

УДК 519.21

ОСЦИЛЮЮЧА МОДЕЛЬ ПРОПОРЦІЙНОГО ПЕРЕСТРАХУВАННЯ

О. Коркуна

Львівський національний університет імені Івана Франка

Страховальники, фізичні або юридичні особи, укладають договори страхування зі страховими компаніями з метою запобігання фінансових втрат, спричинених нещасними випадками. Не уклавши договір страхування, клієнт ризикує понести випадкові втрати. Після укладення договору страхування клієнт позбавляється цього ризику за деяку фіксовану плату, яку називають страховою премією. Клієнт йде на невеликі детерміновані витрати з метою позбавлення малоймовірних випадкових втрат, які можуть бути для нього значними або катастрофічними. Ризик перейняла на себе страхова компанія. Однак, володіючи великим портфелем договорів, страхова компанія забезпечує собі вкрай мізерну ймовірність банкрутства. Втрати, спричинені нещасними випадками, рівномірно розподіляються між клієнтами страхової компанії.

В той же час може трапитися випадки, що не надто потужна страхова компанія змушена сплатити на користь клієнтів значну суму відшкодувань за порівняно короткий проміжок часу, що може привести її до банкрутства. Така страхова компанія попадає у ту ж ситуацію, в якій (до укладення договорів страхування) перебували її клієнти: існує небезпека фінансових втрат, спричинених невизначеністю настання страхових випадків, що тягнуть за собою виплату клієнтам значних відшкодувань. Щоб уникнути банкрутства, страхова компанія повинна мати велику кількість клієнтів або звертатися по допомогу до іншої страхової компанії.

Якщо страхова компанія звертається до іншої страхової компанії, то вона тим самим страхує свій ризик. Таке страхування називають перестрахуванням, а процес передачі ризику – страхувальною цесією. Страховика, який передає ризик, називають цедентом, а того, хто приймає цей ризик, – перестраховиком або цесіонарієм.

Перестрахування – це страхування особливого виду, зміст якого полягає у передачі частини ризику у відповідальність іншому спеціалізованому страховику, тобто перестраховику. Головна функція перестрахування – вторинний перерозподіл ризику. Зміст її полягає в тому, що страховик може забезпечити страховальнику тільки таку гарантію, яка відповідає його фінансовим можливостям. Якісніше і в повнішому обсязі виконувати свої зобов'язання страховик може завдяки перестрахуванню, тобто через розподіл ризику з іншими страховиками.

Перестраховик не несе відповідальності за укладені страховиком договори страхування з клієнтами. Це означає, що страховик, котрий уклав договір із перестраховиком, залишається відповідальним перед страховальником у повному обсязі. Він навіть не зобов'язаний інформувати страховальника щодо передачі частини ризику в перестрахування.

Перестраховик зобов'язаний виплатити відшкодування цеденту пропорційно до його участі за умови, що цедент виплатив це відшкодування страховальнику. Цедент зобов'язаний інформувати перестраховика про цедований ризик так само, як страховальник зобов'язаний інформувати страховика про усі зміни, що відбуваються в ризику, який він передав цеденту.

При укладанні договору перестрахування перестраховують як значні індивідуальні відшкодування, так і сумарні відшкодування за певний період, наприклад, один рік. Поділ договорів перестрахування на різні типи зумовлений рівнем відповідальності цедента і цесіонарія. Договори перестрахування поділяються на пропорційні і непропорційні.

Якщо цедент самостійно задовільняє деяку частку α ($0 \leq \alpha \leq 1$) від кожної відшкодуваної суми, а перестраховальник – решту $(1 - \alpha)$, то таке перестрахування називають пропорційним. Участь перестраховика в платежах і відшкодуванні збитку здійснюється у такому ж співвідношенні, як і його участь у покритті ризику.

В іншому випадку цедент самостійно покриває страхові збитки включно до деякої межі r грн, а у випадку страхових збитків, що перевищують r грн, відшкодовує суму r самостійно, а решту передає для відшкодування перестраховальнику. Якщо таке правило застосовується до кожного індивідуального страхового збитку, то такий вид перестрахування називають перестрахуванням перевищення збитків або ексцедентним перестрахуванням. Таке перестрахування також належить до пропорційного. Укладаючи договір ексцедентного перестрахування, партнери визначають розмір максимальної участі страховика у покритті деяких груп ризику. Максимум власної участі страховика і називається ексцедентом.

Якщо таке правило застосовують не до кожного індивідуального страхового збитку, а до загальної суми страхових збитків за деякий період, то такий вид перестрахування називають перестрахуванням, що зупиняє втрати, або перестрахуванням на підставі договору ексцедента збитковості (договору “стоп лос”). Це один з видів непропорційного страхування. Власну участь цедента у покритті збитку називають пріоритетом або франшизою, а верхню максимальну межу відповідальності перестраховика за наслідки одного стихійного лиха, яке спричинило збиток, – лімітом перестраховального покриття.

