

УДК 552.11+551.24.02

МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ ГІРСЬКОГО МАСИВУ ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ ПЛАСТОВОГО ТИСКУ

Ю. Стародуб¹, В. Карпенко², Т. Брич³, Б. Купльовський⁴

¹“Науканафтогаз” НАК “Нафтогаз України”, Карпатський центр
м. Львів, вул. Володимира Великого, 4
e-mail: George_Starodub@yahoo.com

²“Науканафтогаз” НАК “Нафтогаз України”
08132 Київська обл., м. Вишневе, вул. Київська, 8
e-mail: Karpenko@naukanaftogaz.kiev.ua

³Інститут прикладних проблем механіки і математики НАН України
м. Львів, вул. Наукова, 3б
e-mail: tb@mail.lviv.ua

⁴Інститут геофізики НАН України
м. Львів, вул. Ярославенка, 27
e-mail: Bohdan_Kuplyovsky@yahoo.com

Описано методику моделювання напруженого стану гірського масиву для оцінки пластових порових тисків у випадку малих значень релаксації пружних модулів із застосуванням методу скінченних елементів. Результати моделювання використані для оцінки і прогнозування пластового тиску напруженого стану гірського масиву.

Ключові слова: гірський масив, напружений стан, пластовий тиск, моделювання, метод скінченних елементів.

Один з підходів до розв’язання сформульованої задачі теорії пружності – метод скінченних елементів (МСЕ) із застосуванням варіаційного підходу. Він полягає у визначенні поля переміщень шляхом мінімізації виразу для потенціальної енергії (Π) розглянутого середовища. За одержаними значеннями переміщень визначено компоненти тензорів деформацій і напружень. Принцип мінімуму потенціальної енергії, використовуюваної за такого підходу, формулюють так: серед усіх допустимих переміщень стаціонарному значенню потенціальної енергії відповідають лише ті значення, що задовольняють умови рівноваги для тіла об’єму V з поверхнею S :

$$\delta\Pi = \delta\Lambda - \delta W = 0, \quad (1)$$

$$\Lambda = ? \int_V \varepsilon^T \sigma dv, \quad (2)$$

де Λ – енергія деформації системи; ε , σ – тензори деформацій і напружень; $W = W_C + W_P + W_B$ – енергія зовнішніх сил, яка складається з суми енергій, концентрованих у вузлах сил W_C , поверхневих сил W_P і об’ємних сил W_B .

Лінійна апроксимація компонент переміщення $\mathbf{u} = (u \ v \ w)^T$ на скінченному елементі

$$\mathbf{u} = \mathbf{N}^{(e)} \mathbf{U}, \quad (3)$$

де $\mathbf{u} = (u^i, u^j, u^k)^T$ – вектор переміщення в середовищі, $i, j, k = 1, \dots, N_e$; N_e – кількість скінченних елементів сітки розбиття моделі; $\mathbf{U} = (u_{3i-2}, u_{3i-1}, u_{3i}, u_{3j-2}, u_{3j-1}, u_{3j}, u_{3k-2}, u_{3k-1}, u_{3k})^T$ – вектор-стовпець переміщення у вершинах i, j, k елемента. Тут $\mathbf{N}^{(e)}$ – матриця функцій форми, яка залежить від координат і визначає переміщення в модельному середовищі через значення переміщення у вузлах сітки розбиття моделі [1, 3, 6].

Розглянемо прийнятий практично в сейсміці двовимірний розріз середовища. Запишемо алгоритм отримання функцій форми в разі апроксимації однієї компоненти переміщення в плоскому перерізі моделі (апроксимацію другої компоненти виконують аналогічно). Матрицю функцій форми зображення компоненти переміщення значеннями в вузлах запишемо у вигляді

$$\mathbf{N}^{(e)} = \begin{bmatrix} N_i & 0 & 0 & N_j & 0 & 0 & N_k & 0 & 0 \\ 0 & N_i & 0 & 0 & N_j & 0 & 0 & N_k & 0 \end{bmatrix}.$$

Це матриця функцій форми, яка визначає зв'язок між переміщеннями в вершинах елемента і в тілі модельного розрізу.

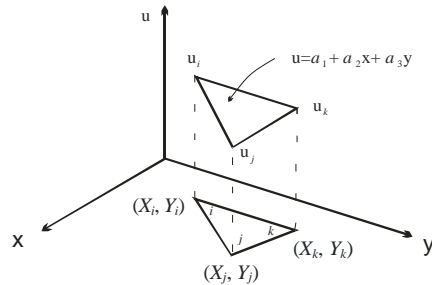


Рис. 1. Двовимірний елемент.

Отримаємо вирази для функцій форми N_i, N_j, N_k .

