

УДК 336.764.2

## МЕТОДОЛОГІЧНІ АСПЕКТИ ОЦІНЮВАННЯ ТА ЗАСТОСУВАННЯ СКЛАДЕНИХ ОПЦІОНІВ

Н. Івашук

*Жешівський університет*

*У статті розглянуто стан та перспективи розвитку ринку деривативів у світі та в Україні. Наведено способи обчислення суми кінцевого платежу для складених опціонів, досліджено способи оцінювання та застосування цих деривативів, а також описані їх модифікації та фактори впливу на їх ціну.*

*Ключові слова:* деривативи, складені опціони, опціонна премія, бар'єр.

Роль фінансових ринків, у тому числі строкових, у світовій економіці останнім часом значно зростає. Предметами обороту на них, окрім звичайних фінансових інструментів, виступають також і похідні фінансові інструменти, які ще називають деривативами (derivatives). Ці інструменти стали одним із найбільш успішних способів страхування (хеджування) фінансових інвестицій від ризиків різної природи, які щоразу більше загрожують стабільності функціонування усіх господарюючих суб'єктів. До найбільш популярних похідних інструментів можна зарахувати ф'ючерси (futures), опціони (options), свопи (swaps) та варанти (warrants). Такі інструменти дозволяють не тільки хеджувати фінансові інвестиції, але й ефективно управляти ними, вміло використовуючи сучасні моделі та механізми фінансового ринку.

На сьогоднішній день на європейських та світових фінансових ринках можна зауважити прискорений розвиток існуючих видів опціонів, а також періодичну появу нових, більш цікавих та більш складних фінансових деривативів. В Україні ринок опціонних контрактів є ще зовсім молодий (з 2000р.) і не розвинутий, а тому потребує пильної уваги та досліджень.

Тематикою опціонних контрактів, у тому числі складених, займалися наступні вчені: A.Fierla [1], I.Nelken [2], E.Banks [3], J.C.Hull [4], R.Geske [5], R.L.McDonald [6], K.Ravindran [7] та інші.

До 1973 року оборот похідними інструментами відбувався виключно на позабіржовому ринку. Створені у середині 70-х років біржі деривативів швидко перейняли левову частку оборотів. Вони притягували інвесторів передусім безпекою та ліквідністю торгівлі стандартизованими опціонними контрактами. В п'ятидесятих роках у США продавалося біля 6-9 тисяч ново емітованих позабіржових опціонів на рік, в шестидесятих роках – кільканадцять тисяч, в 1972 р., коли була закладена СВОЕ (Chicago Board Options Exchange), було виставлено біля 20 тисяч контрактів. У тому ж 1973 р. СВОЕ продала 110 тисяч, а роком пізніше 1,8 мільйонів опціонів [1, 42-43]. Ці диспропорції ще більше зросли разом із розвитком похідних інструментів у цілому світі.

Згідно статистичних даних Банку міжнародних розрахунків (BIS – Bank for International Settlements) щороку зростає кількість укладених строкових контрактів, у тому числі опціонних, а також обсяги оборотів цими інструментами в усіх регіонах світу (див. Табл.1).

В Україні, за даними Державної Комісії з цінних паперів та фондового ринку, станом на 1.01.2004р. (починаючи з 2000 року) було зареєстровано 8 випусків опціонів загальною кількістю 817,4 тис. шт. на суму 198,21 млн. грн., натомість станом на 1.01.2005р. – 19 випусків опціонів на суму 310,42 млн. грн. У 2005 році обіг деривативів здійснювався на наступних організаторах торгівлі: УФБ, ПФБ та ПФТС (див. Табл. 2).

Однак під кінець 80-х років тенденція змінилася на протилежну. Те, що спочатку вважалося перевагою біржової торгівлі, поступово перетворювалося в її недолік. Стандартизація біржових контрактів не була спроможною задовольнити усіх вимог інвесторів, котрим необхідні були такі деривативи, які б дозволяли, з одного боку, страхуватися від ризику, що був наслідком їх діяльності на багатьох ринках, а з другого боку – займати таку позицію на ринку, яка б забезпечувала чітко визначену, нестандартну структуру доходу. В такий спосіб, біля стандартних біржових контрактів появились екзотичні опціони, які були краще пристосовані до індивідуальних потреб інвесторів.