Перестраховальна компанія приймає на себе ризик від передаючої компанії за визначену плату. Фактично для перестраховальної компанії ця операція виглядає як звичайне страхування.

Розглянемо договори перестраховання лише з погляду передаючої компанії (цедента). Щоб виробити рекомендації, які дадуть змогу стабілізувати роботу передаючої страхової компанії, визначимо механізм її діяльності. Для моделювання роботи цедента використаємо осцилюючий процес $\zeta_z(t)$ [1] ($\zeta_z(0) = z$ – деякий початковий капітал передаючої компанії), який будують за допомогою двох пуасонівських процесів $\xi_1(t) = a_1 t - \chi_1(t)$ (математичне сподівання $\mathbf{M} \xi_1(1) < 0$) та $\xi_2(t) = a_2 t - \chi_2(t)$ (математичне сподівання $\mathbf{M} \xi_2(1) > 0$). Різні процеси (яким відповідають різні значення параметрів) описують різні режими роботи цедента.

Детермінована лінійна частина кожного з процесів $\xi_k(t)$ ($k = 1, 2$) відповідає доходам страхової компанії за рахунок сплати страхових внесків тримачами страхових полісів зі сталою швидкістю a_k ($-\infty < a_k < \infty$), а випадкова компонента $\chi_k(t)$ є узагальненим пуасонівським процесом і описує витрати компанії, спричинені виплатою компенсацій у разі страхових випадків клієнтам страховика. Стрибки процесу $\chi_k(t)$ відповідають розмірам компенсацій. Це означає, що загальна кількість претензій $\chi_k(t)$, які виникають за інтервал часу $(0, t]$, має складний пуасонівський розподіл

$$K(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^n}{n!} P_n(x) \quad (-\infty < x < \infty),$$

де $P_n(x)$ – взагалі кажучи, довільний ймовірнісний розподіл.

Побудований за допомогою двох пуасонівських процесів, процес $\zeta_z(t)$ визначає капітал страхової компанії у момент часу t .

В роботі [4] розглянуто процес $\zeta_z(t)$, який осиллоє навколо смуги $\{0 < x < \infty, 0 < y < b\}$, тобто в якості нижнього рівня осциляції вибрано нульовий рівень. На відміну від цього в даній роботі розглядається осциляція процесу $\zeta_z(t)$ навколо смуги $\{0 < x < \infty, d < y < b\}$, з тією різницею, що в якості нижнього рівня вибрано рівень d . Це дозволяє страховику заздалегідь вжити заходів, щоб застерегтися від банкрутства.

Ми не аналізуватимемо детально фінансовий механізм, зумовлений сплатою страховою компанією обов'язкових платежів і зборів та витрат на аквізиційну діяльність. Він розглядається при висвітленні бруто та нетто ставок, які використовуються при розрахунку величини страхових премій. Також не братимемо до уваги інші доходи компанії. Тому $a_1 t$ – вважатимемо величиною доходу страховика у момент часу t у випадку відсутності перестраховання; $a_2 t$ – величиною доходу передаючої страхової компанії у момент часу t після відрахувань на користь перестраховика.

За умови $\mathbf{M} \xi_1(1) < 0$ процес $\xi_1(t)$ описує режим роботи страхової компанії, за якого її капітал постійно зменшується внаслідок переважаючої витратної частини над дохідною, що невдовзі може спричинити банкрутство. Такий режим відзначатиметься виплатою значних сум відшкодувань на користь клієнтів за порівняно короткий період часу.

За умови $\mathbf{M} \xi_2(1) > 0$ капітал страхової компанії постійно збільшується за рахунок того, що перестраховик взяв на себе значну частину відшкодувань клієнтам страховика. За такого режиму, на відміну від попереднього, зменшується і дохідна частина страховика $a_2 t$ через відрахування на користь перестраховика згідно цієї.