Переміщення у вершинах елемента в тілі модельного розрізу показано на рис. 1. Елемент – це трикутник з прямолінійними сторонами і трьома вузлами – по одному в кожній вершині. Необхідною є логічна нумерація вузлів елемента. Тут використано послідовну нумерацію вузлів проти годинникової стрілки, починаючи з деякого i -го вузла, який обрано довільно. Вузлові значення

скалярної величини u_α ($\alpha = i, j, k$) позначимо через u_i, u_j, u_k , а координати пари трьох вузлів – через $(X_i, Y_i), (X_j, Y_j), (X_k, Y_k)$. Для простоти опустимо індекс α в u_α , тоді інтерполяційний поліном для u набуде вигляду

$$u = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y. \quad (4)$$

У вузлах виконуються такі умови:

$$\begin{aligned} u &= u_i \quad \text{при} \quad x = X_i, \quad y = Y_i, \\ u &= u_j \quad \text{при} \quad x = X_j, \quad y = Y_j, \\ u &= u_k \quad \text{при} \quad x = X_k, \quad y = Y_k. \end{aligned} \quad (5)$$

Підстановка цих умов у формулу (4) приводить до системи рівнянь

$$\begin{aligned} u_i &= \alpha_1 + \alpha_2 X_i + \alpha_3 Y_i, \\ u_j &= \alpha_1 + \alpha_2 X_j + \alpha_3 Y_j, \\ u_k &= \alpha_1 + \alpha_2 X_k + \alpha_3 Y_k. \end{aligned} \quad (6)$$

Розв'язуємо систему, отримуємо

$$\alpha_1 = \frac{1}{2A} [(X_j Y_k - X_k Y_j)u_i + (X_k Y_i - X_i Y_k)u_j + (X_i Y_j - X_j Y_i)u_k],$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{2A} [(Y_j - Y_k)u_i + (Y_k - Y_i)u_j + (Y_i - Y_j)u_k],$$

$$\alpha_3 = \frac{1}{2A} [(X_k - X_j)u_i + (X_i - X_k)u_j + (X_j - X_i)u_k].$$

Визначник системи пов'язаний з площею трикутника A співвідношенням

$$\begin{vmatrix} 1 & X_i & Y_i \\ 1 & X_j & Y_j \\ 1 & X_k & Y_k \end{vmatrix} = 2A. \quad (7)$$

Після підстановки значень α_1 , α_2 , і α_3 у формулу (4) можемо записати вираз для u :

$$u = N_i u_i + N_j u_j + N_k u_k, \quad (8)$$

де

$$N_i = \frac{1}{2A} [a_i + b_i x + c_i y], \quad \begin{cases} a_i = X_i Y_k - X_k Y_j, \\ b_i = Y_i - Y_k, \\ c_i = X_k - X_j; \end{cases}$$

$$N_j = \frac{1}{2A} [a_j + b_j x + c_j y], \quad \begin{cases} a_j = X_k Y_i - X_i Y_j, \\ b_j = Y_k - Y_i, \\ c_j = X_i - X_k; \end{cases}$$

$$N_k = \frac{1}{2A} [a_k + b_k x + c_k y], \quad \begin{cases} a_k = X_i Y_j - X_j Y_i, \\ b_k = Y_i - Y_j, \\ c_k = X_j - X_i. \end{cases}$$

Останнє співвідношення для переміщення визначає три функції форми елемента – по одній для кожного вузла.

Залежність між деформаціями і переміщеннями (3) у випадку двовимірного середовища набуде вигляду

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \varepsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x},$$

для поточного елемента (е) запишемо в матричному вигляді:

$$\varepsilon = \mathbf{B}^{(e)} \mathbf{U}, \quad (9)$$

де $\mathbf{B}^{(e)}$ – диференціальний оператор.

Закон Гука (рівняння стану) щодо розглянутого розрізу з урахуванням (3) матиме вигляд

$$\sigma = \mathbf{D}^{(e)} \varepsilon, \quad (10)$$

де $\mathbf{D}^{(e)}$ – матриця пружних характеристик елемента (е).

Для виконання рівності (1) запишемо вирази енергії деформації кожного елемента об'єму $V^{(e)}$ з урахуванням виразів (3), (9), (10):

$$\Lambda^{(e)} = \frac{1}{2} \int_V \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} \, dv = \frac{1}{2} \int_V \mathbf{U}^T \mathbf{B}^{(e)T} \mathbf{D}^{(e)} \mathbf{B}^{(e)} \mathbf{U} \, dv,$$

для роботи зовнішніх сил

$$W = W_B + W_P + W_C = \int_{V^{(e)}} \mathbf{U}^T \mathbf{N}^{(e)T} \mathbf{F} \, dv + \int_{S^{(e)}} \mathbf{U}^T \mathbf{N}^{(e)T} \mathbf{P}_2 \, ds + \mathbf{U}^T \mathbf{P}_1$$

де $S^{(e)}$, $V^{(e)}$ – площа й об'єм елемента (e); F – вектор об'ємних сил; P_2 – вектор поверхневих сил; P_1 – вектор зосереджених у вузлах сил. Тоді вираз для повної енергії системи Π набуде вигляду

$$\Pi = \sum_{e=1}^E \left(\frac{1}{2} \int_{V^{(e)}} \mathbf{U}^T \mathbf{B}^{(e)T} \mathbf{D}^{(e)} \mathbf{B}^{(e)} \mathbf{U} \, dv - \int_{V^{(e)}} \mathbf{U}^T \mathbf{N}^{(e)T} \mathbf{F} \, dv - \int_{S^{(e)}} \mathbf{U}^T \mathbf{N}^{(e)T} \mathbf{P}_2 \, ds \right) - \mathbf{U}^T \mathbf{P}_1.$$

