

УДК 911.3

## ГЕОПРОСТОРОВА ОРГАНІЗАЦІЯ ЛОГІСТИЧНОЇ СИСТЕМИ В ОПТИМІЗАЦІЙНІЙ ТРАНСПОРТНІЙ ЗАДАЧІ

Володимир Грицевич

*Львівський національний університет імені Івана Франка,  
вул. П. Дорошенка, 41, 79007, м. Львів, Україна,  
e-mail: gvsmg@ukr.net*

Проаналізовано публікації останніх років із застосування методів оптимізації та транспортної задачі для планування потоків у логістичних системах. Побудовано математичну модель логістичної системи в оптимізаційній транспортній задачі, яку розглянуто в регіоні, що має поділ на окремі територіальні елементи. Розроблено засоби для формалізованого математико-географічного опису та вивчення геопросторової організації закритої транспортної задачі, знання про який охоплює чотири блоки. Перший блок – інформація про геопозиційність суб'єктів задачі (розташування територіальних елементів, розміщення постачальників, розміщення споживачів, відстані від постачальників до споживачів, булеві матриці належності постачальників до територіальних елементів, булеві матриці належності споживачів до територіальних елементів). Другий блок – імплікативне знання про геореляційність для логістичних потоків між постачальниками та споживачами. Третій блок – імплікативне знання про геоінтегрованість суб'єктів транспортної задачі (постачальників та споживачів) з логістичними потоками. Четвертий блок – інформація про геофункціональність суб'єктів задачі (річні обсяги відправок постачальників, річні обсяги отримання споживачів, річні обсяги перевезення за транспортними потоками). Розроблено систему та алгоритми обчислення центрів для центрографічного аналізу функціонування суб'єктів оптимізаційної транспортної задачі і виконано змістовну інтерпретацію цих центрів. Побудовано систему звичайних диференціальних рівнянь, яка описує динаміку функціонування суб'єктів оптимізаційної транспортної задачі впродовж року і показано її зв'язок з класичною транспортною задачею. Описано та вивчено ентропійні характеристики функціонування суб'єктів оптимізаційної транспортної задачі і визначено інваріантність сумарної ентропії за суб'єктами задачі. Запропоновано напрями подальших досліджень з цієї тематики.

*Ключові слова:* геопросторова організація, транспортна задача, оптимізація, центрографія, динаміка, ентропія.

Транспортна задача традиційно є об'єктом розгляду суспільної географії. Особлива роль цієї задачі полягає в тому, що вона дає змогу спланувати оптимальну територіальну структуру системи, у якій відбувається рух ресурсів за певними потоками. Транспортну задачу традиційно застосовують для оптимального планування перевезень як у виробничій сфері, так і в сфері послуг, а останнім часом, з огляду на бурхливий розвиток логістичної діяльності, її часто використовують як науково-практичний інструмент вирішення проблем транспортної логістики.

У разі розгляду транспортної задачі в рамках суспільної географії ми неминуче звертаємось до предмета дослідження суспільної географії – геопросторової організації об'єкта дослідження. За [6], геопросторова організація (ГО) означає: взаєморозташування об'єктів у просторі земної поверхні, наявність просторових зв'язків між цими об'єктами, існування територіальних суспільних утворень і функціонування

територіальних утворень. Тому суспільно-географічне осмислення транспортної задачі означає її вивчення з погляду геопросторової організації. Отже, загальна проблема полягає в тому, щоб побачити й науково осмислити всі аспекти геопросторової організації транспортної задачі, і це становить завдання наукового дослідження.

У [2] автори розглянули типові логістичні задачі для оптимізації витрат та моделі для їхнього вирішення. Вони запропонували економіко-математичну модель мінімізації витрат на основі транспортної задачі в ланцюзі поставок з метою оптимізації витрати на закупівлю та постачання матеріальних ресурсів, а також собівартості продукції. Застосування методів економіко-математичного моделювання, на думку авторів, дає змогу підвищувати обґрунтованість логістичних рішень і комплексно вирішувати питання їхньої адаптації до змінних умов, підвищення ефективності функціонування та конкурентоспроможності підприємств.

У монографії [3] вчені розглядають математичні моделі в задачах організації і планування вантажних перевезень. Описано вісім типів транспортних задач лінійного програмування: класичну, задачу з неперервною відкритою математичною моделлю, задачу із цілочисловою математичною моделлю, задачу про перевезення вантажу за два етапи, задачу про перевезення вантажу декількох видів за два етапи, задачу про перевезення вантажу декількох видів на запити споживачів за два етапи, задачу про закриття заводу, задачу про розіграш кубка.

