УДК 330.322:519.862

# МОДЕЛЬ ПРОГНОЗУВАННЯ ПРИЙНЯТТЯ УПРАВЛІНСЬКИХ РІШЕНЬ В ІНВЕСТИЦІЙНІЙ ДІЯЛЬНОСТІ ПІДПРИЄМСТВ

**В. Юринець, В. Савчук**

*Львівський національний університет імені Івана Франка*

*Приведено математичну модель прогнозування оптимального розподілу інвестиційних коштів, залучених для розвитку підприємств певної галузі. За основу береться верхня межа інвестиційних витрат за умови пропорційного розподілу загальної суми, виділеної для зазначених потреб.*
*Ключові слова: теорія ігор, модель, інвестиції, прогнозування.*

На зважене вкладання коштів інвесторів впливає не стільки природна обмеженість фінансових ресурсів, скільки ризик втрати капіталу. Цей ризик може бути закладений ще до проведення інвестиційної операції через несприятливий вибір унаслідок асиметричної інформації, що з'являється під час підприємницької діяльності. Проблема такого вибору виникає тоді, коли інформація, яка відома одній стороні угоди, не доступна іншій, і в результаті ця інша сторона може зазнати значних втрат. Водночас і після проведення інвестиційної операції внаслідок такої ж асиметричної інформації може виникнути проблема, яку часто називають моральним ризиком. Суть цього ризику полягає в тому, що одна із сторін угоди, змінюючи свою поведінку, схильна проводити такі дії, які можуть спричинити великі втрати для іншої, тобто повернення вкладених інвестиційних коштів стає малоймовірним.

Невизначеність, що виникає в цих випадках, породжує конфліктну ситуацію. Конфлікт виробничо-господарської діяльності для будь-якого підприємства може виникнути не тільки через різноманітність цілей, які відображають неспівпадіння інтересів сторін, але й тоді, коли кожна сторона прагне досягнути свої багатосторонні цілі, які можуть не входити у плани інших споріднених підприємств. Єдине, що об'єднує всі конфлікти незалежно від їх фізичної чи соціальної природи, полягає у зіткненні інтересів декількох сторін. Причиною такого зіткнення є те, що сторони переслідують різні цілі, маючи для їх досягнення певний набір альтернатив. Цілком очевидно, що результат будь-якої дії кожної із сторін залежить від того, які дії виберуть інші сторони.

Припустимо, що в інвестора є певна сума грошей $G$ гривень, які він може виділити для розвитку конкретних підприємств. Тоді

$$G = \sum_{i=1}^{n} G_i \,, \tag{1}$$

де $n$ – загальна кількість підприємств, які потребують інвестицій;

$G_i$ – сума, яку можна виділити для розвитку $i$-того підприємства.

Нехай для нормального розвитку всіх підприємств галузі доцільно виділити $J$ гривень, тобто

$$J = \sum_{i=1}^{n} J_i \,, \tag{2}$$

де $J_i$ – сума, яка потрібна для розвитку $i$-того підприємства.

Якщо на розвиток $i$-того підприємства інвестором виділяється $J_i$ гривень, а в інвестора наявні $G_i$ гривень, то незадоволеність $i$-того підприємства у фінансових засобах для його оптимального розвитку буде вимірюватися коефіцієнтом $\mu_i = J_i / G_i$, $\left(i = \overline{1,n}\right)$. Метою розподілу фінансових ресурсів інвестора є мінімізація максимального коефіцієнта незадоволеності $\mu_i$. Таким чином, для цього випадку можна застосувати безмежну антагоністичну гру, яку подамо так:

$$\Gamma = < J^*, G^*, H >, \tag{3}$$

де $J^*$ – множина стратегій діяльності підприємства;

$G^*$ – множина стратегій діяльності інвестора;

$H$ – функція виграшу.

