ISSN 2078-6115. Вісник Львівського університету. Серія економічна. 2012. Випуск 47. С. 100-109
Visnyk of the Lviv University. Series Economics. 2012. Issue 47. P. 100-109

УДК 330.522.4

МОДЕЛЬ ОПТИМАЛЬНОЇ ПОСТАВКИ ТОВАРІВ У ВИПАДКУ ЛІНІЙНОЇ ЗМІНИ ОРГАНІЗАЦІЙНИХ ВИТРАТ

В. Юринець, Ю. Бич, О. Кашуба

Львівський національний університет імені Івана Франка

Розроблено економіко-математичну модель формування оптимальної партії різних товарів під час постачання до місць призначення. Прийнято, що витрати на організацію поставки товарів змінюються лінійно залежно від кількості товарів у партії.
Ключові слова: запаси, поставка товарів, економіко-математична модель.

Постановка проблеми. Створення запасів товарів, їх перевезення та зберігання супроводжується значними витратами, які щорічно перевищують четверту частину вартості самих товарів Тому управління товарно-матеріальними запасами полягає в тому, щоб зазначені витрати були найменшими і водночас забезпечувався найвищий рівень обслуговування та задоволення запитів клієнтів.

Рух товарів від підприємств-виробників до споживачів можна розглядати як єдиний матеріальний потік, складові елементи якого технологічно пов'язані між собою, а витрати, обумовлені ними, економічно залежні. Це означає, що зміни в одному з видів діяльності неодмінно впливають на інші, а зміни окремих витрат можуть призвести до більших сукупних витрат.

Однак існують певні обмеження на обсяг товарно-матеріальних запасів, які зумовлені затратами на їх зберігання. Цей баланс досягають через вибір оптимального обсягу партій замовлених товарів, або визначенням оптимального обсягу запасу.

Аналіз останніх досліджень та публікацій за проблемою. Проблеми постачання продукції до місць призначення і створення запасів висвітлені у працях вітчизняних та зарубіжних науковців, наприклад, Д. Бенсона, А. Гаджинского, М. Дмитриченка, Є. Крикавського, М. Линдерса, Б. Аникина, Дж. Шапиро, J. Magee, W. Capacino, D. Rosenfield та ін. Зміну організаційних затрат у процесі постачання товарів розглянуто у праці [2].

Мета статті полягає у дослідженні впливу лінійної зміни організаційних затрат на процес формування оптимальної поставки товарів до пунктів призначення, зокрема торгівельних підприємств.

Виклад основного матеріалу. Періоди надходження і зберігання товарів залежать від багатьох факторів, які впливають на величину сукупних витрат. До затрат, пов'язаних із постачанням товарів до торгівельних підприємств, зазвичай відносять:

– вартість товарів;

© В. Юринець, Ю. Бич, О. Кашуба**,** 2012

– організаційні видатки, які виникають у зв'язку з оформленням товарів і транспортних засобів, навантаження товарів, їх перевезення, супроводження, розвантаження, складування тощо;

– витрати для зберігання товарів, наприклад, витрати на оренду складів, амортизацію у процесі зберігання товарів, їх охорону, а також у разі потреби їх утилізації або повернення.

Вважатимемо, що товар надходить певними партіями й у кожній партії може бути *n* типів різних товарів [1, 2].

Уведемо такі позначення:

c_i – ціна одиниці *i*-о типу товару;

p_i – інтенсивність попиту на певну кількість одиниць *i*-о типу товару;

s_i – організаційні видатки за одну партію *i*-о типу товару;

z_i – видатки на зберігання певної кількості одиниць *i*-о типу товару визначений період;

r_i – розмір в одиницях одної партії *i*-о типу товару.