Стаття [4] присвячена вирішенню та суспільно-географічній інтерпретації конкретної логістичної задачі обґрунтування оптимальних логістичних потоків перевезення цементу із заводів виробників до споживачів у Західному регіоні України на підставі розв'язування відповідної транспортної задачі лінійного програмування.

У [5] науковці розглянули застосування транспортної задачі лінійного програмування до вирішення проблем транспортної логістики. Описано формулювання транспортної задачі та метод її розв'язування. Виклад матеріалу проілюстрований числовим прикладом.

Автори [7] проаналізували еволюцію логістики, а також чинники скорочення транспортних витрат з метою збільшення прибутку. Наголошено на вартості транспортних перевезень як географічному вимірі логістики. Досліджено топологію логістичних потоків у термінах вузлів, ланцюгів та мереж.

У [8] розглянуто питання оптимізації витрат у мережі роздрібних поставок товарів. Ретельно вивчено літературу з досліджуваної теми і виявлені прогалини в наукових знаннях. Акцентовано, що вартість перевезення товарів є важливим чинником оптимізації маршрутів їхнього транспортування, і розглянуто класичну математичну модель сумарної вартості перевезень у транспортній задачі.

Учені [9] розглянули проблеми мультимодальних перевезень, планування транспортної маршрутизації, складання моделей, розробку відповідних алгоритмів. Вони сформулювали характеристики різних моделей оптимізації, обговорили підходи розв'язування задач оптимізації транспортних перевезень.

У статті [1] на підставі викладених у [6] аспектів геопросторової організації сформульовано загальні компоненти знання про геопросторову організацію, які охоплюють:

- інформацію про геопозиційність,
- знання про геореляційність,
- знання про геоінтегрованість,
- інформацію про геофункціональність.

Геопозиційність відображає геопросторову мінливість геопросторово організованої дійсності; геореляційність та геоінтегрованість – геопросторову організованість дійсності; геофункціональність – геопросторову функціональність геопросторово організованої дійсності.

Нехай на території регіону *Region*, що займає геопростір *Space*, розміщені *m* постачальників певної продукції:  $Supp(i)$ ,  $i=1, \dots, m$ , і *n* споживачів цієї продукції  $Cons(j)$ ,  $j=1, \dots, n$ . Регіон складається з *K* територіальних елементів, які утворюють систему його адміністративного устрою:

$$Region = \bigcup_{k=1}^K Element(k). \quad (1)$$

Стаavimo завдання розробити повний формалізований математико-географічний опис геопросторової організації класичної закритої транспортної задачі, які виникає в такій ситуації, у термінах аспектів [6] та компонент знання [1] про ГО.

Інформацію про геопозиційність елементів, постачальників та споживачів задамо системою рівностей, яка охоплює такі блоки.

1. Розташування територіальних елементів:

$$Location(Element(k)) = ElementPlace(k), \quad k=1, \dots, K; \quad (2)$$

у цьому разі:  $Space = \bigcup_{k=1}^K ElementPlace(k), \quad k=1, \dots, K. \quad (3)$

2. Розміщення постачальників:

$$Location(Supp(i)) = SuppPoint(i), \quad i=1, \dots, m; \quad (4)$$

у цьому разі:  $SuppPoint(i) = (\zeta_i^a, \eta_i^a) \in Space.$

3. Розміщення споживачів:

$$Location(Cons(j)) = ConsPoint(j), \quad j=1, \dots, n; \quad (5)$$

у цьому разі  $ConsPoint(j) = (\zeta_j^b, \eta_j^b) \in Space.$

4. Відстані від постачальників до споживачів:

$$Distance(Supp(i), Cons(j)) = d_{ij}, \quad i=1, \dots, m; \quad j=1, \dots, n, \quad (6)$$

де  $d_{ij}$  – відстань від *i*-го постачальника до *j*-го споживача.