Результатом розв'язування такої задачі є визначення компонент векторів стратегій діяльності інвестора і окремого підприємства за умов обмеженості інформації про конкретні дії суб'єктів господарської діяльності, що зазвичай притаманно ринковому середовищу. Отже, вектор стратегій діяльності інвестора задається співвідношеннями:

$$G^* = (G_1, G_2, ..., G_n),\ G = \sum_{i=1}^{n} G_i\ ,\ G_i \geq 0\ , \tag{4}$$

а вектор стратегій діяльності підприємства, що потребує інвестицій, запишемо так:

$$J^* = (J_1, J_2, ..., J_n),\ J = \sum_{i=1}^{n} J_i\ , \quad L_i \geq 0\ . \tag{5}$$

Функцію виграшу в цьому випадку задають так:

$$H(J^*, G^*) = \max\left(\frac{J_1}{G_1}, \frac{J_2}{G_2}, ..., \frac{J_n}{G_n}\right). \tag{6}$$

Якщо для спрощення задачі зробити заміну змінних

$$J_i = J\,x_i, \qquad G_i = G\,y_i, \qquad \left(i = \overline{1,n}\right), \tag{7}$$

то одержимо гру

$$\hat{\Gamma} = < x, y, \hat{H} >, \tag{8}$$

де

$$x = \left(x_1, x_2, ..., x_i, ..., x_n\right), \qquad \sum_{i=1}^{n} x_i = 1, \quad x_i \geq 0, \tag{9}$$

$$y = \left(y_1, y_2, ..., y_i, ..., y_n\right), \qquad \sum_{i=1}^{n} y_i = 1, \quad y_i \geq 0, \tag{10}$$

$$\hat{H}(x, y) = \frac{J}{G}\max\left(\frac{x_1}{y_1}, \frac{x_2}{y_2}, ..., \frac{x_n}{y_n}\right). \tag{11}$$

Безмежна антагоністична гра $\hat{\Gamma}$ є ізоморфною до гри *Г*. На підставі доведення того [1], що значення і оптимальні стратегії у грі $\hat{\Gamma}$, яка є ізоморфною до гри *Г*, існує лише тоді, коли вони існують у грі *Г*, тому достатньо знайти розв'язки гри $\hat{\Gamma}$ , після чого не важко знайти розв'язки гри *Г*. Якщо функцію $\hat{H}(x, y)$ зменшити на величину $G/J$, то поставлена задача зводиться до знаходження розв'язків гри

$$\Gamma^* = < x, y, H^* >, \tag{12}$$

де

$$H^*(x, y) = \frac{G}{J}\ \hat{H}(x, y)\ . \tag{13}$$

За своїм виглядом функція $\Gamma^*$ є випуклою відносно вектора *y* при кожному значенні *x*, тому функція $\Gamma^*$ задовольняє всім умовам безмежної антагоністичної гри, за винятком її неперервності, оскільки на межі симплекса *y* вона є невизначеною. Все ж припустимо, що інвестор має чисту оптимальну стратегію. Тоді значення гри *Z* буде визначатися з формули

$$Z = \min_y \max_x H^*\left(x, y\right), \tag{14}$$

тобто має місце мінімаксна задача.

Цілком очевидно, що

$$\max_x H^*\left(x, y\right) = \max_x \max\left(\frac{x_1}{y_1}, \frac{x_2}{y_2}, ..., \frac{x_n}{y_n}\right) =$$

$$= \max \max_x \left(\frac{x_1}{y_1}, \frac{x_2}{y_2}, ..., \frac{x_n}{y_n}\right) = \max\left(\frac{1}{y_1}, \frac{1}{y_2}, ..., \frac{1}{y_n}\right). \tag{15}$$

