ВІСНИК ЛЬВІВ. УН-ТУ *VISNYK LVIV UNIV.*
СЕРІЯ ЕКОН. 2011. ВИП. 45. С.96-101 *SER. ECON . 2011. VOL. 45. P.96-101*

УДК 330.115:336.76

СТОХАСТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ПРОГНОЗУВАННЯ НЕЛІНІЙНОЇ ДИНАМІКИ ЦІН НА ФОНДОВОМУ РИНКУ

Л. Зомчак

Львівський національний університет імені Івана Франка
79008, м. Львів, проспект Свободи, 18
E-mail: LZomchak@gmail.com

У статті проаналізовано основні засади стохастичного моделювання нелінійних залежностей у фінансових часових рядах, проаналізовано переваги та недоліки традиційних моделей, виявлено невідповідності між емпіричними даними та теоретичними положеннями, досліджено наслідки спрощень у теоретичних викладах та запропоновано підходи до їх подолання.
Ключові слова: фінансовий ринок, нелінійна динаміка, стохастичне моделювання, фінансовий часовий ряд.

Невідповідність між емпіричними властивостями цін акцій та їх характеристиками, які застосовуються при побудові економіко-математичних моделей, зокрема, в рамках класичної теорії ефективного ринку, суттєво знижує можливості застосування таких моделей у прийнятті практичних рішень учасниками фондового ринку.

Проблемі моделювання фінансових ринків із застосуванням стохастичного підходу присвячені праці вітчизняних та зарубіжних учених В. Малюгіна [3], А. Лоскутова, А. Брєдіхіна [1], Ю. Лукашина [2], Н. Шепарда [5], А. Ширяєва [6], Г. Кірчгеснера [7], Р. Тсея [8] та інших.

Мета дослідження полягає в аналізі та узагальненні сучасних підходів до моделювання нелінійних залежностей в фінансових часових рядах із використанням методів стохастичного моделювання.

Дослідження статистичних властивостей фінансових часових рядів дає змогу виявити сукупність фактів, які, зважаючи на дослідження закордонних авторів, є спільними для різних фінансових ринків та різних фінансових активів. Серед них можна назвати такі:

„важкі хвости”, гостровершинність і скошеність закону розподілу віддач фінансових активів;

„ефект кластеризації волатильності”: скупчення великих та малих значень віддач;

відсутність автокореляції у віддачах.

Перші дві властивості спостерігаються у короткому часовому діапазоні (від кількох годин до кількох тижнів), але не зберігаються ні у довгостроковому періоді (кілька років), коли стає відчутним вплив макроекономічних чинників, ні у дуже короткостроковому періоді (кілька хвилин, до години), коли враховується детальна структура ринку.

Емпіричними проявами нелінійності на фінансових ринках можуть бути крахи ринку при відсутності істотних інформаційних приводів, різкі зміни умов доступу до кредитів і строків кредитування при перетині компаніями деякого порогу та інші. Такі ситуації суперечать припущенню про лінійність тренду фінансового ринку.

Отже, у фінансових часових рядах можна спостерігати поведінку, властиву складним системам, яка не може бути пояснена за допомогою традиційних (гауссівських) лінійних стохастичних моделей. Альтернативні гіпотези такі:

досліджувані процеси стохастичні, але нелінійні;

досліджувані процеси хаотичні.

Характеристики фінансових часових рядів, такі як розподіли із важкими хвостами, часто є ознакою нелінійного стохастичного процесу. Використання терміну „нелінійний" у цьому випадку стосується способу опису залежностей у моделі, що описує такий процес. Нелінійний стохастичний процес може бути викликаний залежністю дисперсії від часу (моделі типу ARCH - autoregressive conditional heteroskedastic model) або наявністю довгострокової пам'яті (процес „Леві -Парето"). Розглянемо кожен з них детальніше.

Причини існування нелінійності на фінансових ринках можуть бути найрізноманітніші, наприклад: наявність транзакційних витрат; реагування учасників ринку на нову інформацію через деякий час, а не миттєво; психологічні особливості учасників ринку (загальновідомо, що реакція на негативні новини значно гостріша, ніж на позитивні); недостатній рівень розвитку ринку та інші.

Для моделювання змінної у часі дисперсії запропоновано ряд моделей, які прийнято класифікувати на моделі, керовані даними, та моделі, керовані параметрами.

До моделей першого виду належить модель розроблена Р. Енгелем у 1982 році, що відома під назвою ARCH (autoregressive conditional heteroskedastic model – модель авторегресійної умовної гетероскедастичності). Згідно цієї моделі дисперсія є лінійною функцією від квадратів попередніх значень часового ряду:

$$\sigma_t^2 = a_0 + \sum_{i=1}^{q} a_i \xi_{t-i}^2 \, , \; t = 1, 2, \ldots,$$

де q – порядок моделі, $q \geq 1$;

$\xi_0, \ldots, \xi_{1-q}$ - початкові значення, зазвичай задаються як константи;

$a_i, \, i = 0, 1, \ldots, q$ - параметри моделі.