5. Належність постачальників до територіальних елементів, яку описуємо булевою матрицею  $\{SuppInElement(i, k)\}$ :

$$SuppInElement(i, k) = \begin{cases} 'false', & \text{якщо } SuppPoint(i) \notin ElementPlace(k) \\ 'true', & \text{якщо } SuppPoint(i) \in ElementPlace(k) \end{cases}. \quad (7)$$

6. Належність споживачів до територіальних елементів, яку описуємо булевою матрицею  $\{ConsInElement(k, j)\}$ :

$$ConsInElement(k, j) = \begin{cases} 'false', & \text{якщо } ConsPoint(j) \notin ElementPlace(k) \\ 'true', & \text{якщо } ConsPoint(j) \in ElementPlace(k) \end{cases}. \quad (8)$$

Унаслідок розв'язування оптимізаційної транспортної задачі формують розв'язок *Solution* і визначають логістичні потоки  $Stream(Supp(i), Cons(j))$ ,  $(i, j) \in Solution$

від постачальників до споживачів. Приклад такої логістичної системи показано на рис. 1.

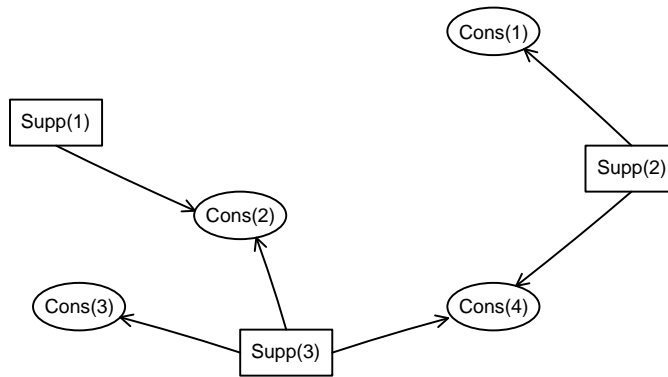


Рис. 1. Приклад логістичної системи транспортної задачі для трьох постачальників і чотирьох споживачів

Fig. 1. The example of logistics system of transport problem for three suppliers and four consumers

Зроблені раніше позначення дають змогу записати знання про геореляційність, яке стосується кожного логістичного потоку продукції в оптимізованому досліджуваному логістичному комплексі (рис. 2):

$$(\forall (i, j) \in \text{Solution}) \left\{ \begin{array}{l} (Location(\text{Supp}(i)) = \text{SuppPoint}(i)) \wedge \\ (Location(\text{Cons}(j)) = \text{ConsPoint}(j)) \Rightarrow \end{array} \right\} \Rightarrow \exists \text{Stream}(\text{Supp}(i), \text{Cons}(j)) \quad (9)$$

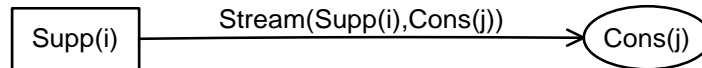


Рис. 2. Геореляційність для потоку від постачальника до споживача  
Fig. 2. Georelativity for flow between supplier and consumer

Знання про геоінтегрованість охоплюють два блоки і стосуються кожного постачальника як центра певного “гнізда” відправлень продукції (рис. 3):

$$(\forall i) \{ Location(\text{Supp}(i)) = \text{SuppPoint}(i) \} \Rightarrow \Rightarrow \bigvee_{(i, j) \in \text{Solution}} \text{Link}(\text{Supp}(i), \text{Stream}(\text{Supp}(i), \text{Cons}(j))), \quad (10)$$

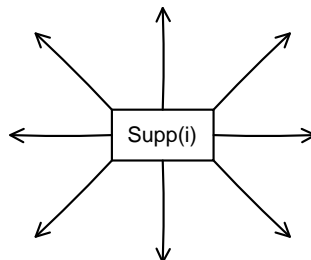


Рис. 3. Геоінтегрованість для постачальника  
Fig. 3. Geointegrity for supplier

а також кожного споживача як центра певного “гнізда” отримання продукції (рис. 4):

$$\begin{aligned} & (\forall j) \{ Location(Cons(j)) = ConsPoint(j) \} \Rightarrow \\ \Rightarrow & \bigvee_{(i,j) \in Solution} Link^*(Stream(Supp(i), Cons(j)), Cons(j)). \end{aligned} \quad (11)$$

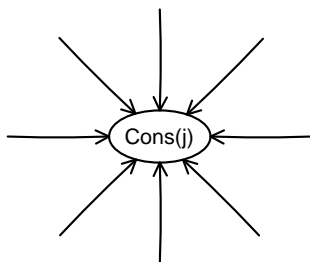


Рис. 4. Геоінтегрованість для споживача  
Fig. 4. Geointegrity for consumer

Булеві функції  $Link(Supp, Stream)$  і  $Link^*(Stream, Cons)$  визначаємо рівностями, які у формалізованому вигляді описують зв'язки між постачальниками і потоками:

$$Link(Supp, Stream) = \begin{cases} 'false', & \text{якщо } Stream \text{ не виходить від } Supp \\ 'true', & \text{якщо } Stream \text{ виходить від } Supp \end{cases}, \quad (12)$$

