

УДК 330.115:336.76

МОДЕЛЮВАННЯ ФІНАНСОВИХ ЧАСОВИХ РЯДІВ З ДОВГОЮ ПАМ'ЯТТЮ

Л. Зомчак

Львівський національний університет імені Івана Франка

У статті проведено дослідження часових рядів логарифмічних доходностей даних, що характеризують процеси на фінансовому ринку, а саме курсів акцій компанії енергетичного сектора України „Західенерго”, „Центренерго”, „Київенерго”. Показано, що припущення про нормальний закон розподілу цих даних не підтверджується на практиці. За допомогою показника Херста доведено, що деякі з них можна вважати часовими рядами з довгою пам'яттю та запропоновано деякі методи їх моделювання.

Ключові слова: фінансовий часовий ряд, часовий ряд з довгою пам'яттю, модель ARFIMA, показник Херста.

Інтенсивний розвиток фінансових ринків постійно супроводжувався ґрунтовним дослідженням процесів, що відбувались при цьому. Залучення комп'ютерних технологій значно розширило можливості дослідників, адже дало можливість обробляти довгі часові ряди із використанням складного апарату, вводити ці дослідження у практику інвесторів на фінансовому ринку. Але разом із цим показало неадекватність класичних підходів фактичній ситуації. Науковці довгий час виходили із припущення про раціональність інвестора, що, у свою чергу, означає нормальний закон розподілу доходностей фінансових активів, їх повну непередбачуваність, що базується на гіпотезах „випадкових блукань” та інформаційної ефективності ринку. Однак дані, отримані з реальних фінансових ринків не підтверджують ці припущення. Дослідження останніх років із застосуванням різних моделей дають підстави говорити, що реальні фінансові часові ряди не лише не є випадковими, але й мають довгу пам'ять, тобто події минулих періодів сильно впливають на майбутні доходності фінансових активів.

Перші підтвердження неспроможності класичного підходу з'явилися ще із його виникненням. Історію їх появи описано у праці Петерса Е. [1], де запропоновано також і нову парадигму дослідження принципів розвитку ринку капіталів на базі теорії динамічного хаосу. Її розробкою в Україні займається Сергєєва Л.Н [2]. Модифікований класичний підхід до аналізу часових рядів пропонує Бідюк П.І. [3]. Класичні моделі часових рядів фінансового ринку та їх модифікації, у тому числі модель для рядів з довгою пам'яттю ARFIMA, детально описані у ґрунтовній праці одного з найвідоміших закордонних вчених-економетриків Тсея [4]. Проблемами моделювання часових рядів з довгою пам'яттю займаються російські вчений Перцовський О. [5] та Кятов Н. [6]. Цікавий підхід до прогнозування часових рядів з довгою пам'яттю на базі нейронних мереж запропоновано у роботі закордонного вченого Сінга С. [7]

Метою даної статті є перевірка припущень класичних теорій з моделювання цін і доходностей фінансових активів на даних з фінансового ринку України та їх ідентифікація. На підставі проведеного аналізу запропоновано адекватні методи дослідження та прогнозування фінансових часових рядів.

Для дослідження вибрано часовий ряд котирувань акцій енергетичних компаній України „Західенерго”, „Центренерго” та „Київенерго” за останні шість років. Від емпіричних даних необхідно перейти до логарифмічних доходностей за допомогою формули:

$$S_t = \ln \frac{P_t}{P_{t-1}}$$

де P_t – ринкова ціна акції (курс) у момент часу t ,

P_{t-1} – ринкова ціна акції (курс) у момент часу $t-1$.

Результати обчислення найпростіших статистичних характеристик рядів логарифмічних доходностей подано у таблиці 1.