Розглянемо замкнуті динамічні системи. Системи коливаються так, що їхня потенціальна енергія Π прямує до нуля. Щоб задовольнити рівняння (1), диференціюємо отриманий вираз за U і результат прирівнюємо до нуля (згідно з правилом диференціювання матриць [2]):

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \mathbf{U}} = \sum_{e=1}^E \left(\int_{V^{(e)}} \mathbf{B}^{(e)T} \mathbf{D}^{(e)} \mathbf{B}^{(e)} \mathbf{U} \, dv - \int_{V^{(e)}} \mathbf{N}^{(e)T} \mathbf{F} \, dv - \int_{S^{(e)}} \mathbf{N}^{(e)T} \mathbf{P}_2 \, ds \right) - \mathbf{P}_1 = 0.$$

Уводимо позначення для матриці жорсткості

$$\mathbf{K} = \sum_{e=1}^E \int_{V^{(e)}} \mathbf{B}^{(e)T} \mathbf{D}^{(e)} \mathbf{B}^{(e)} \, dv \quad (11)$$

і вектора навантаження

$$\mathbf{f} = \sum_{e=1}^E \mathbf{f}^{(e)}, \quad (12)$$

де $\mathbf{f}^{(e)} = \int_{V^{(e)}} \mathbf{N}^{(e)T} \mathbf{F} \, dv + \int_{S^{(e)}} \mathbf{N}^{(e)T} \mathbf{P}_2 \, ds + \mathbf{P}_1$ – відповідно, сума прикладених зовнішніх сил, поверхневих і точкових зусиль. У цих формулах (e) – номер розглянутого елемента; E – загальна кількість елементів, на які розбито модель; $V^{(e)}$, $S^{(e)}$ – об'єм і площа одного розглянутого елемента.

У підсумку отримуємо скінченну систему лінійних алгебричних рівнянь відносно U , яка в матричному зображенні набуває вигляду

$$\mathbf{K} \mathbf{U} = \mathbf{f}. \quad (13)$$

Систему лінійних рівнянь (13) розв'язують ітераційним методом Гауса–Зейделя [2]. Крайові умови задовольняють шляхом задання значень крайових переміщень у глобальний вектор переміщень U з відповідною модифікацією системи і заповненням глобального вектора зовнішніх сил f .

Виконано моделювання напруженого стану неоднорідного гірського масиву з використанням сейсмічного перерізу земної кори по опорній св. Байрак-35 Дніпровсько-Донецької западини. Модель будували з урахуванням даних сейсміч-

ного каротажу та за результатами амплітудно-спектрального аналізу польових даних сейсмозвідування.

У моделюванні МСЕ важливу роль відіграє сітка розбиття моделі. Розбиття відчутно впливає на точність і частотний діапазон експерименту, тому з огляду на великі лінійні розміри було проведено масштабування моделі. Оскільки модель є лінійною, то зменшено лінійні розміри на один порядок, а щоб це не позначилося на хвильовому полі, також знижено на один порядок швидкості поздовжніх та поперечних коливань середовища. Масштабування, відповідно, дало змогу використовувати швидкодію та параметри сучасних персональних комп'ютерів, домогтися достатньо тонкого (сторона трикутника – 2 м) розбиття для забезпечення необхідної точності експерименту.

На рис. 2 зображено модель шаруватого середовища по опорній св. Байрак-35, з нанесеною на неї сіткою розбиття, вертикальною лінією показано опорну свердловину.

На рис. 3 показані зрізи двох нафтоносних горизонтів, на вертикальну вісь нанесено глибину залягання горизонтів у метрах, на горизонтальні осі – геометричні розміри площин у метрах, відтинками – зони з різними динамічними параметрами середовища, зображеними на рис. 2.

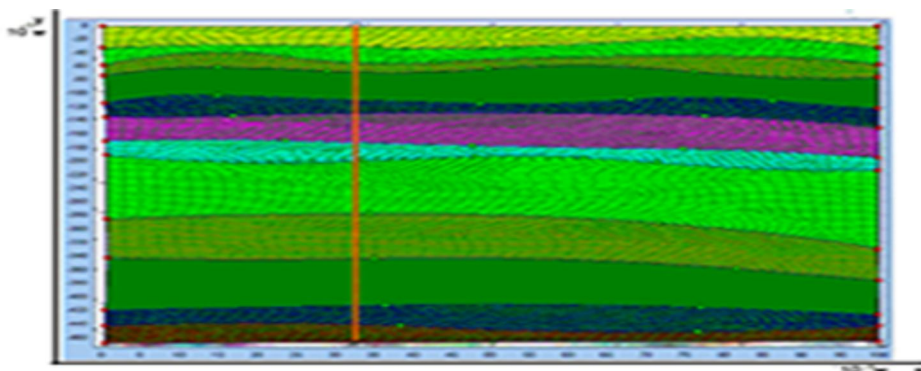


Рис. 2. Модель шаруватого середовища, побудована за геофізичними та сейсмічними даними по опорній св. Байрак-35.