Складений опціон (compound option, nested option) – це опціон на опціон, тобто такий опціон, первинним інструментом якого є інший опціон, який називається дочірнім (daughter option) або базовим. Натомість опціон, який базується на іншому опціоні називається материнським (mother-option) або власне складеним. Материнський опціон надає його власникові право до купівлі або продажу, в узгоджений момент або проміжок часу, чітко визначеного іншого опціону, за встановленою між сторонами ціною.

Оскільки як материнський, так дочірній опціони можуть бути опціонами купівлі або продажу, то існують чотири види складених опціонів:

- опціон купівлі на опціон купівлі;
- опціон купівлі на опціон продажу;
- опціон продажу на опціон купівлі;
- опціон продажу на опціон продажу.

Таблиця 1

## Опціони, продані на організованих біржах (за локалізацією), кількість контрактів [мільйонів] і оборот [білйонів доларів США]

Локалізація	Кількість контрактів				Оборот	
	12/2003	12/2004	12/2005	9/2006	2004р.	2005р.
Всі ринки	61.1	71.7	92.3	125.7	3354.1	3590.0
На процентну ставку	21.4	24.7	31.6	47.3	361.0	430.8
На валюту	0.8	0.9	1.3	1.2	13.0	19.4
На біржовий індекс	38.9	46.0	59.4	77.1	2980.1	3139.8
Північна Америка	19.7	26.4	37.3	52.7	332.3	439.3
На процентну ставку	11.4	15.3	19.8	29.1	223.9	284.9
На валюту	0.2	0.3	0.2	0.3	2.7	3.3
На біржовий індекс	8.2	10.8	17.2	23.3	105.7	151.1
Європа	34.0	37.8	45.4	61.7	371.5	392.0
На процентну ставку	9.6	8.8	11.0	15.3	128.5	138.0
На валюту	0.0	0.1	0.1	0.2	0.4	0.8
На біржовий індекс	24.3	29.0	34.2	46.3	242.5	253.2
Азія і Тихоокеанський басейн	4.5	4.5	6.1	6.7	2585.6	2662.4
На процентну ставку	0.1	0.0	0.1	1.3	3.7	4.3
На валюту	---	---	---	---	---	---
На біржовий індекс	4.4	4.4	6.0	5.4	2581.8	2658.1
Інші ринки	2.9	3.0	3.6	4.5	64.8	96.2
На процентну ставку	0.3	0.6	0.7	1.6	4.8	3.6
На валюту	0.6	0.6	0.9	0.8	9.9	15.3
На біржовий індекс	2.0	1.9	2.0	2.1	50.0	77.4
Товарні контракти	4.4	5.5	7.5	14.3	61.3	68.6
Ринок США	4.0	4.9	6.4	13.1	53.8	57.7
Інші ринки	0.4	0.7	1.0	1.2	7.6	11.0
Контракти на одну валюту	332.1	277.2	456.8	517.5	2068.8	2446.9
Ринок США	229.4	149.8	321.2	367.5	1083.5	1369.0
Інші ринки	102.7	127.3	135.6	150.0	985.3	1077.9

Джерело: <http://www.bis.org>

Таблиця 2

## Обіг деривативів на організаторах торгівлі у 2005 році, млн. грн.

Організатор торгівлі	Первинне розміщення	Вторинний обіг
УФБ	5,52	252,86
ПФБ	3,60	264,29
ПФТС	0,03	157,91
Разом	9,15	675,06

Джерело: <http://www.smsc.gov.ua>

Окрім цього, і материнський, і дочірній опціони можуть мати або європейський тип, або американський. Таким чином можемо отримати 16 різновидів цих деривативів. Однак більшість материнських та дочірніх опціонів, що входять у конструкцію складених опціонів, які обертаються на світовому ринку мають європейський характер. Отже, можна розглядати чотири основні їх різновиди. Конструкції, в яких материнський опціон був би американського типу практично не зустрічаються на ринку і мають чисто теоретичний характер. Натомість можна зустріти випадки, хоч і нечасто, коли дочірній опціон є американським [2, 129-142].