а також між потоками і споживачами:

$$Link^*(Stream, Cons) = \begin{cases} 'false', & \text{якщо } Stream \text{ не заходить в } Cons \\ 'true', & \text{якщо } Stream \text{ заходить в } Cons \end{cases}. \quad (13)$$

Інформацію про геофункціональність постачальників, споживачів та потоків задамо системою рівностей, яка містить такі блоки:

1. Геофункціональність постачальників, тобто річний обсяг їхнього постачання:

$$Volume(Supp(i)) = a_i, \quad i = 1, \dots, m. \quad (14)$$

2. Геофункціональність споживачів, тобто річний обсяг їхнього споживання:

$$Volume(Cons(j)) = b_j, \quad j = 1, \dots, n. \quad (15)$$

3. Геофункціональність потоків, тобто річний обсяг перевезення їхніми каналами:

$$Volume(Stream(Supp(i), Cons(j))) = Q_{ij}, \quad (i, j) \in Solution. \quad (16)$$

З огляду на закритість транспортної задачі:

$$\sum_{j=1}^n q_{ij} = a_i, \quad \sum_{i=1}^m q_{ij} = b_j, \quad \sum_{i=1}^m a_i = A, \quad \sum_{j=1}^n b_j = B, \quad B = A. \quad (17)$$

**Центрографічний аспект транспортної задачі.**

У ході дослідження цього аспекту ми використовуємо координати  $(\xi, \eta)$  для локалізації постачальників та споживачів. Наведені нижче формули є точними для декартової системи координат. Водночас зауважимо, що для невеликих територій (наприклад, масштабу обласного регіону) можна використовувати географічні координати, оскільки вони в цьому випадку практично не відрізняються від декартових.

Обчислимо координати центрів ваги постачальників продукції за річними обсягами їхнього постачання:

$$X^a = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^m a_i \xi_i^a, \quad Y^a = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^m a_i \eta_i^a, \quad (18)$$

а також координати центрів ваги споживачів продукції за річними обсягами їхнього споживання:

$$X^b = \frac{1}{B} \sum_{j=1}^n b_j \xi_j^b, \quad Y^b = \frac{1}{B} \sum_{j=1}^n b_j \eta_j^b. \quad (19)$$

Можна довести, що:

$$X^a = \frac{1}{B} \sum_{j=1}^n b_j U_j^b, \quad Y^a = \frac{1}{B} \sum_{j=1}^n b_j V_j^b, \quad X^b = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^m a_i U_i^a, \quad Y^b = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^m a_i V_i^a, \quad (20)$$

$$\text{де } U_i^a = \frac{1}{a_i} \sum_{j=1}^n q_{ij} \xi_j^b, \quad V_i^a = \frac{1}{a_i} \sum_{j=1}^n q_{ij} \eta_j^b, \quad U_j^b = \frac{1}{b_j} \sum_{i=1}^m q_{ij} \xi_i^a, \quad V_j^b = \frac{1}{b_j} \sum_{i=1}^m q_{ij} \eta_i^a. \quad (21)$$

Виявляється, що  $(U_i^a, V_i^a)$  є центром ваги споживання продукції, поставленої  $i$ -м постачальником, а  $(U_j^b, V_j^b)$  – центром ваги постачання продукції, спожитої  $j$ -м споживачем, причому обидва центра ваги обчислюємо за обсягами відповідних потоків.

Отриманий результат має змістовну інтерпретацію, яку можна сформулювати двоєдино так.

1. Центр ваги постачальників за обсягами їхнього постачання є центром ваги за обсягами споживання від центрів ваги постачання продукції, спожитої кожним споживачем, які обчислені за обсягами потоків до цих споживачів.

2. Центр ваги споживачів за обсягами їхнього споживання є центром ваги за обсягами постачання від центрів ваги споживання продукції, поставленої кожним постачальником, які обчислені за обсягами потоків від цих постачальників.