Тиск у горизонтальному напрямі по осі X (10^5 Н/м², у горизонтальній площині) приводить до розподілу компонент напружень і деформацій у моделі (див. рис. 2).

Моделі середовищ з аномаліями порового тиску. У сейсмозвідуванні такі моделі почали розвиватися особливо швидко протягом останнього часу, хоча перші спроби в цьому напрямі були зроблені ще наприкінці ХХ ст. [2, 4, 5]. Для досліджуваного розрізу прогноз порового тиску до буріння важливий упродовж усього циклу розвідування й освоєння родовища. На стадії розвідування він допомагає оцінити якості покритишки і картування шляхів міграції вуглеводнів в аналізі особливостей седиментаційного басейну і конфігурації конкретної пастки. Під час розвідувального й експлуатаційного буріння попередній прогноз порового тиску відіграє вирішальну роль у проектуванні обсадження і режиму буріння, оперативний –

у своєчасній зміні бурового розчину. Інтервалам розрізу з аномально високим поровим (пластовим) тиском (АВПТ) порівняно з нормальним тиском у тих же породах і на тій же глибині властиві підвищені пористість, температура і коефіцієнт Пуассона та знижена об'ємна щільність, ефективний тиск й інтервальні швидкості.

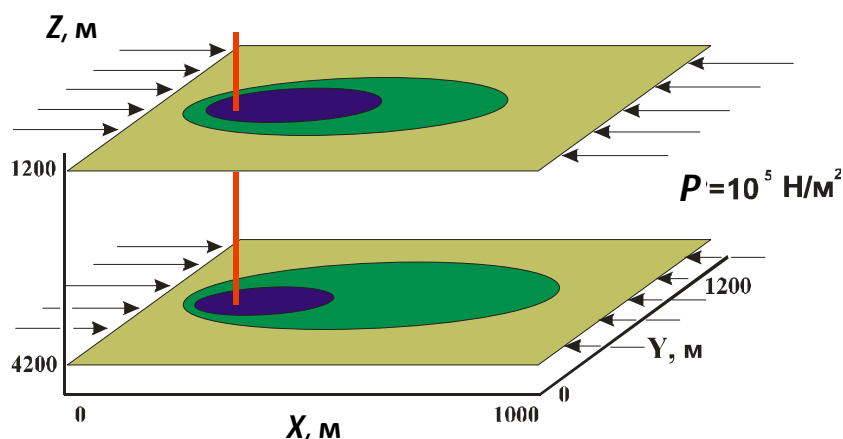


Рис. 3. Моделі горизонтальних зрізів двох нафтоносних горизонтів, побудовані за геофізичними та сейсмічними даними по опорній св. Байрак-35, вертикальною лінією показана свердловина.

Аномалії швидкостей і щільності на контактах пластів з АВПТ виявляються в аномаліях коефіцієнтів відбиття (амплітуд). Отже, “сейсмічним образом” АВПТ є знижені швидкості в пласті з АВПТ і амплітудні аномалії: негативні, якщо беруть амплітуду відбиття від покрівлі пласта з АВПТ, і позитивні, якщо відбиття – від підшви такого пласта. Головні причини АВПТ – нерівноважне ущільнення порід, природний крекінг (перетворення нафти в газ) і дегідратація глин у разі діагенезу [5]. Головним з них є нерівноважне ущільнення. Воно виникає, коли швидкість накопичення високопористих, слабопроникних глинистих осадів більша, ніж швидкість їхньої природної “механічної” дегідратації під впливом гравітаційного ущільнення. За цих умов поровий флюїд приймає на себе частину ваги перекриття. Ця частина створює аномалію порового тиску. Наскільки ця частина велика, залежить від співвідношення між пористістю і проникністю осаду, швидкістю осадонагромадження (тобто швидкості зростання ваги перекриття) і тектонічного напруження.

Поровий флюїд, приймаючи на себе частину ваги перекриття, розвантажує контакти зерен і знижує контактну пружність породи, а отже, і швидкості хвиль. Перетворення керогену на нафту і нафти на газ пов'язане з підвищенням температури і тиску в міру занурення нафтоматеринської породи (зазвичай, глини, багатої на органіку) на щораз більшу глибину. Газ, що утворився, на початку цього процесу повністю розчинений у нафті, що збільшує її рухливість. Нафта мігрує і скупчується в резервуарах з непроникною покришкою. Процес продовжується вже в резервуарі: за подальшого зростання глибини залягання частина газу залишається вільною, якщо температура підвищується до деякого критичного значення, залежного від тиску. Збільшення відносного об'єму вільного газу триває доти, доки вся нафта не перейде в газ або доки не припиниться занурення.

