2005. Vol. 233. P. 121–135.
9. *Sleep N.H.* Mantle plumes from top to bottom // *Earth-Science Reviews*. 2006. Vol. 77. P. 231–271.
10. *Takaku M., Fukao Y.* Fluid mechanical representation of plate boundaries in mantle convection modeling // *Physics of the Earth and Planetary Interiors*. 2008. Vol. 166. P. 44–56.
11. *Trubitsyn V.P.* Principles of the tectonics of floating continents // *Izvestiya. Physics of the Solid Earth*. 2000. Vol. 36. P. 708–741.

### THERMODYNAMICS CONDITIONS OF THE FLOW CONVECTION FORMATION REASONS INTO UPPER EARTH'S MANTLE

**V. Fourman**

*Ivan Franko National University of Lviv, Hrushevskij Str. 4, UA-79005 Lviv  
e-mail: fourman@franko.lviv.ua*

The correlation mantle thermo state from possible temperature variations on core-mantle region are showed and Earth's mantle thermo model is constructed. The obtaining mantle's temperature from observes about the thermal flooding including factor uncertainty, which connected with complexity determination crust's component from the results of interpretation of the observer thermal flooding. It should be noted about correlation between thermal process convection into mantle and value of thermal flooding in the Earth' crust.

*Key words:* convection, thermodynamic characteristics, mantle density.

---

**ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ ФОРМИРОВАНИЯ  
КОНВЕКТИВНЫХ ПОТОКОВ ВЕРХНЕЙ МАНТИИ ЗЕМЛИ****В. Фурман**

*Львовский национальный университет имени Ивана Франко  
79005 м. Львов, ул. Грушевского, 4  
e-mail: fourman@franko.lviv.ua*

Выяснено, что дифференциация плотности вещества в мантии, связанная с вариациями температуры и химического состава, является движущей силой мантийной конвекции, а структура деления плотности мантии имеет решающее значение для понимания эволюции Земли. Выполнен теоретический анализ термодинамических свойств вещества верхней мантии Земли только на достоверно известных сейсмических данных, которые являются основанием для получения зависимости теплового состояния мантии от возможных вариаций не только температуры, но и других термодинамических характеристик в разных точках глубинных структур верхней мантии Земли.

*Ключевые слова:* конвекция, термодинамические характеристики, плотность мантии.

Стаття надійшла до редколегії 15.05.2009

Прийнята до друку 28.10.2009