



УДК 330.43:519.2

## ТЕХНОЛОГІЯ ПОБУДОВИ ЧАСОВИХ РЯДІВ В ЕКОНОМІЦІ НА ОСНОВІ СТАТИСТИЧНИХ СПОСТЕРЕЖЕНЬ

О. Завада

*Львівський національний університет імені Івана Франка  
79008 м. Львів, проспект Свободи, 18  
E-mail: zavada\_o@ukr.net*

*Розглядається проблема побудови часових рядів в економіці. Особлива увага приділяється технологіям побудови циклічних коливань. Пропонується новий підхід до розрахунку періоду циклічних коливань економічних показників. Запропонована технологія є простою для реалізації.*

*Ключові слова: інформаційні технології в економіці, економічний показник, часові ряди, коливання ділової активності, період коливань.*

**Постановка проблеми.** Однією із задач аналізу динаміки зміни економічного показника є дослідження цієї зміни у часі, тобто побудова формалізованого опису часового ряду з метою прогнозування його майбутніх значень. Основною проблемою такого аналізу є виявлення тренду, а також сезонних та циклічних коливань у часовому ряду. Найбільш складною задачею є знаходження періоду циклічних (макроекономічних, довгих) коливань. На даний час розроблено ряд математичних методів аналізу часових рядів, проте їхнє застосування в економіці не завжди можна вважати достатньо обґрунтованим. Тому актуальними є подальші дослідження таких методів, зокрема розробка нових технологій виявлення періоду довгих коливань часових рядів в економіці.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Ринкова економіка характеризується високою динамічністю, зокрема, її піднесення та спади відбуваються хвилеподібно. Дослідники (М. Туган-Барановський, Й. Шумпетер, Дж. Кітчин, К. Жугляр, С. Кузнець, М. Кондратьєв) виділяють цикли різної тривалості:

- довгі цикли, тривалістю біля 50 років. Їхня головна причина — структурна перебудова, зміни у житті суспільства;
- цикли з періодом 15-25 років, причиною яких є зрушення у структурі виробництва, а також демографічні зміни;
- цикли періодичністю у сім - одинадцять років як результат інвестиційної діяльності;
- короткі цикли з періодом 3 - 4 роки, які пов'язують із запізненням інформації.

Механізм походження економічних циклів є різним і дотепер не до кінця вивченим [8;9;11;12]. Зазначимо, що для кожного конкретного економічного показника в конкретний період часу той чи інший цикл може спостерігатися, а може й не спостерігатися. Отже, на першому етапі дослідження динаміки часового ряду потрібно коректно побудувати його математичну модель, зокрема, виділити трендову та циклічну складові. Існування чи відсутність трендів та коливань обґрунтовується



при допомозі математичних критеріїв, проте ці критерії на практиці перевірити дуже важко, а іноді і нереально.

Тренд часового ряду, отриманий засобами класичного регресійного аналізу, не проходить ні через початкове, ні через кінцеве значення і тому його важко пояснити економічно [7]. Тому в [7] пропонується будувати регресійне рівняння тренду не при допомозі методу найменших квадратів, а на основі на розрахунку коефіцієнтів порівняння поточних значень економічного показника з початковим значенням.

Набагато більш адекватне (ніж метод найменших квадратів) трактування тренду забезпечує теорія випадкових процесів [2;5], проте вона дозволяє будувати лише експотенційний тренд.

Найскладнішою проблемою аналізу часових рядів є знаходження періоду циклічних коливань. Класичним методом встановлення періоду цих коливань є застосування так званого спектрального аналізу [6;3;4], який базується на використанні математичного апарату рядів Фур'є. Проте, по-перше, спектральний аналіз було розроблено для моделювання фізичних та хімічних процесів, де значення показника на відміну від економіки, залежить від часу функціонально, а не є не випадковою величиною. По-друге, спектральний аналіз вимагає застосування складного математичного апарату, який до того ж є відсутнім в пакетах аналізу економічної інформації.

Тому в даний час здійснюються пошуки інших методів аналізу часових рядів. В [14] пропонується алгоритм прогнозування фінансових часових рядів на основі складних ланцюгів Маркова. Метод аналізу часових рядів із змінними періодами досліджується в [1]. Останні два методи використовують досить складний математичний апарат, тому виникає сенс в розробці більш простих алгоритмів, які би адекватно виконували аналіз часових рядів в економіці.

Мета статті. Розробка зручної технології побудови тренду та циклічних коливань економічного показника на основі статистичних спостережень.

**Виклад основного матеріалу.** Нехай є відомими статистичні значення часового ряду деякого економічного показника  $y(t)$

$$y_0, y_1, \dots, y_t, \dots, y_n \tag{1}$$

в моменти часу  $t_0, t_1=t_0+\Delta t, t_2=t_1+\Delta t, \dots, t_n=t_{n-1}+\Delta t$ .