Показники асиметрії та ексцесу допомагають підтвердити чи спростувати гіпотезу про нормальний закон розподілу. Для нормального закону розподілу значення показника асиметрії дорівнює нулю, а у нашому випадку для всіх рядів коефіцієнт асиметрії більший від нуля, що означає наявність правостороннього скосу. Коефіцієнт ексцесу для нормального закону розподілу дорівнює трьом, тоді як за нашими розрахунками від приймає значно вищі значення, що є ознакою гостровершинності фактичного розподілу порівняно з нормальним, а також вказує на наявність „важких хвостів” у розподілах логарифмічних доходностей акцій українських компаній енергетичного сектору. Наявність скосу та „товстих хвостів” на практиці може супроводжуватись значними

ризиками втрат, оскільки нульова доходність досягається при значно вищих значеннях, ніж для нормального закону розподілу.

Таблиця 1.

Описова статистика логарифмічних доходностей акцій компаній „Західенерго”, „Центренерго”, „Київенерго”

Назва компанії	Кількість значень	Математичне сподівання	Дисперсія	Асиметрія	Ексцес
„Західенерго”	1245	-0,002013	0,040167	0,207560	51,11313
„Центренерго”	1267	-0,002332	0,052360	3,789252	163,1379
„Київенерго”	1243	-0,001014	0,071368	4,386503	79,17208

Ці висновки підтверджує і наведений нижче рис. 1, на якому зображено гістограми фактичного розподілу та криву нормального розподілу із відповідними математичним сподіванням та дисперсією для кожної з компаній, що досліджуються.