Покупець складеного опціону під час укладання опціонного контракту сплачує за нього премію. Якщо у момент погашення складеного опціону  $T_1$  (для опціонів європейського типу) материнський опціон буде „в грошах”, то утримувач складеного опціону купівлі (або продажу) матиме змогу купити (або продати) від емітента (емітенту) опціону дочірній опціон за наперед встановленою ціною  $X_1$ . Якщо ж у момент  $T_1$  материнський опціон буде в позиції „без грошей”, то він не буде реалізований.

Таким чином складений опціон поєднує у собі елемент страхування позиції та нижчі видатки інвестора на придбання складеного опціону (перша частина премії), у порівнянні зі стандартним опціоном, у ситуації, коли передбачувані події не наступили. На практиці придбання опціонного контракту такого типу можна трактувати як оплату інвестора за можливість придбання у майбутньому базового опціону у випадку, якби така необхідність виникла. Якщо виявиться, що така необхідність наступила, то інвестор буде змушений сплатити другу частину премії за цим контрактом. Натомість у випадку відмови інвестора від наміру придбання дочірнього опціону, він не має обов'язку оплачувати другої частини премії. Таким чином, премія за складений опціон складається з двох частин, перша з яких є обов'язковою, а друга – добровільною. При здійсненні оплати другої частини премії, яка є

одночасно ціною виконання материнського опціону, інвестор отримує взамін стандартний опціон, який є дочірнім у складеному. Зрозуміло, що чим вища перша частина премії, тим нижчою буде друга, і навпаки.

Складені опціони, зазвичай, купуються інвесторами з метою хеджування інвестицій, залежних від подій, щодо настання яких нема впевненості. Такі події можуть мати значний вплив на портфель активів або пасивів інвестора у разі їх настання. Опціон на опціон забезпечує охорону портфеля при значно нижчій премії, без укладання опціонного контракту (дочірнього), який базується на активах або пасивах згаданого портфеля, необхідність якого є досить сумнівною. Складені опціони найчастіше виступають на ринку валют та процентних ставок, рідше їх можна зустріти на ринку цінних паперів [3, 152].

Функція кінцевої вартості складеного опціону має наступний вигляд:

$$\max(c_{T_1} - X_1, 0) - \text{для опціону купівлі на опціон купівлі};$$

$$\max(p_{T_1} - X_1, 0) - \text{для опціону купівлі на опціон продажу};$$

$$\max(X_1 - c_{T_1}, 0) - \text{для опціону продажу на опціон купівлі};$$

$$\max(X_1 - p_{T_1}, 0) - \text{для опціону продажу на опціон продажу}.$$

Символами  $c_{T_1}$  і  $p_{T_1}$  позначено ринкові ціни у момент  $T_1$  дочірніх опціонів купівлі і продажу, відповідно.

Оцінювання складених опціонів є досить складною справою, оскільки їх вартість обчислюється поетапно. Вона залежить від ціни його первинного інструменту, яким є дочірній опціон. Вартість останнього, у свою чергу, залежить від базового інструменту. Таким чином вартість складених опціонів можна обчислити, використовуючи наступні рівняння [4, 459-460]:

$$c_c = Ke^{-qT_2} \cdot M\left[a_1, b_1; \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}\right] - X_2 e^{-rT_2} \cdot M\left[a_2, -b_2; \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}\right] - X_1 e^{-rT_1} \cdot N(a_2),$$

$$c_p = -Ke^{-qT_2} \cdot M\left[-a_1, -b_1; \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}\right] + X_2 e^{-rT_2} \cdot M\left[-a_2, -b_2; \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}\right] - X_1 e^{-rT_1} \cdot N(-a_2),$$

