

УДК 388.26

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО РОЗПОДІЛУ ФІЛІЙ БАНКІВ СЕРЕД РЕГІОНІВ

О. Прядко, Г. Цегелик

*Львівський національний університет імені Івана Франка
E-mail: pryadko_olya@ukr.net; kafmmsep@lnu.edu.ua*

Розглядається задача про оптимальне розміщення філії банку в окремих регіонах, для розв'язування якої використано метод динамічного програмування. За критерій оптимальності прийнято затрати на розміщення та експлуатацію філії банку

Ключові слова: *метод динамічного програмування, філії банку*

Вступ. З розвитком ринкових відносин, удосконалення управління в усіх сферах цілеспрямованої людської діяльності в найрізноманітніших областях практики (промисловість, сільське господарство, торгівля, побутове обслуговування, транспорт, охорона здоров'я, охорона природи і т. д.) виникають задачі, для розв'язання яких треба приймати рішення, які є порівняно досить складними. Зрозуміло, без наукового обґрунтування рішень в таких ситуаціях обійтись не можна. Чим більш складною і дорогоцінною є організація заходу, тим менш допустимим є прийняття «вольового» рішення і тим більшого значення набувають наукові методи, які дають змогу наперед оцінити наслідки кожного рішення, відкинути недопустимі варіанти і рекомендувати оптимальні або, принаймні, найбільш раціональні.

Для наукового обґрунтування рішень в залежності від виду операції може використовуватись той чи інший математичний апарат [5, 6, 7, 11]: методи лінійного і нелінійного програмування, динамічне програмування, стохастичне програмування, теорія ігор, теорія масового обслуговування, теорія графів та ін. Крім того, може використовуватись статистичне моделювання, імітаційне моделювання, регресійний аналіз тощо.

Згідно статистичних даних за 2011 рік, мережа філій налічувала за перший квартал 678 одиниць, за другий – 583 одиниці, за третій – 522 одиниці, за четвертий – 455 одиниць [4]. Тому розглянемо використання методу динамічного програмування для розв'язування задачі про оптимальне розміщення філії банку в окремих регіонах. За критерій оптимальності приймемо затрати на розміщення та експлуатацію філії банку.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Застосування методу динамічного програмування для розв'язування різних задач економіки, техніки тощо знайшло своє відображення як в роботах Р. Беллмана та його учнів [1-3], так і в працях багатьох інших зарубіжних і вітчизняних учених, зокрема Г. Вангера, О. С. Вентцель, Ю. П. Зайченка, І. Л. Каліхмана, Х. Таха, Дж. Хедлі та ін. [5-8]. У працях [9-11] метод динамічного програмування використано для розв'язування таких задач, як визначення найкоротших відстаней в транспортній мережі, оптимальний розподіл завдань серед комп'ютерів обчислювальної мережі, оптимальне розміщення підприємств в окремих регіонах, оптимальний розподіл кредитів банку з

мінімальною величиною ризику, оптимальний розподіл інвестиційних коштів банку для фінансування проектів та інші.

Постановка завдання. Метою цього дослідження є використання динамічного програмування для розв'язання задачі про оптимальне розміщення філій банку в окремих регіонах.

Виклад основного матеріалу. Припустимо, що банк планує відкрити n філій в m регіонах ($n > m$). Відомі затрати на відкриття та експлуатацію філій у кожному регіоні в залежності від їхньої кількості. Необхідно так розмістити філії серед регіонів, щоб сумарні затрати на відкриття та експлуатацію філій були мінімальні.

Запишемо математичну модель задачі. Для цього введемо величини:

$g_i(x_j)$, $i = 1, 2, \dots, m$, - затрати на відкриття та експлуатацію $x_j = j$,

$j = 0, 1, 2, \dots, n$, філій в i -му регіоні;

y_i , $i = 1, 2, \dots, m$, - кількість філій, що планується розмістити в i -му регіоні

R_i .

Тоді математична модель задачі матиме вигляд:

$$C = \sum_{i=1}^m g_i(y_i) \rightarrow \min$$

за умов

$$\sum_{i=1}^m y_i = n,$$

$$y_i \in \{0, 1, \dots, n\}, i = 1, 2, \dots, m,$$

де C виражає сумарні затрати на відкриття та експлуатацію філій.