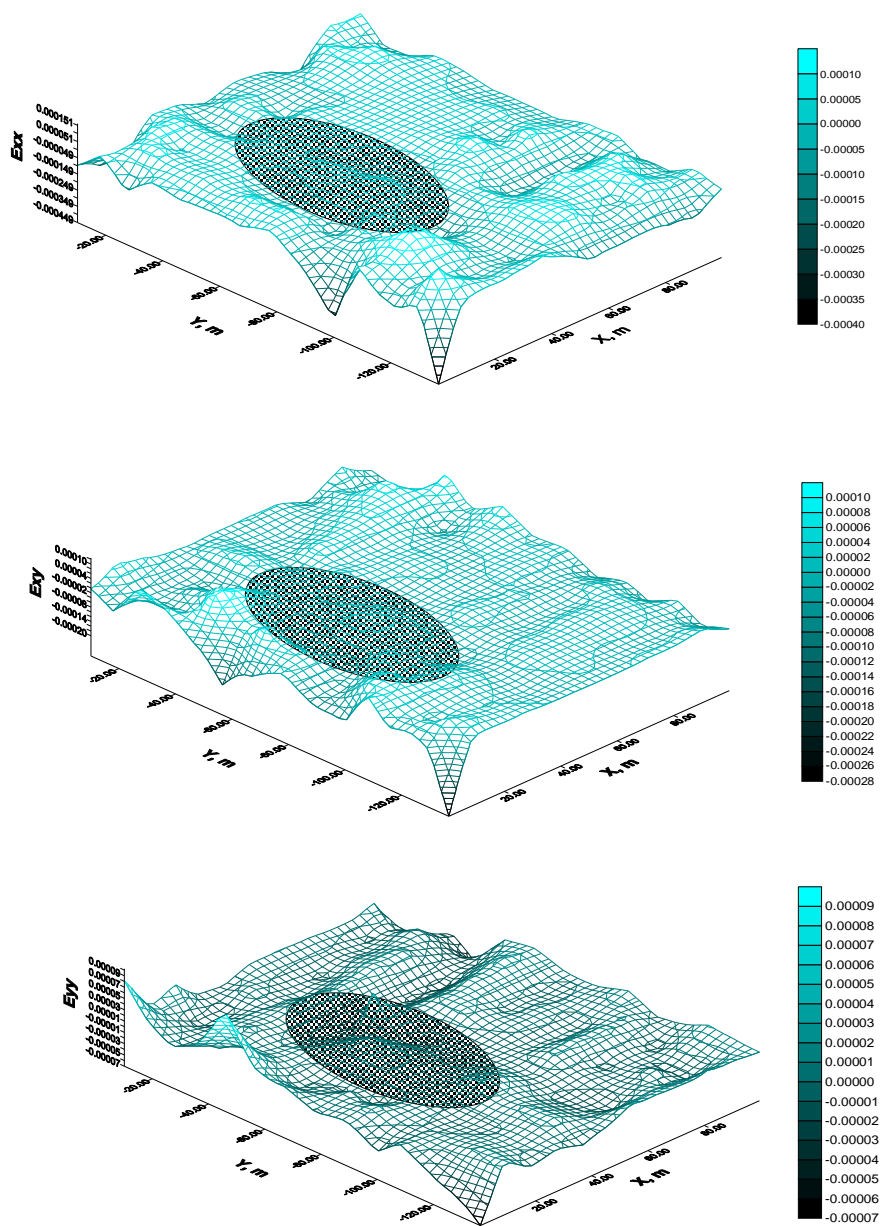


Рис. 4. Розподіл поперечних (E_{xx}), зсувних (E_{xy}) і поздовжніх (E_{yy}) деформацій для горизонту з глибиною залягання 1 200 м.