$$p_c = -Ke^{-qT_2} \cdot M\left[-a_1, b_1; -\sqrt{\frac{T_1}{T_2}}\right] + X_2 e^{-rT_2} \cdot M\left[-a_2, b_2; -\sqrt{\frac{T_1}{T_2}}\right] + X_1 e^{-rT_1} \cdot N(-a_2),$$

$$p_p = Ke^{-qT_2} \cdot M\left[a_1, -b_1; -\sqrt{\frac{T_1}{T_2}}\right] - X_2 e^{-rT_2} \cdot M\left[a_2, -b_2; -\sqrt{\frac{T_1}{T_2}}\right] + X_1 e^{-rT_1} \cdot N(a_2),$$

де  $X_2$  - ціна реалізації дочірнього опціону,

$T_2$  - тривалість часу до моменту погашення дочірнього опціону,

$$a_1 = \left[ \ln\left(\frac{K}{K^*}\right) + (r - q + 0,5s^2)T_1 \right] / (s\sqrt{T_1}),$$

$$a_2 = a_1 - s\sqrt{T_1},$$

$$b_1 = \left[ \ln\left(\frac{K}{X_2}\right) + (r - q + 0,5s^2)T_2 \right] / (s\sqrt{T_2}),$$

$$b_2 = b_1 - s\sqrt{T_2},$$

$c_c$  - ціна опціону купівлі на опціон купівлі у момент  $T_0 = 0$ ,

$c_p$  - ціна опціону купівлі на опціон продажу у момент  $T_0 = 0$ ,

$p_c$  - ціна опціону продажу на опціон купівлі у момент  $T_0 = 0$ ,

$p_p$  - ціна опціону продажу на опціон продажу у момент  $T_0 = 0$ ,

$K^*$  - так звана, критична ціна первинного інструменту у момент  $T_1$ , для якого ціна дочірнього опціону у момент  $T_1$  становить  $X_1$  (відношення реальної ціни інструменту в  $T_1$  до  $K^*$  вирішує про те, чи материнський опціон буде у момент часу  $T_1$  знаходитися у позиції „в грошах” і буде у зв'язку з цим реалізований),  $M(a, b; k)$  - значення дистрибуанти нормального розподілу двох стандартизованих змінних: це є ймовірність того, що перша змінна буде меншою від  $a$ , а друга меншою від  $b$ , причому коефіцієнт кореляції між  $a$  і  $b$  становить  $k$  [4, 260]. Як видно із вищесказаного, складений опціон має дві ціни виконання і два терміни погашення, по

одному для материнського і одному для дочірнього опціонів. Формули для обчислення ціни складеного опціону можна також знайти в [5, 63-81] та [6, 458-459].

Важливу роль у теорії опціонів, а особливо їх оцінювання, відіграє зв'язок, який називається паритетом опціонів купівлі і продажу (put-call parity). Для стандартних європейських опціонів купівлі і продажу на базовий інструмент, який не приносить дивідендів, паритет описується наступним чином:  $c - p = K - Xe^{-rT}$ .

Для складених опціонів формули паритету набувають наступного вигляду:

$$c_c - p_c = c - X_1 e^{-rT_1}, \quad c_p - p_p = p - X_1 e^{-rT_1},$$

де  $c$  - ціна дочірнього опціону, який є опціоном купівлі, у момент  $T_0 = 0$ , а  $p$  - ціна у момент  $T_0 = 0$  дочірнього опціону, який є опціоном продажу.

Враховуючи різноманітність базових активів, опціони можуть виставлятися на різні валюти, товари, акції, процентні ставки тощо, тобто у ролі базового опціону можуть виступати валютні (currency options), товарні (commodity options), акційні (equity options), процентні опціони (interest-rate options). Використовуючи [7, 135], можна визначити наступні фактори впливу на ціни складених опціонів, в залежності від типу дочірнього опціону (див. Табл. 3).

Як видно із таблиці 3, у порівнянні зі стандартними опціонами, для складених опціонів появляються три додаткові фактори впливу, а саме, частота можливості реалізації материнського опціону, проміжок часу між внесенням покупцем опціону першої та другої частини преміальної оплати та величина другої частини премії, яка є добровільною.