Для розв'язування задачі використаємо метод динамічного програмування.

Позначимо через $Z_i(x_j)$, $i = 1, 2, \dots, m$, затрати на відкриття та експлуатацію

$x_j = j$, $j = 0, 1, 2, \dots, n$, філій в перших i регіонах R_1, R_2, \dots, R_i , а через

$Z_i^*(x_j)$, $i = 1, 2, \dots, m$, - мінімальні затрати на відкриття та експлуатацію $x_j = j$,

$j = 0, 1, 2, \dots, n$, філій в перших i регіонах R_1, R_2, \dots, R_i .

Процес розв'язування задачі розіб'ємо на m кроків. На першому кроці визначимо мінімальні затрати на відкриття та експлуатацію $x_j = j$,

$j = 0, 1, 2, \dots, n$, філій в першому регіоні R_1 . На другому кроці визначимо

мінімальні затрати на відкриття та експлуатацію $x_j = j$, $j = 0, 1, 2, \dots, n$, філій в

перших двох регіонах R_1 і R_2 . І т.д. На кінець, на останньому кроці визначимо

мінімальні затрати на відкриття та експлуатацію n філій у всіх регіонах R_1, R_2, \dots, R_m .

На першому кроці

$$Z_1(x_j) = g_1(x_j), Z_1^*(x_j) = g_1(x_j), j = 0, 1, 2, \dots, n,$$

де $g_i(0) = 0$, $i = 1, 2, \dots, m$.

На другому кроці

$$Z_2(x_j) = \begin{cases} g_2(0) + Z_1^*(x_j - 0), \\ g_2(1) + Z_1^*(x_j - 1), \\ \dots \\ g_2(x_j) + Z_1^*(0), \end{cases}$$

$$Z_2^*(x_j) = \min_{0 \leq k \leq j} \{g_2(k) + Z_1^*(x_j - k)\}$$

для $j = 0, 1, 2, \dots, n$.

Взагалі, на s -му кроці ($s = 3, 4, \dots, m-1$) визначаємо

$$Z_s(x_j) = \begin{cases} g_s(0) + Z_{s-1}^*(x_j - 0), \\ g_s(1) + Z_{s-1}^*(x_j - 1), \\ \dots \\ g_s(x_j) + Z_{s-1}^*(0), \end{cases}$$

$$Z_s^*(x_j) = \min_{0 \leq k \leq j} \{g_s(k) + Z_{s-1}^*(x_j - k)\}$$

для $j = 0, 1, 2, \dots, n$.

На останньому кроці досить визначити $Z_m(n)$ і $Z_m^*(n)$, де

$$Z_m(n) = \begin{cases} g_m(0) + Z_{m-1}^*(n), \\ g_m(1) + Z_{m-1}^*(n-1), \\ \dots \\ g_m(n) + Z_{m-1}^*(0), \end{cases}$$

$$Z_m^*(n) = \min_{0 \leq k \leq j} \{g_m(k) + Z_{m-1}^*(n-k)\}$$

для $j = 0, 1, 2, \dots, n$.

Оптимальний план відкриття та експлуатації філій в регіонах R_1, R_2, \dots, R_m визначаємо так.

Нехай $Z_m^*(n)$ приймає мінімальне значення для $k = l_1$. Тоді l_1 філій треба відкрити та експлуатувати в регіоні R_m . Далі необхідно відкрити та експлуатувати $n - l_1$ філій в регіонах R_1, R_2, \dots, R_{m-1} . Якщо $Z_{m-1}^*(n - l_1)$ приймає мінімальне значення для $k = l_2$, то l_2 філій треба відкрити та експлуатувати в регіоні R_{m-1} .

Припустимо, що $Z_{m-2}^*(n - (l_1 + l_2))$ приймає мінімальне значення для $k = l_3$. Тоді l_3 філій треба відкрити та експлуатувати в регіоні R_{m-2} . І т.д. Нехай $Z_{m-2}^*(n - (l_1 + l_2 + \dots + l_{m-2}))$ приймає мінімальне значення для $k = l_{m-1}$. Це означає, що l_{m-1} філій треба відкрити та експлуатувати в регіоні R_2 . Нарешті, $l_m = m - (l_1 + l_2 + \dots + l_{m-1})$ філій треба відкрити та експлуатувати в регіоні R_1 .