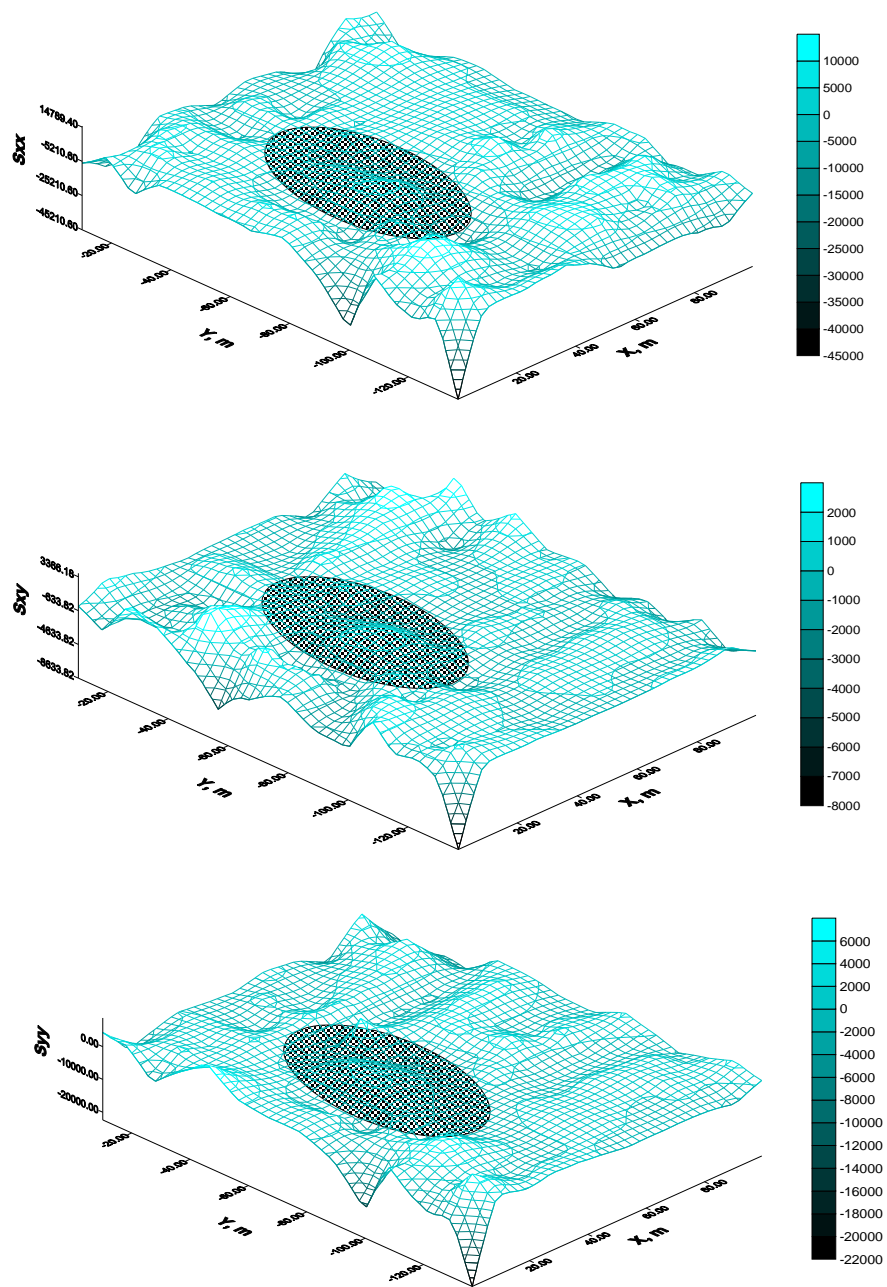


Рис. 5. Розподіл поперечних (S_{xx}), зсувних (S_{xy}) і поздовжніх (S_{yy}) напружень для горизонту з глибиною залягання 1 200 м.