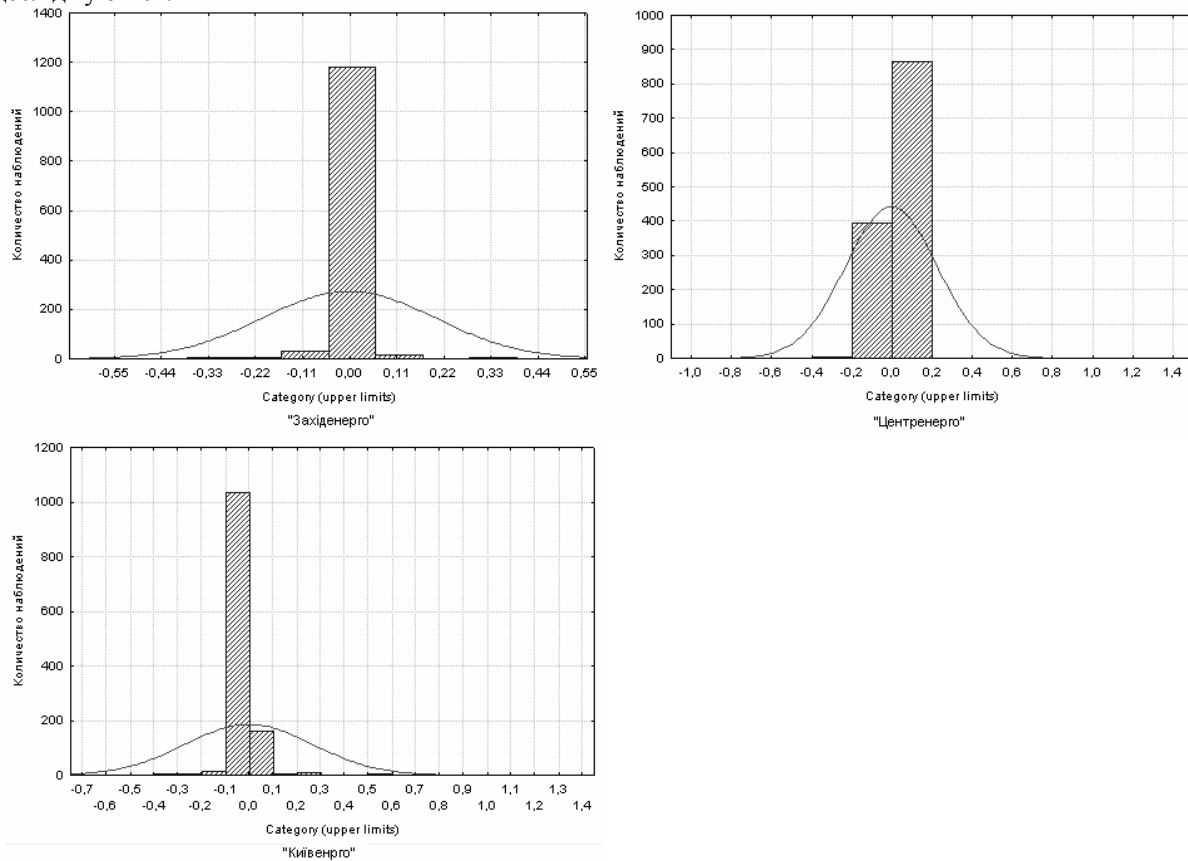


Рис. 1. Закони розподілу логарифмічних доходностей курсів акцій компаній „Західенерго”, „Центренерго”, „Київенерго”

Для підтвердження зроблених висновків перевіримо вхідні дані за допомогою тесту Харке-Бера (*Jarque-Bera* або *JB*), який перевіряє нульову гіпотезу про нормальний закон розподілу. Якщо виконується умова $JB \geq \chi_2^2$, то гіпотеза відхиляється. Для рядів логарифмічних доходностей компанії, що досліджуються, цей показник приймає такі значення: „Західенерго” $JB = 134424,5$; „Центренерго” $JB = 1396885$; „Київенерго” $JB = 325975,1$. Очевидно, що для всіх рядів показник Харке-Бера значно перевищує критичні значення, тому нульова гіпотеза про нормальний закон розподілу цих рядів відкидається.

Ці та подальші обчислення реалізовані за допомогою пакету “R”, що є мовою та середовищем (не лише набір програм, але й розвинута мова програмування) для статистичної обробки інформації та її графічного представлення.

Петерс Е. [1] зауважує, що така ситуація має місце на більшості фінансових ринків, що підтверджується фактичними даними з цих ринків. Відповідно традиційні моделі, що виходять з припущення про нормальний закон розподілу, не є адекватними.

Поняття „ефект пам’яті” є одним із ключових у нелінійній парадигмі теорії фінансів, запропонованій Петером Е. Класичним тестом на перевірку наявності довгої пам’яті є показник Херста H , що є одним із важливих показників теорії динамічного хаосу. Показник Херста знаходиться в межах $[0, 1]$, причому тут можливі три варіанти:

- якщо $H \in [0; 0,5]$, то ряд антиперсистентний, тобто він реверсує частіше, ніж випадковий ряд;

- якщо $H=0,5$, то ряд випадковий;
 - якщо $H \in [0,5; 1]$, то ряд персистентний, тобто ряд з довгою пам'яттю;
- Результати обчислень показника Херста для цього та інших рядів подано у таблиці 2.

Таблиця 2

Показник Херста для логарифмічних доходностей акцій компаній „Західенерго”, „Центренерго”, „Київенерго”

Назва компанії	Показник Херста для вхідних даних	Показник Херста для перетасованих даних
„Західенерго”	0,5295	0,4856
„Центренерго”	0,5298	0,4728
„Київенерго”	0,3805	0,3850

Процедуру обчислення показника Херста для часового ряду логарифмічних доходностей компанії „Західенерго” проілюстровано на рис.2.