Будь-якому підприємцеві, який працює на ринку тривалий час, не важко визначити річну інтенсивність попиту p_i певної кількості одиниць *i*-о типу товару чи їх асортименту та їх ціну. Знаючи ціну одиниці *i*-о типу товару c_i і річну інтенсивність попиту на цей товар p_i, загальна вартість *i*-о типу товару S_{ic} буде

$$S_{ic} = c_i\, p_i . \qquad (1)$$

Тоді загальні витрати S_c на придбання всіх типів товарів, необхідних підприємству, визначають за формулою

$$S_c = \sum_{i=1}^{n} c_i p_i . \qquad (2)$$

Вважатимемо, що попит на певного виду товари сталий і неперервний протягом розглядуваного періоду. Тому виникає потреба вчасного постачання товарів до торгівельного підприємства для забезпечення його безперебійного і ритмічного функціонування.

Постачання товарів здійснюють партіями, в які входять товари різних типів і в різних пропорціях. Оскільки в одній партії r_i одиниць *i*-о типу товару, а попит за досліджуваний період (наприклад, рік) рівний p_i, то кількість партій товарів δ_i буде

$$\delta_i = \frac{p_i}{r_i} \qquad (3)$$

Вважатимемо, що організаційні витрати, які несе підприємство за одну партію *i*-о типу товару будуть $s_i \left(i = \overline{1,n}\right)$. Тоді витрати, які необхідно здійснити для

організації постачання до торгівельного підприємства відповідних партій *i*-о типу товарів $S_{i\text{o}}$ визначають за такою формулою:

$$S_{i\text{o}} = \frac{p_i\, s_i}{r_i}. \qquad (4)$$

На підставі зазначеного витрати на організацію постачання різних типів товарів S_{o}, які зазнаватиме підприємець протягом досліджуваного періоду, вираховують за формулою

$$S_{\text{o}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{p_i\, s_i}{r_i}. \qquad (5)$$

Будемо вважати, що видатки на організацію однієї партії *i*-о типу товару $s_i \left(i = \overline{1,n}\right)$ є змінними і залежать від кількості одиниць *i*-о типу товару в одній партії r_i, тобто

$$s_i = s_i(r_i). \qquad (6)$$

Виявимо один з можливих видів функціональної залежності $s_i(r_i)$, яка описувала би можливі організаційні затрати (навантаження, перевезення, супроводження, розвантаження) залежно від кількості одиниць *i*-о типу товару в одній партії постачання.

Очевидно, що організаційні затрати (функція s_i) мали б пропорційно змінюватися зі збільшенням кількості одиниць *i*-о типу товару в одній партії постачання r_i, тобто

$$ds_i(r_i) = \rho(r_i) \cdot dr_i, \qquad (7)$$

де ρ – деякий коефіцієнт пропорційності, залежність і значення якого потрібно визначити.

Нехай коефіцієнт ρ є лінійною функцією від кількості одиниць *i*-о типу товару в одній партії постачання r_i такого вигляду:

$$\rho = k_2 \cdot r_i, \qquad (8)$$

де k_2 – довільна константа.

Підставляючи вираз (8) у співвідношення (7), отримуємо диференціальне рівняння

$$\frac{ds_i}{dr_i} = k_2 \cdot r_i. \qquad (9)$$

Розв'язок цього рівняння запишемо у вигляді:

$$s_i = \frac{1}{2} k_2 \cdot r_i^2 + C, \qquad (10)$$

де *C* – стала інтегрування, яку визначають на підставі відповідних крайових умов.

Запишемо крайові умови задачі, які будемо використовувати для визначення сталих інтегрування. Без сумніву, якщо не має в наявності ні одної одиниці *i*-о типу товару в одній партії постачання, то організаційні затрати будуть відсутні, тобто

$$s_i\Big|_{r_i=0} = 0 . \qquad (11)$$

Однак з різних причин невеликі затрати, які несе підприємець у зв'язку з організацією постачання товарів за місцем призначення, потрібно враховувати навіть за відсутності товарів, що пов'язано з утримуванням та амортизацією транспортних засобів, засобів навантаження-розвантаження, з утримуванням робочої сили і тощо. Тоді крайову умову (11) необхідно подати у вигляді:

$$s_i\Big|_{r_i=0} = s_0 , \qquad (12)$$

де s_0 – організаційні затрати, які несе підприємство для підтримування у стані готовності організаційних засобів.