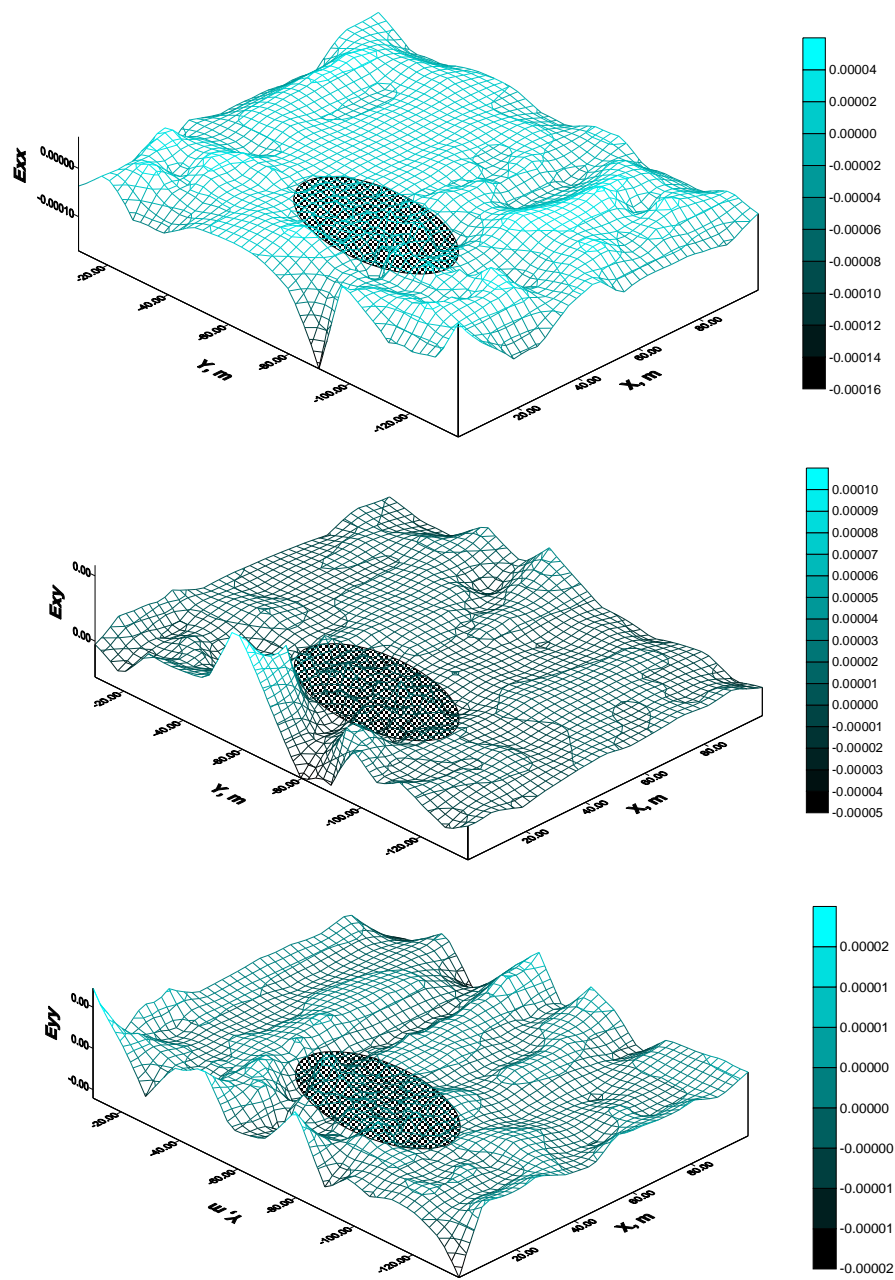


Рис. 6. Розподіл поперечних (E_{xx}), зсувних (E_{xy}) і поздовжніх (E_{yy}) деформацій для горизонту з глибиною залягання 4 200 м.

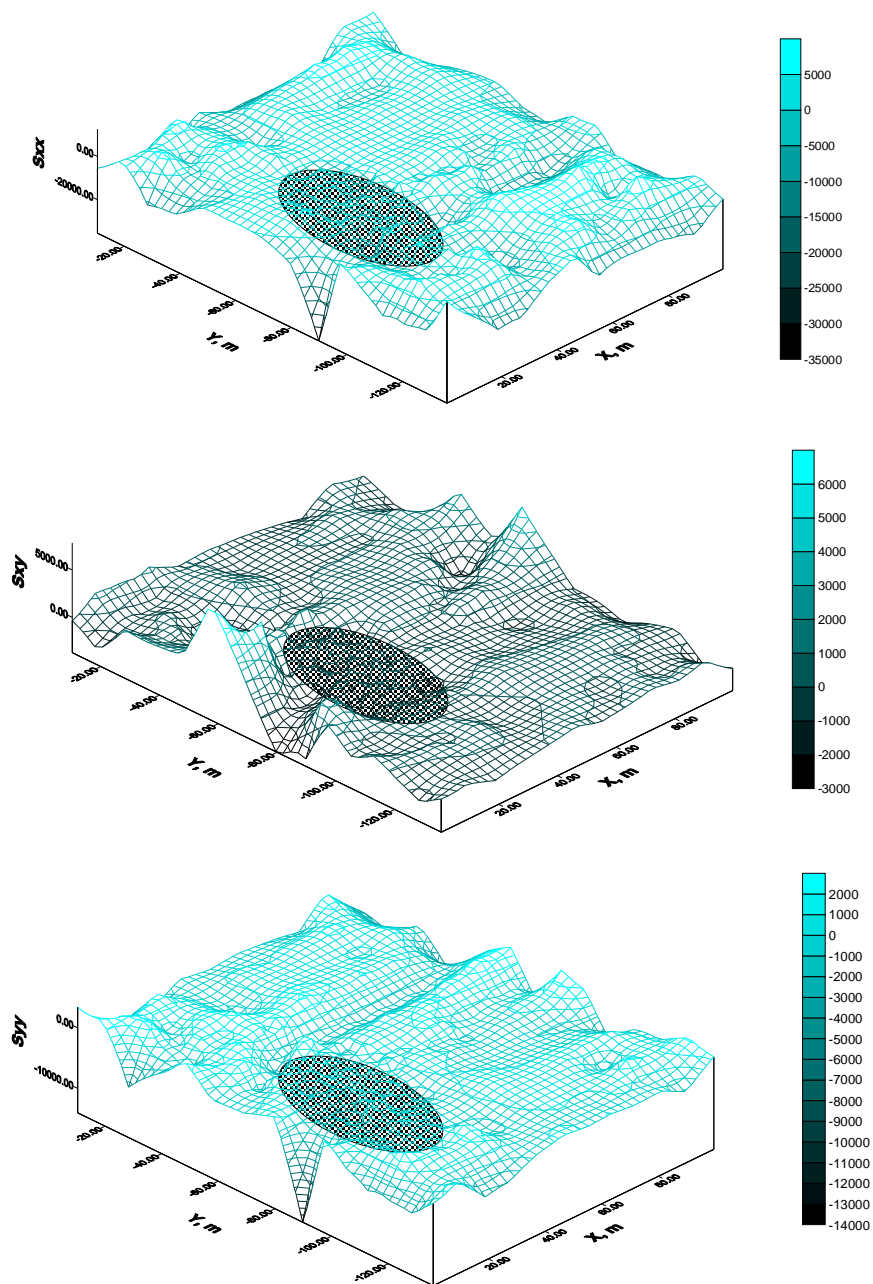


Рис. 7. Розподіл поперечних (S_{xx}), зсувних (S_{xy}) і поздовжніх (S_{yy}) напружень для горизонту з глибиною залягання 4 200 м.