Оскільки дисперсія є додатною величиною, то параметри моделі мають задовольняти умову невід'ємності.

Ця модель користується успіхом серед фінансових аналітиків головним чином завдяки популярним раніше аналогічним авторегресійним моделям. Її параметри зручно оцінювати за допомогою класичних методів, зокрема, методу максимальної правдоподібності, але не завжди просто дати їм відповідну інтерпретацію. Одним із суттєвих її недоліків є те, що вона не дає відповіді на запитання, в якому напрямку відбуватиметься зміна модельованого показника. Серед найбільших переваг називають можливість урахування так званого „ефекту кластерності”, який полягає у скупченнях великих або малих значень показника, що моделюється. Логічним продовженням ARCH-моделі стала модель GARCH (generalized ARCH), згідно з якою волатильність є функцією не лише від попередніх даних, але й від попередніх волатильностей, тобто:

$$\sigma_t^2 = a_0 + \sum_{i=1}^{q} a_i \xi_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \sigma_{t-j}^2 ,$$

де q – порядок моделі, $q \geq 1$;

$\xi_0, ..., \xi_{1-q}$ - початкові значення ряду, зазвичай задаються як константи;

$\sigma_0, ..., \sigma_{1-p}$ - початкові значення волатильності;

a_i, β_j - параметри моделі $i = 0, 1,..., q$;, $j = 1, 2, ..., p$.

Ця модель є дуже популярною і навіть вважалась взірцевою. Але моделі ARCH та GARCH є „нечутливими” до знаку зміни цін активу, тобто ці моделі є симетричними у сенсі врахування позитивних на негативних коливань цін. Модель EGARCH (exponential GARCH) дозволяє моделювати асиметричні відгуки на коливання курсів:

$$\log(\sigma_t^2) = a_0 + \sum_{i=1}^{q} a_i \log(\sigma_{t-i}^2) + \sum_{j=1}^{p} \beta_j f(\xi_{t-j} / \sigma_{t-j}),$$

де $f(\xi_{t-j} / \sigma_{t-j})$ - функція впливу новинок.

Модель EGARCH несиметрично реагує на „хороші” та „погані” новини, тобто більшою мірою реагує на падіння курсу активу, ніж на його підйом.

Ще одну модель, яка враховує асиметричні ефекти, запропонували Глостен, Яганнасен та Рунекель (1993) (GJR-GARCH-модель). Вона також є розширенням GARCH-моделі, але припускає, що параметри квадратів відхилень залежать від знаку новинки (шоку). Головна відмінність від стандартної моделі полягає у тому, що вводиться додаткова змінна, рівна добутку фіктивної змінної S_t^- та ξ_{t-i}, що записують так:

$$\sigma_t^2 = a_0 + \sum_{i=1}^{q} (a_i \xi_{t-i}^2 + \gamma_i S_{t-i}^- \xi_{t-i}^2) + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \sigma_{t-j}^2 ,$$

де $S_t^- = \begin{cases} 1, \textit{якщо } \xi_{t-i} < 0, \\ 0, \textit{в іншому випадку}. \end{cases}$

Інша модель, що враховує асиметричність впливу позитивних та негативних новинок на умовну волатильність запропонована Донгом, Гранджером та Енгелем (1993) носить назву асиметричного степеня ARCH (APARCH):

$$\sigma_t^{\delta} = a_0 + \sum_{i=1}^{q} a_i \left(\left| \xi_{t-i} \right| + \gamma_i \xi_{t-i} \right)^{\delta} + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \sigma_{t-j}^{\delta}$$

де a_i, β_j, δ та γ_i - параметри моделі.

Особливістю цієї моделі є введення степеня δ як вільного параметра моделі, хоча для переважної більшості моделей він приймає значення один або два, інколи більше двох. Це може бути наслідком припущення про нормальний закон розподілу помилок, оскільки він визначається двома першими моментами. Однак, нормальність розподілу є далеко не завжди властива фінансовим даним, часто доводиться працювати також із третім та четвертим моментами. Отже, введення степеня не вирішує проблем, відповідно не впливає на модель. Однак слід зауважити, що APARCH-модель є загальним типом моделей і вже породила цілий напрям схожих моделей.

Більш загальний клас моделей порівняно із моделями типу ARCH запропонували Хіггінс та Бера (1992) і назвали їх нелінійними ARCH (NARCH), загальний вигляд такий:

$$\sigma_t^2 = a_0 + \sum_{i=1}^{q} a_i \left| \xi_{t-i}^2 \right|^{\gamma} + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \sigma_{t-j}^{\gamma} \qquad (1)$$

Хоча оригінальна модель Хіггінса-Бера враховувала лише ARCH-лаги, вона може бути легко розширена за рахунок включення також і GARCH-лагів, як це і зроблено у моделі (1).

Ще один цікавий клас моделей – SWARCH (switching ARCH) – моделі із переключенням, які передбачають наявність декількох моделей типу ARCH, між якими переключається економіка за ланцюгом Маркова.