Загальна схема математичного аналізу часових рядів полягає у виконанні таких процедур: статистична перевірка наявності тренду, статистична перевірка наявності коливань, знаходження параметрів тренду (як правило, у вигляді експоненти) та знаходження параметрів коливань (як правило, у вигляді синусоїди).

Типова технологія побудови часових рядів представлена на рис. 1 :

За статистичними спостереженнями у кожній точці ряду  $t$  ряду (1) обчислимо

його ланцюговий темп приросту  $T = \frac{y_{t+1} - y_t}{\Delta t \cdot y_t}$  , який при  $\Delta t = 1$  дорівнює

$T = \frac{y_{t+1} - y_t}{\Delta t \cdot y_t}$ . Функцією з постійним значенням  $b$  ланцюгового приросту є

експонента  $y(t) = y_0 e^{bt}$  , яка проходить через початкову точку  $(0, y_0)$  ряду (1).



Рис.1. Технологія побудови часових рядів (розроблено автором на основі джерел [13;10]).

У тому випадку, коли знайдені статистичні темпи приросту  $\epsilon$  близькими між собою, параметр  $b$  (на основі якого будується аналітичний вигляд тренду) знаходиться як середній ланцюговий темп приросту, обчислений за усіма значеннями часового ряду:

$$b = \frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^{n-1} \frac{y_{t+1} - y_t}{y_t} \tag{2}$$

Запропонована технологія побудови експоненційного тренду при умові проходження експоненти через початкове значення дає такі ж самі результати, як і метод найменших квадратів.

Нехай у часовому ряді (1) вже було побудовано тренд, ця трендова складова була елімінована і було виконано центрування:  $\bar{y} = 0$ . Тоді складова, яка визначає коливання, має шукатися у вигляді функції, період коливань якої становить  $2\pi/k$ :

$$y(t) = C \sin(kt + \varphi) = a \sin(kt) + b \cos(kt), \tag{3}$$

На основі того факту, що функція (3) задовольняє умові



$$\frac{y''}{y} = -k^2, \tag{4}$$

робимо висновок про те, що період циклічних коливань економічного показника  $y(t)$  природно визначати із умови (4).

Оскільки в часовому ряді відомими є лише значення функції  $y(t)$  в окремих її точках  $y_t=y(t), y_{t+1}=y(t+\Delta t), \dots (t=0, \dots, n-1)$ , то замість значень першої та другої похідної будемо відповідні різниці залежності для цих значень:

$$\frac{y''}{y} = \frac{(y')'}{y} \approx \frac{\frac{y'(t) - y'(t - \Delta t)}{\Delta t}}{y} = \frac{y(t + \Delta t) - 2y(t) + y(t - \Delta t)}{\Delta t \cdot y(t)} \tag{5}$$

Якщо деякий економічний показник  $y(t)$  справді має циклічні коливання у вигляді синусоїди, то відношення типу (5) у всіх точках  $t$  відповідного часового ряду (1) є близькими між собою, хоча й різними. Усереднимо ці значення:

$$k^2 \approx -\frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^{n-1} \frac{y(t + \Delta t) - 2y(t) + y(t - \Delta t)}{\Delta t \cdot y(t)} \tag{6}$$

При  $\Delta t=1$  формула (6) набуває вигляду:

$$\begin{aligned} k^2 \approx \frac{y''}{y} &= -\frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^{n-1} \left( \frac{y_{t+1} - 2y_t + y_{t-1}}{y_t} \right) = \\ &= \frac{-1}{n-1} \sum_{t=1}^{n-1} \left( \frac{y_{t+1} - y_t}{y_t} - \frac{y_{t-1} - y_t}{y_t} \right), \end{aligned} \tag{7}$$

що дозволяє обчислити період  $2\pi/k$  коливань часового ряду (1) при допомозі звичайного сумування.

Значимо також, що вираз  $y''/y$  можна трактувати як відносне прискорення ряду (1). Залежність (7) можна також розглядати як деяку комбінацію ланцюгових темпів приросту цього часового ряду.

В економіці спостерігаються також неперіодичні цикли, тобто, цикли, період яких зменшується [1]. Технологія класичного спектрального аналізу у таких випадках є непридатною до застосування. Проте запропонована формула (5), дає змогу знаходити параметр  $k$  для кожної точки часового ряду окремо. Це забезпечує можливість будувати аналітичний вираз і для часового ряду з неперіодичними коливаннями у вигляді

$$y(t) = C \sin[k(t)t + \varphi] \tag{8}$$

Звичайно, що аналіз поведінки часового ряду економічного показника  $y(t)$  повинен ґрунтуватися не лише на використанні математичного апарату, а в першу чергу на розумінні динаміки поведінки цього показника.