Недолік проникності в разі достатньо швидкого збільшення об'єму газу веде до АВПТ. У цьому випадку виштовхувальна сила вільного газу створює додатковий тиск на покритку, що веде до часткового порушення її цілісності, звідси – “газові труби” над родовищем. Дегідратація глин у разі діагенезу підсилює ефект нерівноважного ущільнення. Сметит, що становить значну частину свіжовідкладеного осаду в міру занурення й ущільнення породи, перетворюється в іліт, втрачаючи зв'язану воду, яка, доповнюючи поровий флюїд, підсилює поровий тиск і ефект розвантаження контактів зерен.

Отже, з теоретичного і практичного розуміння вирішення питання про наявність покладів нафти і газу важливим є дослідження напружено-деформованого стану породи і пов'язаних з ним проявів аномального порового і пластового тиску.

На рис. 4–7 показані результати модельного дослідження розподілу поздовжніх, зсувних та поперечних деформацій і напружень для моделі свердловини на Байрацькому родовищі. Отримані результати засвідчують прояви аномального пластового тиску у випадку умов, зображених на рис. 3. Темним фоном виділені зони АВПТ.

-
1. *Bathe K., Wilson E.* Численные методы анализа и метод конечных элементов. М.: Стройиздат, 1982. 448 с.
 2. *Козлов Е.А.* Модели среды в разведочной сейсмологии. Тверь: Изд-во ГЕРС, 2006. 480 с.
 3. *Сегерлинд Л.* Применение метода конечных элементов. М.: Мир, 1979. С. 341–352.
 4. *Banik N.C., Lerche I., Resnick J.R., Shuey R.T.* Stratigraphic filtering, Part II: Model spectra // *Geophysics*. 1985. Vol. 50. N 12. P. 2775–2783.
 5. *Banik N.C., Lerche I., Shuey R.T.* Stratigraphic filtering, Part I: Derivation of the O'Doherty-Anstey formula // *Geophysics*. 1985. Vol. 50. N 12. P. 2768–2774.
 6. *Bathe K.-J.* Finite element procedures in engineering analysis. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 1982. 738 p.

ROCKS STRESS STATE MODELING FOR THE PROGNOSIS OF BED PRESSURE

Y. Starodub¹, V. Karpenko², T. Brych³, B. Kuplyovsky⁴

¹*“Naukanaftogaz” of NAK Naftogaz of Ukraine, Carpathian center
Volodymyr Velykij Str. 4, UA–79005 Lviv
George_Starodub@yahoo.com*

²*“Naukanaftogaz” of NAK Naftogaz of Ukraine
Kyivska Str. 8, UA–08132 Kiev region, Vyshneve
Karpenko@naukanaftogaz.kiev.ua*

³*IPPM, NAS of Ukraine, Naukova Str. 3b, UA–79005 Lviv
tb@mail.lviv.ua*

⁴*Institute of geophysics, NAS of Ukraine, Yaroslavenko Str. 27, UA–79005 Lviv
Bohdan_Kuplyovsky@yahoo.com*

In this work is presented method of investigation of the stress state of mountain rocks with the purpose of estimation of bed porous pressures in the case of small values of stress modules relaxation with the application of finite elements method. Modelling results are managed for an estimation and prognosis of bed pressure of the stressed state of mountain rocks.

Key words: mountain rock, stress state, bed pressure, modelling, finite elements method.

МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В ГОРНИХ ПОРОДАХ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПЛАСТОВОГО ДАВЛЕНИЯ

Ю. Стародуб¹, В. Карпенко², Т. Брич³, Б. Куплевский⁴

¹*“Науканефтегаз” НАК “Нефтегаз Украины”, Карпатский центр
г. Львов, ул. Владимира Великого, 4
e-mail: George_Starodub@yahoo.com*

²*“Науканефтегаз” НАК “Нефтегаз Украины”
08132 Киевская обл., г. Вишневое, ул. Киевская, 8
e-mail: Karpenko@naukanaftogaz.kiev.ua*

³*ИППМ НАН Украины, г. Львов, ул. Научная, 3б
e-mail: tb@mail.lviv.ua*

⁴*Институт геофизики НАН Украины, г. Львов, ул. Ярославенко, 27
e-mail: Bohdan_Kuplyovsky@yahoo.com*

Представлена методика моделирования напряжений в горных породах для оценки пластовых поровых давлений в случае небольших значений релаксации напряженных модулей с применением метода конечных элементов. Результаты моделирования использованы для оценки и прогнозирования пластового давления напряженного состояния горного массива.

Ключевые слова: горный массив, напряженное состояние, пластовое давление, моделирование, метод конечных элементов.

Стаття надійшла до редколегії 27.05.2009

Прийнята до друку 28.10.2009