Якщо під час формування процесу постачання партій різних товарів існують деякі обмеження на максимальну кількість товарів $r_{i\max}$, які можуть бути викликані певними обмеженнями, наприклад, об'ємом транспортних засобів (контейнери, цистерни, інші транспортні ємності), то тоді буде справедливою крайова умова

$$s_i\Big|_{r_i=r_{i\max}} = s_{i\max} , \qquad (13)$$

де $S_{i\max}$ – найбільш допустимі затрати на організацію постачання партії товарів.

Використовуючи крайову умову (11), знаходимо, що

$C = 0$.

Тоді

$$s_i = \frac{1}{2} k_2 \cdot r_i^2 . \qquad (14)$$

Підставляючи вираз (14) у співвідношення (5), запишемо

$$S_{\text{o}} = \frac{k_2}{2} \sum_{i=1}^{n} p_i \cdot r_i . \qquad (15)$$

Визначимо величину витрат, які несе підприємець для збереження товарної маси протягом досліджуваного періоду.

Без сумніву різні типи товарів мають різний термін придатності і тому потребують різних методів і підходів для їх збереження. Однак для спрощення розв'язування задачі вважатимемо, що витрати, які несе підприємство для збереження одиниці *i*-о типу товару протягом досліджуваного періоду, – сталі, тобто вони не залежать від кількості одиниць товару, часу його збереження і рівні z_i.

Для визначення загальних видатків, затрачених на збереження всіх товарів, візьмемо до уваги середній рівень запасу товарів, який приблизно дорівнює $\frac{r_i}{2}$. Тому

загальні видатки S_{ir}, необхідні для збереження *i*-о типу товарів протягом зазначеного періоду часу, становитимуть

$$S_{ir} = \frac{r_i z_i}{2}. \qquad (16)$$

Загальні видатки S_r для збереження всіх типів товарів визначають за такою формулою

$$S_r = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} r_i z_i . \qquad (17)$$

Отже, видатки на придбання загальної кількості різного асортименту товарів, які становлять сукупність партії постачання, організацію їх постачання до торгівельних підприємств (складів, гуртовень, магазинів тощо) і збереження будуть такі:

$$S_z = S_c + S_o + S_r . \qquad (18)$$

Беручи до уваги співвідношення (2), (5), (17), вираз (18) подамо у вигляді:

$$S_z(r_i) = \sum_{i=1}^{n}\left(c_i p_i + \frac{k_2}{2} p_i r_i + \frac{1}{2} r_i z_i \right). \qquad (19)$$

Для визначеності сформульованої задачі будемо вважати, що параметри c_i, p_i, k_2 і z_i задані, тобто попередньо визначені. Потрібно знайти таке значення $r_{i\,\text{опт}}$, щоб функція $S_z(r_i)$ набувала найменшого значення на множині $r_i > 0$, а, якщо конкретніше, то саме в точці $r_{i\,\text{опт}}$.

Як видно із співвідношення (19), функція $S_z(r_i)$ лінійно зростає, тобто загальні витрати будуть пропорційно збільшуватися залежно від ціни, інтенсивності попиту і затрат на зберігання певної кількості одиниць *i*-о типу товарів, тобто функція $S_z(r_i)$, задана співвідношенням (7), буде найменшою, коли $r_i = 0$.

Розглянемо випадок, коли коефіцієнт ρ є лінійною функцією від величини організаційних затрат, тобто

$$\rho = k_3 \cdot s_i , \qquad (20)$$

де k_3 – довільна стала.