Мінімальні затрати на відкриття та експлуатацію філій в регіонах становлять $Z_m^*(n)$ одиниць.

Приклад: Припустимо, що банк планує розмістити сім філій в трьох регіонах. Нехай $g_i(x_j)$, $i = 1, 2, 3$, - затрати на відкриття та експлуатацію $x_j = j$, $j = 0, 1, 2, \dots, n$ філій в i -му регіоні. Треба так розмістити філії між трьома регіонами, щоб забезпечити мінімум затрат на їх відкриття та експлуатацію. Задачу розв'яжемо на основі даних з табл. 1.

Таблиця 1

Затрати	x_j							
	0	1	2	3	4	5	6	7
$g_1(x_j)$	0	15	30	45	50	55	60	70
$g_2(x_j)$	0	18	20	30	35	65	70	85
$g_3(x_j)$	0	10	25	35	45	60	75	90

Процес розв'язування задачі розіб'ємо на три кроки. На першому кроці визначимо мінімальні затрати від відкриття та експлуатацію $x_j = j$, $j = 0, 1, 2, \dots, 7$, філій в першому регіоні R_1 . На другому кроці визначимо мінімальні затрати від відкриття та експлуатацію $x_j = j$, $j = 0, 1, 2, \dots, 7$, філій в перших двох регіонах R_1 і R_2 . І на третьому кроці визначимо мінімальні затрати від відкриття та експлуатацію семи філій у трьох регіонах R_1, R_2, R_3 .

На першому кроці маємо

$$Z_1(x_j) = g_1(x_j), Z_1^*(x_j) = g_1(x_j), j = 0, 1, 2, \dots, 7,$$

де $g_i(0) = 0$, $i = 1, 2, 3$.

На другому кроці обчислюємо $Z_2(x_j)$ і $Z_2^*(x_j)$ для $j = 0, 1, 2, \dots, 7$.

Результати обчислень $Z_2(x_j)$ занесемо в табл. 2.

Таблиця 2

x_j	k	$g_2(k)$	$Z_1^*(x_j - k)$	$Z_2(x_j)$
0	0	0	0	0*
1	1	18	0	18
	0	0	15	15*
2	2	20	0	20*
	1	18	15	33
	0	0	30	30
3	3	30	0	30*
	2	20	15	35
	1	18	30	48
	0	0	45	45
4	4	35	0	35*
	3	30	15	45
	2	20	30	50
	1	18	45	63
	0	0	50	50
5	5	65	0	65
	4	35	15	50*
	3	30	30	60
	2	20	45	65
	1	18	50	68
	0	0	55	55
6	6	70	0	70
	5	65	15	70
	4	35	30	65
	3	30	45	75
	2	20	50	70
	1	18	55	73
	0	0	60	60*
7	7	85	0	85
	6	70	15	85
	5	65	30	95
	4	35	45	80
	3	30	50	80
	2	20	55	75
	1	18	60	78
	0	0	70	70*

Із табл. 2 бачимо, що $Z_2^*(0) = 0$, $Z_2^*(1) = 15$, $Z_2^*(2) = 20$, $Z_2^*(3) = 30$, $Z_2^*(4) = 35$, $Z_2^*(5) = 50$, $Z_2^*(6) = 60$, $Z_2^*(7) = 70$.

На третьому кроці обчислюємо $Z_3(7)$ і $Z_3^*(7)$. Результати обчислень $Z_3(7)$ занесемо в табл. 3.

Таблиця 3

x_j	k	$g_3(k)$	$Z_2^*(x_j - k)$	$Z_3(x_j)$
7	7	90	0	60
	6	75	15	60
	5	60	20	55
	4	45	30	55
	3	35	35	45*
	2	25	50	50
	1	10	60	70
	0	0	70	70

Із табл. 3 бачимо, що $Z_3^*(7) = 45$.