Серед найвідоміших моделей, керованих параметром, слід виділити модель стохастичної волатильності SVM (stochastic volatility model) Тейлора. У цій моделі волатильність є функцією від незалежної прихованої (латентної) змінної h_t, яку називають „новиною”:

$$\log \sigma_t^2 = h_t,$$
$$h_{t+1} = \gamma_0 + \gamma_1 h_t + \eta_t,\ t = 1, 2, \ldots T,$$

де γ_0, γ_1 - параметри моделі;

η_t, $t = 1, 2, \ldots T$ - нормально розподілена випадкова величина.

Ціна активу рухається від однієї рівноважної точки до іншої під впливом нової інформації на фінансовому ринку. Таким чином, волатильність у SVM не залежить від попередніх значень ціни активу. Ця модель може розглядатись як дискретно-часова апроксимація моделей, згідно з якими ціна рухається під впливом змінних, що не підлягають спостереженню (так звані дифузійні моделі або моделі „випадкових блукань"). Ця модель заслуговує на увагу хоча б тому, що дозволяє здійснювати перехід до неперервного випадку. Класичні економетричні методи оцінки параметрів у випадку даної моделі дають зміщені оцінки, а тому не можуть застосовуватись. Зазвичай експерти рекомендують застосовувати узагальнений метод моментів. Н. Шепард [5] вважає, що цей метод має багато недоліків, а тому рекомендує застосовувати метод оцінки квазівірогідності. Логічним виходом у цьому випадку видається застосування імітаційних або симуляційних методів. У кожному разі оцінка параметрів моделей типу SVM є досить трудомісткою і не завжди дає точний результат, що і є найбільшою перепоною у застосуванні цих моделей аналітиками.

На сьогодні клас моделей на базі ARCH та GARCH моделей все ще розвивається, здебільшого у напрямку вирішення конкретних проблем, що виникають при застосуванні базових моделей, наприклад, ефекту кластеризації, ефекту левереджу, невиконання припущення про нормальний закон розподілу відхилень, асиметричність впливів, врахування шокових новинок тощо. Однак, вирішення однієї проблеми, як правило, супроводжується виникненням інших. Тому при виборі моделі слід обов'язково враховувати специфіку даних та виконання поставлених цілей дослідження, адже одна модель може давати кращий прогноз, а інша – кращий аналіз природи процесу. Загальної моделі, яка б ураховувала всі аспекти, все ще не запропоновано.

Однією із спільних характеристик моделей типу ARCH, є те, що всі вони враховують лише короткострокові залежності фінансових даних. Альтернативний підхід до врахування особливостей розподілу фактичних фінансових часових рядів полягає у їх розгляді як рядів із довгою пам'яттю. За умови наявності довгострокової пам'яті у ряду існує залежність навіть між віддаленими у часі спостереженнями.

Лоскутов А.Ю. К проблеме описания финансовых временных рядов. ARCH-модели на финансовом рынке России / А.Ю. Лоскутов, А.А. Бредихин // Обозрение прикладной и промышленной математики. – 2004. – Т.11. – Вып. 3. С. 468-485.

Лукашин Ю.П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов / Лукашин Ю.П. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 416 с.

Малюгин В.И. Рынок ценных бумаг: Количественные методы анализа / Малюгин В.И. – М.: Дело, 2003. – 320 с.

Одейчук А. Н. Интеллектуальная система выбора метода прогнозирования стохастических рядов в условиях гетероскедастичности / А. Н. Одейчук, Б. В. Шамша, Е. Г. Федоров // АСУ и приборы автоматики. – 2007. – Вып. 138. – С. 9–14.

Шепард Н. Статистические аспекты моделей типа ARCH и стохастическая волатильность // Обозрение прикладной и промышленной математики. - 1996. - Т.3. - Вып. 6. – С. 764-826.

Ширяев А. Н. Основы стохастической финансовой математики. Том 1: Факты. Модели; Том 2: Теория; - М.: Фазис, 1998. – 1016 с.

Kirchgassner G. Introduction to modern time series analysis / G. Kirchgassner, J. Wolters. – Berlin: Springer, 2007. – 276 p.
Tsay R. Analysis of financial time series / Tsay R. – New York: John Wiley & Sons, Inc., 2002. – 448 p.

STOCHASTIC MODELLING AND FORECASTING OF NONLINEAR DYNAMICS OF STOCK MARKET PRICES

L. Zomchak

Ivan Franko National University of L'viv
Svoboda Av., 18 UA – 79008 L'viv, Ukraine
E-mail: LZomchak@gmail.com

The article analyzes the basic principles of stochastic modelling of nonlinear dependencies in financial time series analysis of advantages and disadvantages of traditional models, mismatches between empirical data and theoretical approaches, research the effects of simplifications in the theoretical statements and approaches for overcoming them.

Keywords: financial market, nonlinear dynamics, stochastic modelling, financial time series.