Найменше значення останнього виразу досягається для деякої оптимальної стратегії інвестора $\hat{y}$ , коли

$$\hat{y} = \left(\frac{1}{n}, \frac{1}{n}, ..., \frac{1}{n}\right), \tag{16}$$

тому значення гри $V$ буде $V = n$. На підставі відомої теореми, згідно якої, якщо гра $\Gamma =< x, y, H^* >$ має значення, а гравці – оптимальні стратегії, то

$$\max_{\hat{x}} \inf_{y} H^*(\hat{x}, y) = V,$$

$$\min_{\hat{y}} \sup_{x} H^*(x, \hat{y}) = V \tag{17}$$

і рівності

$$\inf_{y} H^*(\hat{x}, y) = V,$$

$$\sup_{x} H^*(x, \hat{y}) = V \tag{18}$$

є необхідними і достатніми умовами оптимальності стратегій $\hat{x}$ і $\hat{y}$, тоді

$$H^*(x, \hat{y}) = \max \max_{x}(nx_1, nx_2, ..., nx_i, ..., nx_n), \tag{19}$$

Із співвідношень (14) і (19) слідує, що значення гри $V$ буде мати значення

$$Z = H^*(x, \hat{y}) = n \tag{20}$$

тільки для стратегії

$$x_j^i = \begin{cases} 1 & \text{при } i = j, \\ 0 & \text{при } i \neq j. \end{cases} \tag{21}$$

Отже, точками спектру оптимальної стратегії підприємства, яка потребує інвестицій, $\hat{x}$ можуть бути лише точки $x_i \left(i = \overline{1, n}\right)$, які вибирають з умови рівних імовірностей. Для доведення оптимальності вибраних стратегій необхідно, щоб виконувалася умова

$$H^*(x, \hat{y}) \leq H^*(\hat{x}, \hat{y}) \leq H^*(\hat{x}, y). \tag{22}$$

Враховуючи те, що середнє арифметичне ряду є не меншим середнього геометричного, а добуток чисел, що дає в сумі константу, буде найбільшим при рівності значень цих чисел, одержуємо такі співвідношення:

$$H^*(\hat{x}, \hat{y}) = n,$$

$$H^*(x, \hat{y}) = \max(nx_1, nx_2, ..., nx_i, ..., nx_n) \leq n,$$

$$H^*(\hat{x}, y) = \frac{1}{n} \sum_{i-1}^{n} \frac{1}{y_i} \geq \left( \prod_{i=1}^{n} y_i \right)^{-\frac{1}{n}} \geq n. \tag{23}$$

На підставі співвідношень (23) можна зробити висновок, що умова (22) справедлива. Тому компоненти вектора $\hat{x}$ є оптимальні стратегії підприємств, що потребують інвестицій, а компоненти вектора $\hat{y}$ є оптимальні стратегії інвестора. Водночас зауважимо, що стратегії інвестора $\hat{y}$ відповідає стратегія $\left( G/n, G/n, ..., G/n \right)$ гри $\Gamma$, що не залежить від значення $J$. Таким чином, будь-який інвестор може оптимально розподіляти фінансові ресурси, не маючи повної інформації про те, скільки засобів доцільно виділяти на розвиток $n$ підприємств. Водночас на практиці можна оцінити межі, в яких змінюються компоненти $G_i \left(i = \overline{1, n}\right)$. Тоді моделлю даної задачі буде гра (3), в якій третій вираз співвідношень (4) буде мати вигляд:

$$G_i^{(н)} \leq G_i \leq G_i^{(в)}, \tag{24}$$

де $G_i^{(н)}$, $G_i^{(в)}$ – відповідно найменша і найбільша сума коштів, яка потрібна для нормального розвитку $i$-того підприємства.

Нехай

$$G_i^{(н)} > 0, \qquad G_i^{(в)} < 1. \tag{25}$$

Виконавши наведені вище перетворення, одержимо гру (8), в якій

$$x = (x_1, x_2, ..., x_i, ..., x_n), \ \sum_{i-1}^{n} x_i = 1, \ A_i \leq x_i \leq B_i,$$

$$A_i = \frac{J_i^{(н)}}{G}, \qquad B_i = \frac{J_i^{(в)}}{G}. \tag{26}$$

Визначаючи чисту оптимальну стратегію $\hat{y}$ із співвідношень (14)-(15), запишемо

$$\max_x H^*(x,y) = \max_x \max\left\{\frac{x_i}{y_i}\right\} = \max\left\{\frac{B_i}{A_i}\right\}. \qquad (27)$$