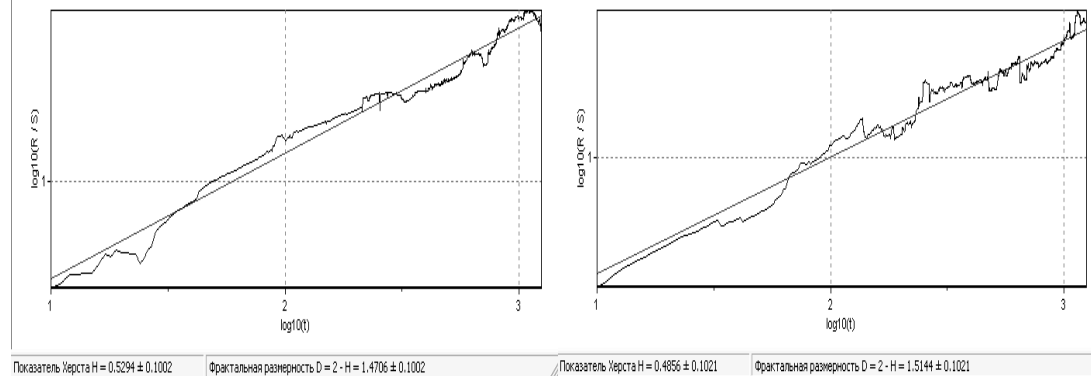


Рис. 2. Обчислення показника Херста для сортованих та тасованих даних логарифмічних доходностей компанії „Західенерго”

Отже, фінансові часові ряди логарифмічних доходностей компанії „Західенерго” та „Центренерго” можна вважати рядами з довгою пам'яттю, тоді як логарифмічні доходності „Київенерго” не мають такої властивості. Однак для перших двох компаній висновок досить спірний, бо значення показника Херста не достатньо сильно перевищує допустимий рівень. Як показує практика, більшість фінансових часових рядів мають довгу пам'ять. Це означає, що дані минулих періодів сильно впливають на майбутні значення. Щодо фінансових рядів доходностей, то не завжди можна говорити про наявність у них довгої пам'яті.

Тест на перетасування здійснюється для того, щоб підтвердити висновок про наявність тенденції, адже при перетасуванні даних пам'ять ряду руйнується. Цей тест підтвердив зроблені раніше висновки.

Отримані результати ще раз підтверджують хибність гіпотези ефективного ринку, згідно з якою ринок миттєво реагує на нову інформацію та відразу „забуває” її. Таким чином ціна на ринку має відповідати фундаментальній ціні активу, а найкращим прогнозом ціни фінансового активу на завтра є сьогоднішня ціна.

Серед моделей фінансових часових рядів чільне місце займає модель стаціонарних фінансових часових рядів ARIMA. Одним із її параметрів є порядок інтегрування. Як правило, він приймає значення 0 або 1, причому якщо порядок інтегрування дорівнює нулю, то це означає відсутність пам'яті у ряду, а одиничне значення порядку інтегрування – наявність практично нескінченної пам'яті. Тобто моделі типу ARIMA не враховують можливості наявності довгої пам'яті у ряду. Ця особливість реальних часових рядів врахована у моделях типу ARFIMA, які допускають можливість нецілого значення порядку інтегрування, причому його величина прямо пропорційна довжині пам'яті часового ряду.

Перед моделюванням ряду необхідно провести його перевірку на стаціонарність. Для цього використаємо два різних тести, які в якості нульової перевіряють гіпотезу про нестаціонарність процесу. Перший – тест Дікі-Фуллера (Dickey-Fuller test, ADF), другий – тест Філіпса-Перона (Phillips-Perron test, PP). Результати подано у таблиці 3.

Таблиця 3.

Тестування логарифмічних доходностей акцій компаній „Західенерго”, „Центренерго”, „Київенерго” на стаціонарність

Назва компанії	ADF	PP	Нульова гіпотеза про наявність одиничного кореня
„Західенерго”	-11,9214	-1528,815	відхиляється
„Центренерго”	-9,971	-1389,791	відхиляється
„Київенерго”	-12,2758	-1009,189	відхиляється

За обома тестами нульова гіпотеза відхиляється, тобто всі процеси можна вважати стаціонарними. Разом з тим можемо припустити, порядок інтегрування значно ближчий до нуля, ніж до одиниці, тому результати тестування так категорично відхиляють припущення про нестационарність часових рядів логарифмічних доходностей акцій трьох українських компаній енергетичного сектора.