#### **Динамічний аспект транспортної задачі.**

Позначимо через  $u_i(t)$  обсяг продукції, відправленої  $i$ -м постачальником від початкового моменту до моменту часу  $t$ ,  $i=1, \dots, m$ ; через  $v_j(t)$  обсяг продукції, отриманої  $j$ -м споживачем на момент  $t$ ; через  $q_{ij}(t)$  потік продукції від  $i$ -го постачальника до  $j$ -го споживача в момент  $t$ ;  $T$  – обліковий період часу, наприклад, рік.

Тоді диференціальні рівняння динаміки логістичної системи, що описують її функціонування, мають такий вигляд:

$$\frac{du_i}{dt} = - \sum_{l=1}^n q_{il}(t), \quad u_i(T) - u_i(0) = a_i, \quad i=1, \dots, m; \quad (22)$$

$$\frac{dv_j}{dt} = \sum_{k=1}^m q_{kj}(t), \quad v_j(T) - v_j(0) = b_j, \quad j=1, \dots, n. \quad (23)$$

До цих диференціальних рівнянь треба також додати інтегральні співвідношення:

$$\int_0^T q_{ij}(t) dt = Q_{ij}, \quad i=1, \dots, m; \quad j=1, \dots, n. \quad (24)$$

У частковому випадку, коли  $q_{ij}(t) = const$ ,  $i = 1, \dots, m$ ;  $j = 1, \dots, n$ ; маємо

$$q_{ij}(t) = \frac{Q_{ij}}{T}, \quad u_i(t) = a_i \cdot \left(1 - \frac{t}{T}\right), \quad v_j(t) = b_j \cdot \frac{t}{T}. \quad (25)$$

**Ентропійний аспект транспортної задачі.**

Розглянемо вимірювання різноманітності в логістичній системі оптимізаційної транспортної задачі. Як і раніше, вважаємо, що транспортна задача є закритою і

$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j = S$ . Обчислимо такі ймовірності:

- $\alpha_i = \frac{a_i}{S}$  – ймовірність того, що навання взята в системі одиниця продукції надана  $i$ -м постачальником,  $i = 1, \dots, m$ ;

- $\beta_j = \frac{b_j}{S}$  – ймовірність того, що навання взята в системі одиниця продукції отримана  $j$ -м споживачем,  $j = 1, \dots, n$ ;

- $\pi_{ij}^\alpha = \frac{Q_{ij}}{a_i}$  – ймовірність того, що навання взята одиниця продукції  $i$ -го постачальника відправлена  $j$ -му споживачу  $i = 1, \dots, m$ ;  $j = 1, \dots, n$ ;

- $\pi_{ij}^\beta = \frac{Q_{ij}}{b_j}$  – ймовірність того, що навання взята одиниця продукції, отримана  $j$ -м споживачем, надана  $i$ -м постачальником  $i = 1, \dots, m$ ;  $j = 1, \dots, n$ .

Ці ймовірності задовольняють такі очевидні співвідношення:

$$\sum_{i=1}^m \alpha_i = 1, \quad \sum_{j=1}^n \beta_j = 1, \quad \sum_{j=1}^n \pi_{ij}^\alpha = 1, \quad \sum_{i=1}^m \pi_{ij}^\beta = 1, \quad (26)$$

$$\alpha_i \cdot \pi_{ij}^\alpha = \beta_j \cdot \pi_{ij}^\beta = \frac{Q_{ij}}{S}, \quad i = 1, \dots, m; \quad j = 1, \dots, n. \quad (27)$$

Величина  $p_{ij} = \frac{Q_{ij}}{S}$ ,  $i = 1, \dots, m$ ;  $j = 1, \dots, n$  – це ймовірність того, що навання взята в системі одиниця продукції поставлена  $j$ -му споживачу від  $i$ -го постачальника.

На підставі розглянутих ймовірностей обчислимо такі ентропії:

- $H_\alpha = -\sum_{i=1}^m \alpha_i \log_2 \alpha_i$  – ентропія розподілу продукції за постачальниками, вона може набувати значення з проміжку  $[0, \log_2 m]$  і вимірює різноманітність постачальників за обсягами постачання;