Підставляючи вираз (20) у співвідношення (7), одержимо таке диференціальне рівняння:

$$\frac{ds_i}{dr_i} = k_3 \cdot s_i . \qquad (21)$$

Розв'язок цього рівняння запишемо так:

$$s_i = C\exp(k_3 \cdot r_i), \qquad (22)$$

де *C* – стала інтегрування, що підлягає визначенню із крайових умов задачі (11)-(13).

Щоб знайти *C*, можна використати крайову умову (12). Підставивши вираз (12) у співвідношення (22), знайдемо

$$C = s_0 . \qquad (23)$$

Беручи до уваги вираз (23), співвідношення (22) матиме вигляд:

$$s_i = s_0 \, e^{k_3 \cdot r_i} . \qquad (24)$$

Графічно залежність (24) має вигляд, який зображено на рис. 1. Як видно з графіків, початкова (стартова) вартість для всіх видів організаційних витрат у процесі постачання партій товарів однакова, а потім нелінійно зростають залежно від вихідних даних, які описують різноманітні компоненти організаційних витрат. Наявність деякого початкового значення s_0 на практиці може означати, наприклад, одержання певної фіксованої суми завдатку, незалежно від майбутнього виконання обсягу робіт або навіть вимушеного простою.

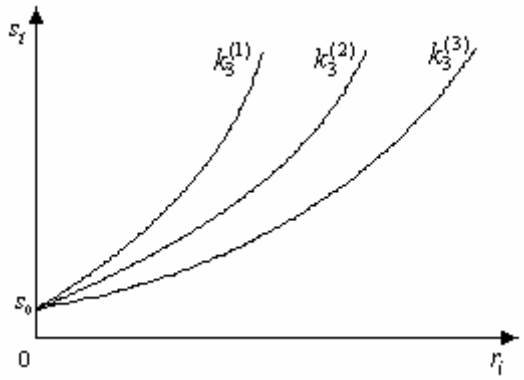

Рис. 1. Графічні залежності функції (24)

Беручи до уваги співвідношень (4), (24) затрати на організацію всіх необхідних партій постачання *i*-го типу товару до торгівельного підприємства $S_{i\text{o}}$ визначають так:

$$S_{i\text{o}} = \frac{p_i \, s_i}{r_i} = \frac{p_i \, s_0}{r_i} \exp\left(k_3 \cdot r_i\right). \qquad (25)$$

Сумуючи вираз (25) по $i\left(i = \overline{1,n}\right)$, витрати на організацію постачання різних типів товарів S_{o}, які зазнаватиме підприємець протягом досліджуваного періоду, вираховують за формулою

$$S_{\text{o}} = s_0 \sum_{i=1}^{n} \frac{p_i}{r_i} \exp\left(k_3 \cdot r_i\right). \qquad (26)$$

Загальні витрати на придбання різних товарів, організацію їх постачання до торгівельних підприємств (складів, магазинів тощо) і збереження відповідно до співвідношень (5), (26), (17) і (18) будуть такі:

$$S_z(r_i)=\sum_{i=1}^{n}\left(c_i\cdot p_i+\frac{p_i\cdot s_0}{r_i}\exp(k_3\cdot r_i)+\frac{1}{2}r_i\cdot z_i\right). \qquad (27)$$

Для знаходження значення $r_{i\,\text{опт}}$, яке є найменшим значенням функції $S_z(r_i)$, запишемо першу похідну виразу (27) по змінній r_i:

$$S_z'(r_i)=\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{p_i\cdot s_0\cdot k_3}{r_i}\exp(k_3\cdot r_i)-\frac{p_i\cdot s_0}{r_i^2}\exp(k_3\cdot r_i)+\frac{1}{2}z_i\right). \qquad (28)$$

Прирівняємо одержаний вираз до нуля

$$\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{p_i\cdot s_0\cdot k_3}{r_i}\exp(k_3\cdot r_i)-\frac{p_i\,s_0}{r_i^2}\exp(k_3\cdot r_i)+\frac{1}{2}z_i\right)=0. \qquad (29)$$