Оптимальний план розміщення семи філій серед трьох регіонів визначається так. Оскільки $Z_3^*(7) = 45$ і досягається при $k = 3$, то в третій регіон треба розмістити три філії. Далше розподіляємо чотири філії між першими двома регіонами. Із табл. 2 при $x_j = 4$ маємо $Z_2^*(4) = 35$ і досягається при $k = 4$. Це означає, що чотири філії треба розмістити в другому регіоні. Тому в першому регіоні не розмістимо жодну філію.

Мінімум затрат на розміщення та експлуатацію семи філій становить $Z_3^*(7) = 45$ од.

Висновки. Приведено алгоритм розв'язування задачі про оптимальне розміщення філій банку в окремих регіонах з використанням методу динамічного програмування. За критерій оптимальності прийнято затрати на відкриття та експлуатацію філій. Наводиться в загальному вигляді алгоритм розв'язування задачі та його апробація на конкретному прикладі.

1. Беллман Р. Динамическое программирование / Р. Беллман. - М.: Изд-во иностранной литературы, 1960. – 400с.
2. Беллман Р. Динамическое программирование и современная теория управления / Р. Беллман, Р. Калаба. - М.: Наука, 1969. – 118с.
3. Беллман Р. Прикладные задачи динамического программирования / Р. Беллман, С. Дрейфус. - М.: Наука, 1965. – 458с.
4. Бюллетень Національного банку України №3/2012 [Електронний ресурс]: 1 квітня 2012 р.- Режим доступу: <http://www.bank.gov.ua/> Статистичні публікації та аналітичні огляди.
5. Вагнер Г. Основы исследования операций / Г. Вагнер. – М.: Мир, 1973. – 488с.
6. Вентцель Е. С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология / Е. С. Вентцель. - М.: Дрофа, 2004. – 206 с.
7. Зайченко Ю. П. Дослідження операцій: навч. посібн. для студ. ВНЗ / Ю. П. Зайченко. – 4-те вид., перероб. і доп. - К.: ЗАТ «ВІПОЛ», 2000. – 688 с.
8. Калихман И. Л., Войтенко М.А. Динамическое программирование в примерах и задачах: учебн. пособие. / И. Л. Калихман, М. А. Войтенко. - М.: Высш. шк., 1979. – 125 с.
9. Квик М. Я. Задача про оптимальне розміщення підприємств та методи її розв'язування / М. Я. Квик, Г.Г. Цегелик // Вісник Львівської державної фінансової академії. – 2009. - №17. – С. 244-253.

10. Прядко О.Я. Задача розподілу кредитних коштів банку з мінімальною величиною ризику / О. Я. Прядко, Г. Г. Цегелик // Вісник Хмельницького нац. ун-ту. Серія економічні науки. – 2010. – Т.4.- С. 123-126.
11. Цегелик Г. Г. Використання математичних методів і моделей для дослідження економічних процесів / Г. Г. Цегелик // Сучасні інформаційні технології в економіці, менеджменті та освіті: матер. Всеукр. наук.-практ. конф. – Львів, 2010. – С. 15-22.

THE PROBLEM OF OPTIMAL DISTRIBUTION BRANCH OF THE BANK AMONG THE REGIONS

O. Pryadko, H. Tsehelyk

*Ivan Franko National University of L'viv
E-mail: pryadko_olya@ukr.net; kafmmsep@lnu.edu.ua*

The optimal placement problem of bank branches in some regions is considered. Use of dynamic programming for its solution is proposed. Localization bank costs are considered as an optimal criteria

Key words: the method of dynamic programming, the branch bank

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ФИЛИАЛОВ БАНКОВ СРЕДИ РЕГИОНОВ

О. Прядко, Г. Цегельк

*Львовский национальный университет имени Ивана Франко
E-mail: pryadko_olya@ukr.net; kafmmsep@lnu.edu.ua*

Рассматривается задача об оптимальном размещении филиалов банка в отдельных регионах, для решения которой использован метод динамического программирования. За критерий оптимальности принято затраты на размещение и эксплуатацию филиалов банка

Ключевые слова: метод динамического программирования, филиалы банка