- $H_\beta = -\sum_{j=1}^n \beta_j \log_2 \beta_j$  – ентропія розподілу продукції за споживачами, вона може набувати значення з проміжку  $[0, \log_2 n]$  і вимірює різноманітність споживачів за обсягами споживання;
- $H_i^\alpha = -\sum_{j=1}^n \pi_{ij}^\alpha \log \pi_{ij}^\alpha$  – ентропія розподілу продукції  $i$ -го постачальника за споживачами,  $i = 1, \dots, m$ , вона може набувати значення з проміжку  $[0, \log_2 n]$  і вимірює різноманітність споживачів за обсягами споживання продукції від  $i$ -го постачальника;
- $H_j^\beta = -\sum_{i=1}^m \pi_{ij}^\beta \log \pi_{ij}^\beta$  – ентропія розподілу продукції  $j$ -го споживача за постачальниками,  $j = 1, \dots, n$ , вона може набувати значення з проміжку  $[0, \log_2 m]$  і вимірює різноманітність постачальників за обсягами постачання продукції до  $j$ -го споживача;
- $H^a = \sum_{i=1}^m \alpha_i H_i^\alpha$  – повна ентропія сукупності постачальників, вона може набувати значення з проміжку  $[0, \log_2 n]$ ;
- $H^b = \sum_{j=1}^n \beta_j H_j^\beta$  – повна ентропія сукупності споживачів, вона може набувати значення з проміжку  $[0, \log_2 m]$ ;
- $H = -\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n p_{ij} \log_2 p_{ij}$  – ентропія розподілу продукції за потоками, вона може набувати значення з проміжку  $[0, \log_2 m + \log_2 n]$  і вимірює різноманітність потоків за їхніми обсягами.

За таких умов можна довести, що:

$$H_\alpha + H^a = H_\beta + H^b = H. \quad (28)$$

Отже, в оптимізаційній транспортній задачі лінійного програмування знання про її геопросторову організацію охоплюють таке:

- 1) інформацію про геопозиційність (розташування територіальних елементів, розміщення постачальників, розміщення споживачів, відстані від постачальників до споживачів, булеві матриці належності постачальників до територіальних елементів, булеві матриці належності споживачів до територіальних елементів);
- 2) імплікативне знання про геореляційність для кожного потоку продукції від постачальників до споживачів;
- 3) імплікативне знання про геоінтегрованість для “гнізд” постачальників та споживачів продукції;
- 4) інформацію про геофункціональність (річні обсяги відправок постачальників, річні обсяги отримання споживачів, річні обсяги перевезення за транспортними потоками).

Центрографічний аналіз транспортної задачі лінійного програмування передбачає вивчення системи центрів: центра ваги постачальників, центра ваги споживачів, центрів



ваги постачальників для кожного споживача, центрів ваги споживачів для кожного постачальника.

Функціонування впродовж року логістичної системи оптимізаційної транспортної задачі описують системою звичайних диференціальних рівнянь.

Сума ентропії розподілу продукції та повної ентропії сукупності суб'єктів є однаковою для постачальників та споживачів і дорівнює ентропії розподілу перевезень продукції за потоками.

Отримані результати можна застосувати для ширшого кола задач. За їхньою допомогою можна дослідити аспекти геопросторової організації у відкритих транспортних задачах, у транспортних задачах перевезення вантажу за два етапи, у дво- і багатопродуктових транспортних задачах, особливості часткових випадків з одним постачальником чи одним споживачем, у мультимодальних логістичних системах.

#### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Грицевич В. С. Теоретико-методичні основи пізнання геопросторової організації суспільства // Географія та екологія: наука і освіта. Умань, 2014. С. 68–72.
2. Ковальов А. І., Карпов В. А., Винокурова О. І. Застосування “транспортної задачі” для оптимізації логістичних витрат у молочній промисловості // Екон. інновації. 2015. Вип. 59. С. 29–35.
3. Самойленко М. І., Кобець А. О. Інформаційні технології в розв’язанні транспортних задач : монографія. Х : ХНАМГ, 2011. 256 с.
4. Сеньків М. І. Оптимизация автомобильных перевозок на основе решения транспортной задачи линейного программирования в Западном регионе Украины // Весці БДПУ. Серія 3. Фізика. Математика. Інфарматика. Біялогія. Географія. 2016. № 3(89). С. 76–80.
5. Смирнов І. Г., Косарева Т. В. Транспортна логістика : навч. посібник. К. : Центр навч. літератури, 2008. 224 с.
6. Шаблій О. І. Основи суспільної географії / [2-ге вид.]. Львів : ЛНУ імені Івана Франка, 2012. 296 с.
7. Hesse M., Rodrigue J.-P. The transport geography of logistics and freight distribution // Journal of Transport Geography. 2004. Vol. 12, Is. 3. P. 171–184.
8. Parkhi Shilpa, Jagadeesh D., Arun Kumar R. A Study on Transport Cost Optimization in Retail Distribution // Journal of Supply Chain Management Systems. 2014. Vol. 3, Is. 4. P. 31–38.
9. Sun Y., Lang M., Wang D. Optimization Models and Solution Algorithms for Freight Routing Planning Problem in the Multi-Modal Transportation Networks: A Review of the State-of-the-Art // The Open Civil Engineering Journal. 2014. Vol. 9, Is. 1. P. 714–723.