Таблиця 3

Фактори впливу на ціну складеного опціону

Фактори	Процентний опціон	Валютний опціон	Акційний опціон	Товарний опціон
Ступінь корисності				+
Дивідендна ставка першого активу			+	
Безризикова процентна ставка за кордоном		+		
Безризикова процентна ставка внутрішнього ринку	+	+	+	+
Вартість базового активу	+	+	+	+
Ціна виконання	+	+	+	+
Змінність цін базового активу	+	+	+	+
Частота можливості виконання	+	+	+	+
Термін дії контракту	+	+	+	+
Частота можливості виконання материнського опціону	+	+	+	+
Час між оплатами двох премій	+	+	+	+
Величина другої частини премії	+	+	+	+

Припустімо, що деякий виробник сподівається підписати через місяць угоду на виробництво певної продукції, у зв'язку з чим потребуватиме деякої кількості сировини. Однак він не має певності ані до того, що така угода буде підписана, ані до того, що ціна сировини не зміниться. А тому не купує сировини у даний момент. Найкращим виходом із такої ситуації є власне придбання складеного опціону купівлі на базовий опціон з правом купівлі деякої кількості сировини за визначеною ціною з терміном реалізації, який припадає рівно через місяць. Якщо угода на виробництво продукції буде підписана, то виробник, заплативши другу частину премії, отримає право до реалізації базового опціону на сировину. У протилежному випадку – виробник може відмовитися від купівлі базового опціону, а тим самим заощадить деяку суму коштів, що дорівнюватиме другій частині опціонної премії.

Очевидно, що для забезпечення своєї позиції, інвестор міг придбати стандартний опціон купівлі на сировину, однак така стратегія була б для нього дорожчою, оскільки він був би зобов'язаний оплатити повну вартість премії цього деривативу. Застрахувати свою позицію виробник може також, використовуючи інші види екзотичних опціонів.

Як материнський, так і дочірній опціони не обов'язково повинні бути стандартного типу. Вони можуть різнитися між собою і приймати форму будь-якого з екзотичних опціонів.

Складені опціони дуже часто застосовуються у поєднанні з бар'єрними опціонами, утворюючи спільну екзотичну конструкцію, яку називають складеним опціоном „зі спусковим механізмом” або „зі спуском” (trigger compound option). Існує чотири основні види бар'єрних опціонів, а саме, з активаційним бар'єром вгорі, з активаційним бар'єром внизу, з дезактиваційним бар'єром вгорі та з дезактиваційним бар'єром внизу. Після поєднання їх з конструкцією складеного опціону, отримаємо 16 видів опціонів „зі спуском”:

- опціон call на опціон call з верхнім активаційним бар'єром;
- опціон call на опціон put з верхнім активаційним бар'єром;
- опціон put на опціон call з верхнім активаційним бар'єром;

- опціон put на опціон put з верхнім активаційним бар'єром;
- опціон call на опціон call з нижнім активаційним бар'єром;
- опціон call на опціон put з нижнім активаційним бар'єром;
- опціон put на опціон call з нижнім активаційним бар'єром;
- опціон put на опціон put з нижнім активаційним бар'єром;
- опціон call на опціон call з верхнім дезактиваційним бар'єром;
- опціон call на опціон put з верхнім дезактиваційним бар'єром;
- опціон put на опціон call з верхнім дезактиваційним бар'єром;
- опціон put на опціон put з верхнім дезактиваційним бар'єром;
- опціон call на опціон call з нижнім дезактиваційним бар'єром;
- опціон call на опціон put з нижнім дезактиваційним бар'єром;
- опціон put на опціон call з нижнім дезактиваційним бар'єром;
- опціон put на опціон put з нижнім дезактиваційним бар'єромю

Складені опціони „зі спуском” відрізняються від стандартних опціонів тим, що їх базовий інструмент повинен додатково досягнути рівень активаційного бар'єру, щоб цей дериватив можна було реалізувати (для опціонів з активаційним бар'єром), або досягнути дезактиваційного бар'єру (для опціонів з дезактиваційним бар'єром), щоб він перестав існувати.