Для задання процесу $\zeta_z(t)$ та його функціоналів введемо позначення (\sup (\inf) – найбільша (найменша) межа, якої може досягти випадкова величина):

$$\xi_k^-(t) = \inf_{0 \leq u \leq t} \xi_k(u) \text{ – мінімальне значення процесу } \xi_k(t) \text{ в інтервалі } [0; t] \quad (k = 1, 2);$$

$$\xi_k^+(t) = \sup_{0 \leq u \leq t} \xi_k(u) \text{ – максимальне значення процесу } \xi_k(t) \text{ в інтервалі } [0; t] \quad (k = 1, 2);$$

$\tau_k^-(x) = \inf\{t : \xi_k(t) < -x\}$ – момент часу, коли процес $\xi_k(t)$ уперше досягає від'ємного рівня $-x$ ($x > 0$), що відповідає, наприклад, розтраті початкового капіталу z . У такому випадку отримуємо перший часовий момент $\tau_1^-(z)$. Для страхової компанії це не обов'язково повинен бути нульовий рівень. Можна розглядати і довільний додатний рівень d , який назвемо нижнім рівнем смуги осциляції. Рівень d менший за деякий рівень b , який назвемо верхнім рівнем смуги осциляції. В такому випадку перший часовий момент прийме вигляд $\tau_1^-(z - d) = \tau_1^-(d - z)$;

$$\tau_k^+(x) = \inf\{t : \xi_k(t) > x\} \text{ – момент часу, коли процес } \xi_k(t) \text{ уперше досягає деякого додатного рівня } x > 0.$$

Для страхової компанії це рівень b і тому отримуємо другий часовий момент $\tau_2^+(b)$. Після цього моменту страховик може розірвати договір перестраховання;

$\gamma_1^-(-z) = \xi_1^-(-\tau_1^-(-z)) - \xi_1^-(\tau_1^-(-z))$ – значення перестрибу нижче нульового рівня (відповідає від’ємному сальдо страхової компанії);

$\gamma_1^-(z-d) = \gamma_1^-(d-z) = \xi_1^-(-\tau_1^-(d-z)) - \xi_1^-(\tau_1^-(d-z))$ – значення перестрибу нижче рівня d .

У випадку пропорційного перестраховування, коли перестраховик самостійно задовільняє деяку частку α ($0 \leq \alpha \leq 1$) від кожної відшкодовуваної суми, а перестраховальник – решту $(1 - \alpha)$, сформуємо стратегію поведінки страховика та побудуємо осцилюючий випадковий процес $\zeta_z(t)$, який описує таку поведінку.

Нехай початковий капітал страховика становить z . Страховик проводить свою діяльність, але в зв’язку з переважанням витратної частини над дохідною, капітал страховика зменшується. В цей період його діяльність описується процесом $\xi_1(t)$. Коли капітал страховика стане рівним або опуститься нижче рівня d , страховик з метою уникнення банкрутства здійснює перестраховування всіх або частини договорів клієнтів. Тепер діяльність страховика описується процесом $\xi_2(t)$. Вдалий вибір портфеля перестрахованих договорів забезпечує такий режим роботи страховика, при якому дохідна частина переважає витратну. Коли капітал страховика стане рівним або перевершить рівень b , страховик має можливість розірвати (не продовжувати) договір перестраховування і тим самим повернутися до режиму роботи, який описується процесом $\xi_1(t)$. Таким чином капітал страховика утримується в межах рівнів осциляції: нижнього d та верхнього b .

Стохастичне співвідношення

$$\zeta_z(t) \doteq \begin{cases} z + \xi_1(t), & t < \tau_1^-(d-z) = \tau_1^-, \\ -\gamma_1^-(d-z) + \xi_2(t - \tau_1^-), & \tau_1^- < t < \tau_1^- + \tau_2^+ = \tau_1^*, \quad \tau_2^+ = \tau_2^+(b), \\ \zeta_b(t - \tau_1^*), & t > \tau_1^* \end{cases}$$

(1)

задає осцилюючий випадковий процес $\zeta_z(t)$.

Побудований процес $\zeta_z(t)$ утворюється внаслідок “склеювання” двох пуассонівських процесів і осцилює навколо смуги $\{0 < x < \infty, \quad d < y < b\}$. Процес $\xi_1(t)$ описує діяльність страхової компанії на початковій стадії, що відповідає періоду до заключення договору перестраховування. У цей період страховик зазнає збитків, доки її капітал не досягне певної межі. Після цього страховик змінює режим роботи за рахунок часткової передачі ризику перестраховикові. Тоді її діяльність описує процес $\xi_2(t)$. У цій фазі капітал страхової компанії зростає.

Якщо

$$-\infty < \mathbf{M} \xi_1(1) < 0, \quad 0 < \mathbf{M} \xi_2(1) < \infty,$$

(2)

то зі стохастичного співвідношення (1) можна визначити ймовірність розподілу процесу $\zeta_z(t)$ [1,3], значення для моментів регенерації, а також ймовірності розподілів локального максимуму і локального мінімуму (на інтервалах регенерації) [2]. Інтервали регенерації відповідають повним циклам діяльності страхової компанії.