#### REFERENCES

1. Grytsevych, V. S. (2014). Theoretical and methodological foundations of geospatial knowledge society. Proceedings from *Geography and ecology, science and education*. Uman, 68–72 (in Ukrainian).
2. Kovalev, A. I., Karpov, V. A., & Vinokurova, A. I. (2015). The use of “transportation problem” to optimize logistics costs in the dairy industry. *Economic innovation*, 59, 29–35 (in Ukrainian).
3. Samoilenko, M. I., & Kobets, A. O. (2011). *Information Technologies in solving transport problems*. Kharkiv: HNAMEG, 256 pp. (in Ukrainian).

4. Senkiv, M. I. (2016). Optimization of transport solutions based on the transportation problem of linear programming in the Western region of Ukraine. *Vesti BDPU. Series 3. Physics. Mathematics. Informatics. Biology. Geography*, 3(89). Minsk: Belarusian State Pedagogical University, 76–80 (in Russian).
5. Smirnov, I. G., & Kosareva, T. V. (2008). *Transport logistics*. Kyiv: Center of educational literature, 224 pp. (in Ukrainian).
6. Shabliy, O. I. (2012). *Fundamentals of human geography* (2nd ed.). Lviv: Ivan Franko National University of Lviv, 296 pp. (in Ukrainian).
7. Hesse, M., & Rodrigue, J.-P. (2004). The transport geography of logistics and freight distribution. *Journal of Transport Geography*, 12(3), 171–184.
8. Parkhi, Shilpa, Jagadeesh, D., & Arun Kumar, R. (2014). A Study on Transport Cost Optimization in Retail Distribution. *Journal of Supply Chain Management Systems*, 3(4), 31–38.
9. Sun, Y., Lang, M., & Wang, D. (2014). Optimization Models and Solution Algorithms for Freight Routing Planning Problem in the Multi-Modal Transportation Networks: A Review of the State-of-the-Art. *The Open Civil Engineering Journal*, 9(1), 714–723.

*Стаття: надійшла до редакції 08.09.2016  
доопрацьована 05.10.2016  
прийнята до друку 20.10.2016*

## **GEOSPATIAL ORGANIZATION OF LOGISTICS SYSTEM IN TRANSPORT OPTIMIZATION PROBLEM**

**Volodymyr Grytsevych**

*Ivan Franko National University of Lviv,  
P. Doroshenko St., 41, UA – 79007 Lviv, Ukraine,  
e-mail: gvsmg@ukr.net*

The recent publications of application of optimization and transport problem for planning the flows in logistic systems are analysed. A mathematical model of logistics system for optimizing transport problem in the region, which has a territorial division into separate elements, is build. The tools for formalized mathematical and geographical description and geospatial study of closed transportation problem are developed, knowledge of which includes four blocks. First block is the information about geolocalization of subjects (the location of territorial elements, placing of suppliers, placing of consumers, distance from suppliers to consumers, Boolean matrix of belonging suppliers to the territorial elements, Boolean matrix of belonging consumers to the territorial elements). The second block is implicative knowledge about georelativity for logistics flows between suppliers and consumers. The third block is implicative knowledge about geointegrity of subjects (suppliers and consumers) with logistics flows. The fourth block is the information about geofunctioning of subjects (annual suppliers sending, annual consumers receiving, annual transportation on traffic flows). The system and algorithms for computing of centers for centrography analysis of the functioning subjects of the transport problem and meaningful interpretation of these centers is made. A system of ordinary differential equations describing the dynamics of the operation of the optimization of the transportation problem during the year is build and its relation to classical transport problem is shown. Entropic characteristics of operation of the transportation problem optimization are described and studied and invariance of the total entropy on the subjects of the problem is shown. The directions for further research on this theme are proposed.

*Key words:* geospatial organization, transport problem, optimization, centrography, dynamics, entropy.