Знайдемо значення показника d пам'яті моделі ARFIMA за допомогою метода Сперіо (Sperio), який базується на регресійному рівнянні з використанням згладженої періодограми функції для оцінки спектральної густини. Для даних логарифмічних доходностей компанії „Західенерго” $d = -0.1468126$, компанії „Центренерго” $d = -0.1938029$, компанії „Київенерго” $d = -0.002866057$. Для класичної моделі ARFIMA [4] показник інтегрування ряду може приймати значення з інтервалу $[-0,5; 0,5]$. Отримані результати підтверджують зроблені раніше на підставі показника Херста висновки про те, що часові ряди логарифмічних доходностей компаній „Західенерго” та „Центренерго” можна вважати рядами з довгою пам'яттю, тоді для як часовий ряд логарифмічних доходностей компанії „Київенерго” є антиперсистентним і не володіє пам'яттю, значення показника інтеграції для нього дуже близьке до нуля.

Отже, за допомогою описової статистики та графічного представлення законів розподілу вхідних даних доведено, що для часових рядів логарифмічних доходностей акцій українських компаній енергетичного сектора, як і для більшості фінансових ринків світу, припущення про нормальний закон розподілу не підтверджується. За допомогою методів аналізу альтернативної нелінійної парадигми фінансового ринку та методів аналізу фрактальних часових рядів показано, що часові ряди логарифмічних доходностей компаній „Західенерго” та „Центренерго” можна вважати рядами з довгою пам'яттю, але це не властиво даним компанії „Київенерго”. Це означає, що отримана інформація ще деякий час продовжує враховуватись фінансовим ринком.

Зважаючи на неадекватність припущень класичних методів аналізу часових рядів, виявлення фрактальної та мультифрактальної структури фінансових даних, можна прогнозувати подальший розвиток методів, що враховують такі особливості реальних фінансових часових рядів. Причому важливо зауважити, що такі характеристики не є особливістю часових рядів з фінансового ринку України, а характерні для більшості фінансових ринків. Перспективними можуть бути також реалізації уже розроблених методів аналізу із застосуванням, наприклад, нейронних мереж (перший крок уже зроблено у праці [7]) та нечіткої логіки. Важливо також обов'язково враховувати названі вище особливості фінансових часових рядів та рядів доходностей у розробці методів їх прогнозування.

1. Петерс Э. Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка. - М.: Мир, 2000. - 333 с.
2. Сергеева Л.Н. Моделирование поведения экономических систем методами нелинейной динамики (теории хаоса). – Запорожье: ЗГУ, 2002. – 227 с.
3. Бідюк П.І. Системний підхід до прогнозування на основі моделей часових рядів // Системні дослідження та інформаційні технології. – 2003. - №3. – ст. 88-110.
4. Tsay R. Analysis of Financial Time Series. – John Wiley & Sons, Inc, 2002 – 448 p.
5. Перцовский О.Е. Моделирование валютных рынков на основе процессов с длинной памятью: Препринт . – М.: ГУ ВШЭ, 2003. 52 с.
6. Кяттов Н.Х. О наследственной памяти временных рядов // Исследовано в России. – 2005. – с. 2498-2506.
7. Singh S. A Long Memory Pattern Modelling and Recognition System for Financial Forecasting // Pattern Analysis and Applications. – 1999. – vol. 2, issue 3. – p. 264-273.

MODELING OF THE FINANCIAL TIME SERIES WITH LONG MEMORY

L. Zomchak

Ivan Franko National University of L'viv

In the article the research of the logarithmic returns of the time series is performed. The quotations of the shares of three Ukrainian energetic companies, namely “Zahidenergo”, „Tsentrengo” and „Kyivenergo”, are selected for it. It is shown, that hypothesis about the normal distribution law of these data is not confirmed on the real data. It is demonstrated, that the data of the first to companies are time series with long memory. That's why new methods of analysis must be performed for such time series.

Key words: financial time series, time series with long memory, ARFIMA-model, Herst index.