Найменше значення останнього виразу досягається тоді, коли його всі значення рівні між собою. На підставі цього знаходимо стратегії $\hat{y}_i$, для яких запишемо

$$\hat{y}_i = \frac{B_i}{\sum_{j=1}^{n} B_j}. \qquad (28)$$

Тоді значення гри буде рівне

$$V = \sum_{i=1}^{n} B_i. \qquad (29)$$

Вектору стратегій $\hat{y} = (\hat{y}_1, \hat{y}_2, ..., \hat{y}_n)$ відповідають стратегії

$$\hat{G} = (\hat{G}_1, \hat{G}_2, ..., \hat{G}_n), \qquad (30)$$

де

$$\hat{G}_i = \frac{G B_i}{\sum_{j=1}^{n} B_j} \quad (i = \overline{1,n}). \qquad (31)$$

Враховуючи співвідношення (26), вираз (31) подамо у вигляді

$$\hat{G}_i = \frac{G J_i^{(в)}}{\sum_{j=1}^{n} J_j^{(в)}} \quad (i = \overline{1,n}). \qquad (32)$$

На підставі співвідношень (30)-(32), стає очевидно, що оптимальні стратегії інвестора не залежать від нижніх границь $J_i$, тобто від мінімальних фінансових потреб підприємства. Отже, інвестор може оптимально розподіляти фінансові засоби, не маючи повної інформації про те, скільки грошей доцільно виділяти на *n* підприємств галузі, і, крім того, не знаючи значень нижніх меж цих потреб. Інвестору варто виділяти фінансові ресурси пропорційно до верхніх меж потреб підприємств галузі.

Стратегії, які визначаються вектором $\hat{G}_i$ $(i = \overline{1,n})$, задають оптимальну поведінку інвестора у конкретний момент часу, для якого задана функція виграшів $H^*$. Однак часто виникає потреба спрогнозувати стратегії для наступних періодів часу. Одним зі способів, які можна використати для цього, є метод найменших квадратів. Вибір моделі прогнозування здійснюється на підставі форм зміни відповідної стратегії за окремі фіксовані періоди [2]. Якщо зміни у ці періоди несуттєві або відбуваються рівномірно, то можна обмежитися лінійною моделлю, наприклад:

$$\hat{G}_{iT} = a + b \cdot T \qquad (T = \overline{1,m}),$$

де $\hat{G}_{it}$ – значення часового ряду в періоді *T*;

*a*, *b* – параметри, які визначають статистичними методами;

*m* – загальна кількість рівнів часового ряду $\hat{G}_{i1}$, $\hat{G}_{i2}$,…, $\hat{G}_{im}$.

Аналогічно можна побудувати моделі інших типів, зокрема квадратичні, кубічні, експоненціального згладжування.

---

1. Юринець В.Є., Жмуркевич А.Є. Вибір стратегії залучення інвестицій підприємствами // Вісн. Львів. ун-ту “Україна на шляху до ринку”, сер. екон., 1998, в. 28. – С. 161-162.
2. Юринець В.Є. Теоретико-ігрова модель прогнозування впливу податкового навантаження на фінансово-господарську діяльність суб’єктів господарювання // Вісник Львів. державного фінансово-економічного інституту, економ. науки, 2003, №4. – С.139-143.

**FORECASTING MODEL OF ADMINISTRATIVE DECISION MAKING IN INVESTMENT ACTIVITY OF ENTERPRISES**

**V. Yurynets, V. Savchuk**

*Ivan Franko National University of L'viv*

The mathematical model of prognostication of the optimum distributing of the investment facilities attracted for development of enterprises of certain industry is resulted. The high bound of investment charges on condition of the proportional distributing of the lump sum selected for the noted necessities undertakes for a basis.

Keywords: game theory, model, investments, prognostications.