У нашому прикладі, якщо виробник придбає складений опціон „зі спуском” з активаційним бар'єром, то після оплати другої частини премії отримає право до реалізації даного деривативу, однак при умові, що ціна сировини досягне встановленого раніше рівня бар'єру. Натомість у випадку придбання деривативу з дезактиваційним бар'єром, при тих самих умовах не матиме змоги реалізувати своїх прав, оскільки складений опціон „зі спуском”, при досягненні ціною базового активу (сировини) бар'єру, дезактивується.

Критерієм вибору між звичайним складеним опціоном та складеним опціоном „зі спуском” є ймовірність досягнення базовим інструментом активаційного або дезактиваційного бар'єру. Чим вищі шанси на досягнення активаційного бар'єру, тим вищою буде схильність інвестора, який хеджує свої позиції, замінити стандартного складеного опціону на дешевший складений опціон „зі спуском”. У протилежному випадку, коли зростає ймовірність досягнення базовим інструментом дезактиваційного бар'єру, інвестор вибере для себе дорожчий стандартний складений опціон, який забезпечить йому вищі шанси страхування від ризику.

Фактично інвестори не завжди керуються цінами деривативів при хеджуванні. Іноді забезпечення своєї позиції від евентуального ризику є важливішим, ніж заощаджені на придбанні того, а не іншого деривативу кошти, оскільки втрати на позиції при дуже несприятливих раптових ринкових змінах можуть у багато разів перевищувати ці кошти. А тому інвестори будуть шукати більш певних інструментів, які б до мінімуму редукували ризик. Натомість спекулянти, які професійно займаються грою на фінансових ринках, та арбітражери, які заробляють на невеликих різницях цін при дуже великих оборотах, можуть більш ефективно використовувати описані деривативи.

На сьогоднішній день ринок екзотичних деривативів є сегментом строкового ринку, який розвивається найбільш динамічно. Він складає вже біля 15% усіх оборотів цього ринку. Кількість інструментів, що появляються є величезна. Креативність фінансових інституцій у цій сфері не має границь. Для кожного клієнта інституції здатні приготувати декілька альтернативних розв'язань, які б відповідали його потребам. Деякі розв'язання приймаються і розповсюджуються, а інші можуть використовуватися один або декілька разів, а потім з різних причин зникають, як небезпечні або неефективні. Однак дослідження у цій області будуть корисними як для науковців, так і практиків.

1. A.Fierla. Giełdowy rynek opcji na akcje; możliwości rozwoju w Polsce. Monografie i opracowania nr 432. Oficyna Wydawnicza Szkoły Głównej Handlowej, Warszawa 1997.
2. I.Nelken. The Handbook of Exotic Options. Instruments, Analysis and Applications, IRWIN Professional Publishing, Chicago, 1996.
3. E.Banks. The Credit Risk of Complex Derivatives. Finance and Capital Markets series, Macmillan Business, 1997.
4. J.C.Hull. Options, Futures, and Other Derivatives. Prentice-Hall International, Inc., 1997.
5. R.Geske. The valuation of compound options. Journal of Financial Economics, N 7, 1979.
6. R.L.McDonald. Derivatives Markets. Pearson Education, Boston, 2003.
7. K.Ravindran. Customized Derivatives: A Step-by-Step Guide to Using Exotic Options, Swaps and Other Customized Derivatives, McGraw-Hill, New York, 1998.

**METHODOLOGICAL ASPECTS OF COMPOUND OPTIONS PRICING AND APPLICATIONS**

**N. Ivashchuk**

*Rzeszow University*

In article the condition and prospects of development of derivatives market in the world and in Ukraine is considered. Ways of calculation of final payment sum for compound options are resulted, ways of these derivatives pricing and applications are investigated, and also their updatings and factors of influence on their price are described.

Key words: derivatives, compound options, option premium, barrier.