Вираз (29) буде тотожно рівний нулю тоді, коли кожний член суми дорівнює нулю, тобто

$$\frac{p_i\cdot s_0\cdot k_3}{r_i}\exp(k_3\cdot r_i)-\frac{p_i\cdot s_0}{r_i^2}\exp(k_3\cdot r_i)+\frac{1}{2}z_i=0. \qquad (30)$$

Одержане рівняння перепишемо у вигляді:

$$2p_i\cdot s_0(k_3\cdot r_i-1)\exp(k_3\cdot r_i)+z_i\cdot r_i^2=0. \qquad (31)$$

Трансцендентне рівняння (31) слугує для розрахунку розміру одної партії *i*-о типу товару r_i, коли витрати, які несе підприємець для організації постачання товарів до споживачів, змінюються за законом (24). Для того, щоб знайти оптимальні значення $r_{i\,\text{опт}}$, серед безлічі коренів, які може мати трансцендентне рівняння (31), вибирають найменші значення *i*-ї множини. Сума цих найменших значень і буде визначати оптимальний розмір партії різних товарів.

Щоб визначити розмір партії всіх товарів $r_{\text{опт}}$, що підлягають постачанню до торгівельного підприємства, просумуємо всі значення $r_{i\,\text{опт}}$ $\left(i=\overline{1,n}\right)$.

Отже, кінцевий вираз для $r_{i\,\text{опт}}$ матиме вигляд:

$$r_{\text{опт}}=\sum_{i=1}^{n}r_{i\,\text{опт}}. \qquad (32)$$

Трансцендентне рівняння (31) сукупно із співвідношенням (32) служать для розрахунку оптимального обсягу партії товарів під час їх постачання до торгівельного підприємства.

Використовуючи приведену економіко-математичну модель, розглянемо приклад розрахунку обсягу оптимальної партії товарів, коли організаційні затрати залежать від кількості товарів у партії.

Для знаходження значення $r_{i\,\text{опт}}$ використаємо інформацію про постачання горілчаної продукції до торгівельного підприємства, яку наведено у табл. 1.

Таблиця 1

Інформація про постачання у торгівельне підприємство алкогольної продукції

№	Назва товару (горілчані напитки)	Ціна товару без ПДВ, грн.	Інтенсивність попиту, одиниць	Організаційні видатки, грн.	Видатки на зберігання, грн..
1	Артемівська	60,00	115	28,65	22,35
2	Златогор з лимоном	65,83	112	36,33	23,50
3	Златогор з медом	63,33	107	31,58	22,75
4	Карат Посольська	65,83	95	37,33	19,50
5	Біленька	45,00	82	22,00	15,00
6	Лик Україна	69,17	87	35,57	24,60
7	Собєскі	55,83	95	34,28	13,55
8	Вдала	51,67	72	30,57	14,10
9	Золото Полуботка	70,83	111	38,43	23,40
10	КАРАТ Лимон	61,67	69	30,27	22,40
11	Пульс Класік	41,67	77	21,12	14,55
12	Віват диня	46,67	81	25,67	15,00
13	Пульс Актив	40,00	12	24,00	12,00
14	Цельсій Авант	54,17	64	31,17	17,00
15	Цельсій Аурум	50,83	69	28,33	15,5
16	Хлібодар	65,83	81	35,18	23,65
17	КАРАТ Медова	60,00	9	35,20	17,80

Кількість різних горілчаних напитків $r_{i\,\text{опт с}}$ $\left(i=\overline{1,17}\right)$ в одній партії поставки продукції харчової промисловості розраховують за допомогою трансцендентного рівняння (31).

Розрахунок проводився за допомогою прикладного пакета програм Mathcad Professional 2000, коли $s_0 = 25$ грн. і $k_3 = -0{,}5$.