**Висновки.** Запропонована інформаційна технологія побудови циклічних коливань економічних показників у вигляді синусоїди є простою для реалізації. Цю технологію можна поширити й коливання інших виглядів.

У перспективі планується застосування цієї технології для дослідження динаміки поведінки низки макроекономічних показників.



1. Берзлев О. Ю. Методика предпрогнозного фрактального аналізу часових рядів / О. Ю. Берзлев // Управління розвитком складних систем. - 2012. - № 16. - С. 76-81.
2. Жлуктенко В. І. Стохастичні процеси та моделі в економіці, соціології, екології: навч. посібн. / В. І. Жлуктенко, С. І. Наконечний, С. С. Савіна. – К.: КНЕУ, 2002. – 226с.
3. Завада О. П. Моделювання макроекономічних показників засобами часових рядів / О. П. Завада // Формування ринкової економіки в Україні. – Львів, 2011.- Вип. 24. – С.156-159.
4. Завада О. П. Моделювання показників економічного розвитку країн за допомогою спектрального аналізу / О. П. Завада // Матер. XVII Міжнародної науково-практичної конференції “Перспективи розвитку економіки України: теорія, методологія, практика”. – Луцьк: Вежа, 2011. - С.43-44.
5. Завада О. П. Стохастичне моделювання показників інноваційної діяльності / О. П. Завада, Ю. О. Завада // Матер. XIII Міжнародної науково-практичної конференції ”Проблеми і перспективи функціонування інноваційної системи держави в умовах глобалізації”. – Луцьк: Вежа, 2007. - С. 271-273.
6. Кендалл М. Дж., Стьюарт А. Многомерный статистический анализ и временные ряды. / М. Дж. Кендалл, А. Стьюарт . – М.: “Наука”, 1976. -736с.
7. Кулинич О. І. Економетрія: навчальний посібник / О. І. Кулинич. — Хмельницький: Поділля, 2003. — 215 с.
8. Круш П. В., Кожемяченко О. О. Національна економіка: підручник / П. В. Круш, О. О. Кожемяченко.— К.: ЦУЛ, 2011. — 320 с.
9. Панчишин С. М. Макроекономічний аналіз товарної форми виробництва / С. М. Панчишин. - Львів: ЛНУ ім. Івана Франка, 2004. - 452 с.
10. Приймак В. І. Математичні методи економічного аналізу: навчальний посібник / В. І. Приймак.; Львівський нац. ун-т ім. Івана Франка. - К. : ЦУЛ, 2009. - 291 с.
11. Ставицький А. В. Часові ряди: [Електронний ресурс] / А. В. Ставицький; Київський національний університет імені Т.Шевченка, 2003.- Режим доступу: [twirpx.com/file/271539](http://twirpx.com/file/271539).
12. Тимків С. Сучасні підходи до розуміння причин економічних коливань. / С. Тимків // Вісник Львівського університету. Серія економічна. – 2012. - № 48. – С.500-505.
13. Ульяновченко О. В. Дослідження операцій в економіці. / О. В. Ульяновченко. - Харків: Гриф, 2003. – 578 с.
14. Чабаненко Д. М. Алгоритм прогнозування фінансових часових рядів на основі складних ланцюгів Маркова / Чабаненко Д. М. // Вісник Черкаського університету. - Серія “Прикладна математика. Інформатика”. 2010.- № 173. - С. 90-102.



**TECHNOLOGY OF CONSTRUCTION OF TIME SERIES IN ECONOMICS  
BASED ON STATISTICAL OBSERVATIONS**

**O. Zavada**

*Ivan Franko National University of Lviv,  
Prospekt Svobody 18, UA – 79008, Ukraine*

The problem of building time series in the economy is considered. Special attention is given to technology to build cyclical fluctuations. A new approach to the calculation period of cyclic fluctuations of economic indicators are offered. The proposed technology is a simple for implementation.

Keywords: Information technologies in economics, economic indicator, time series, business fluctuations, period of oscillation.

**ТЕХНОЛОГИЯ ПОСТРОЕНИЯ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ В ЭКОНОМИКЕ  
НА ОСНОВЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ НАБЛЮДЕНИЙ**

**О. Завада**

*Львовский национальный университет имени Ивана Франко  
79008 г. Львов, проспект Свободы, 18*

Рассматривается проблема построения временных рядов в экономике. Особое внимание уделяется технологиям построения циклических колебаний. Предложен новый подход к расчету периода циклических колебаний экономических показателей. Предлагаемая технология является простой для реализации.

Ключевые слова: информационные технологии в экономике, экономический показатель, временные ряды, колебания деловой активности, период колебаний.