За вказаних вище умов (2) на моменти $\mathbf{M} \xi_1(1)$ та $\mathbf{M} \xi_2(1)$ процес $\zeta_z(t)$ при $t \geq \tau_1^*$ є регенерувальним з періодом регенерації $\tau^* = \tau_1^-(-b) + \tau_2^+(b)$ і має ергодичний розподіл, тобто розподіл для необмеженого часу функціонування страхової компанії. Наявність ергодичного розподілу дає змогу зробити висновок, що процес $\zeta_z(t)$ є стаціонарним. Його розподіл визначають через розподіли абсолютних екстремумів $\xi_k^+(t)$, $\xi_k^-(t)$ вихідних процесів. Система, яку описує така модель, має стаціонарний режим роботи.

Якщо відомі параметри процесів $\xi_1(t)$ і $\xi_2(t)$, то можна оцінити ймовірність розподілу осцилюючого процесу, значення для моментів регенерації та ймовірності розподілів локальних екстремумів процесу $\zeta_z(t)$. У теорії колективного ризику під час розгляду роботи страхових компаній ці величини використовують з метою прогнозування ймовірного розорення та вибору стратегії управління діяльністю страхової компанії, щоб уникнути такого розорення. Для певного виду страхування параметри процесів $\xi_k(t)$, які описують різні режими діяльності страхової компанії, визначають ставкою страхового платежу та відрахуваннями на рахунок цесіонарія згідно з договором перестраховування.

Оскільки договір перестраховування укладають на взаємовигідних умовах як для страховика, так і для перестраховика, то розглянута модель страхування не тільки дає змогу описати роботу цедента, але й забезпечує механізм вибору стратегії останнього з метою регулювання успішної фінансової діяльності. Завдяки цьому страховик може якісніше і в повнішому обсязі виконувати свої зобов’язання перед страхувальниками. Розглянута стохастична модель має як теоретичне, так і практичне значення.

На практиці найчастіше кілька перестраховиків беруть участь у покритті збитків (вони вступають у співпрацю на підставі контрактного документа чи договору). Зазвичай, на кожного перестраховика припадає різна питома вага покриття. Страховик, котрий передає ризику у перестраховування, збільшує свої можливості щодо прийняття ризиків у десятки разів. Завдяки вдалій стратегії перестраховування у страховика з’являються

додаткові можливості для своєї діяльності. З іншого боку, заключаючи договір перестрахування, страховик щоразу змушений розв'язати декілька завдань, від яких залежить його успіх на страховому ринку:

- створювати умови для формування однорідного збалансованого портфеля перестрахування, необхідного страховикові для надійного контролю своєї середньо- та довготермінової політики;
- вибирати цесіонарія (цесіонаріїв) серед діючих на ринку перестрахування;
- вдало укласти договори перестрахування, що зумовлено рівнем відповідальності цедента і цесіонарія;
- запроваджувати та розповсюджувати нові види страхування;
- страхувати дуже дорогі та унікальні ризики та при необхідності перестраховувати їх;
- брати участь у перерозподілі ризику, який здійснюється між компаніями, коли перестрахування набирає форми торгівлі, де об'єктом купівлі-продажу є страхові гарантії;
- бути учасником міжнародного інституту страхування, оскільки перестрахування має інтернаціональний характер і не обмежується рамками однієї або декількох країн (це бізнес без кордонів, який розширює “невидимий” експорт-імпорт).

1. Коркуна О.П. Розподіли деяких функціоналів від осцилюючих пуассонівських процесів // Тези доп. міжнарод. конф., присвяченої пам'яті акад. М.П. Кравчука. К.: Ін-т математики АН УРСР, 1992.- С. 95.
2. Коркуна О.П. Граничні розподіли деяких функціоналів для модифікацій напівнеперервних осцилюючих випадкових блукань в теорії ризику // Економетричні методи і моделі в економіці: теорія і практика: Зб. наук. праць.: У 4 ч.- Ч.4. Львів: ЛКА, 1998.- С. 70-72.
3. Коркуна О.П. Моделювання роботи страхових компаній на основі модифікацій осцилюючих стохастичних процесів // Регіональна економіка.- 1998.- № 2.- С. 180-184.
4. Олег Коркуна. Перестрахування в осцилюючій моделі діяльності страхової компанії // Вісник Львів. Ун-ту. Сер. екон. – 2001. – Вип.30. – С. 452 – 456.

OSCILLATING MODEL OF PROPORTIONAL REINSURANCE

O.P. Korkuna

Ivan Franko National University in Lviv

This paper presents model of insurance company on the basis of the oscillating process defined by pair of Poisson processes in case reinsurance. The probability distribution of this process, regeneration moments and probability distribution of local extrema are described. Under the ergodicity condition the limit distribution is exist. Ergodic distribution correspond to stationary condition of functioning of insurance company. Regulation of functioning of insurance company is attained.