Отже, в оптимальній партії постачання до торгівельного підприємства асортимент горілчаної продукції має бути такий: 7 одиниць марки Артемівської, 6 одиниць марки Златогор з лимоном, 6 одиниць марки Златогор з медом, 6 одиниць марки Карат Посольська, 7 одиниць марки Біленька, 6 одиниць марки Лик України, 7 одиниць марки Собєскі, 6 одиниць марки Вдала, 6 одиниць марки Золото Полуботка, 6 одиниць марки КАРАТ Лимон, 7 одиниць марки Пульс Класік, 7 одиниць марки Віват диня, 4 одиниць марки Пульс Актив, 6 одиниць марки Цельсій Авант, 6 одиниць марки Цельсій Аурум, 6 одиниць марки Хлібодар і 3 одиниці марки КАРАТ Медова.

Визначимо загальний обсяг партії поставки до торгівельного підприємства різного асортименту горілчаної продукції $r_{\text{опт}}$, коли величина організаційних затрат

не постійна, а змінюється за законом (31). Беручи до уваги співвідношення (32) і розраховані дані, наведені вище, для $r_{\text{опт}}$ знаходимо

$$r_{\text{опт}} = 102, \qquad (33)$$

тобто одна партія поставки сімнадцяти типів горілчаної продукції має в загальному складатися із 102 одиниць товару.

Якщо на підставі відомих вихідних даних обчислено оптимальний розмір партії товарів $r_{\text{опт}}$, то можна визначити інші важливі параметри, які необхідні під час організації постачання товарів до торгівельного підприємства. Наприклад, можна визначити оптимальну кількість партій постачання товарів $\delta_{\text{опт}}$ за певний період часу (наприклад, рік), який, як вище зазначалося, є різним для різних типів товарів. Величина $\delta_{\text{опт}}$ буде дорівнювати відношенню суми інтенсивності попиту товарів, які зазвичай входять до переліку постачання, до оптимального розміру партії, тобто

$$\delta_{\text{опт}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i}{r_{\text{опт}}} = \frac{1338}{102} \approx 13. \qquad (34)$$

Крім того, за наявності обчисленої величини оптимального розміру партії постачання товарів $r_{\text{опт}}$, можна визначити тривалість циклу постачання різних товарів $t_{\text{опт}}$, який зазвичай визначають як відношення кількості днів у досліджуваному періоді $n_{\text{д}}$ до оптимальної кількості партій поставок товарів $\delta_{\text{опт}}$, тобто

$$t_{\text{опт}} = \frac{n_{\text{д}}}{\delta_{\text{опт}}} = \frac{365}{13} = 28 \text{ днів}. \qquad (35)$$

Аналогічним чином можна здійснювати розрахунок і у випадку поставки інших видів товарів.

Висновки. Врахування лінійної зміни організаційних затрат відповідає реальному випадку, коли збільшення кількості продукції у партії поставки спонукає зростання загальних логістичних затрат. У цьому разі потрібно проводити розрахунки на підставі трансцендентних рівнянь типу (31), що дає змогу формувати оптимальні партії поставки товарів згідно потреб.

---

1. Юринець В.Є. Оптимізація постачання партій різних товарів за умови постійних витрат / Юринець В.Є., Цогт-Очир Цогзолмаа // Формування ринкової економіки в Україні. Наук. зб. – Вип. 20. Сучасна парадигма управління та Острозька Біблія. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2009. – С. 509-514.
2. Юринець В.Є. Вплив зміни організаційних витрат на вибір оптимальної партії товарів у процесі постачання / Юринець В.Є. // Вісник Львівської державної фінансової академії.– Львів: ЛДФА, 2010. – №18. – С. 280-287.

MODELS OF BEST DELIVERING THE GOODS IN CASE OF LINEAR CHANGES OF ORGANIZATIONAL EXPENSES

V. Yurynets, Yu. Bytch, O. Kashuba

Lviv National Ivan Franko University

The economic-mathematical model of optimal batch of various goods during delivery to the destination. Assumed that the costs of organizing the supply of goods vary linearly depending on the quantity of goods in the shipment.

Keywords: stocks, the supply of goods, economic and mathematical model.