



УДК 519.95+330.115

## ДО ПИТАННЯ ЗАСТОСУВАННЯ ПОЛІМЕТРИЧНОГО АНАЛІЗУ В ЕКОНОМЕТРИЦІ

Петро Трохимчук

*Східноєвропейський національний університет імені Лесі Українки,  
м. Луцьк, просп. Волі, 13,  
E-mail: [trope@yandex.ua](mailto:trope@yandex.ua)*

*Проаналізовано основні закони рівноважної економетрики. Показана принципова можливість використання поліметричного аналізу для розв'язання цієї проблеми. Також обговорюються особливості цієї концепції.*

*Ключові слова: рівноважна економетрика, закони Хікса, принцип ле Шательє – Самуельсона, поліметричний аналіз, еволюційні системи.*

**Вступ.** В теоретичній та математичній фізиці досить вдалим є застосування поліметричного методу для аналізу «старих» наук та створення «нових» [7, 8]. Сам поліметричний аналіз був створений як універсальна система синтезу аналізу та формалізації знань [7, 8]. Він базується на ідеї потрійної оптимізації та дозволив об'єднати на методологічному рівні в єдину систему всі відомі створені та ще не створені інформаційні системи. Ця оптимізація поведена на елементі міри, узагальненій квадратичній формі, яка через перетворення (кількісні та якісні), що діють на неї, включає в себе процедуру вимірювання [7, 8]. Одночасно поліметричний метод може бути використаний як експертна система «правильності» та повноти тієї чи іншої теорії. Для цієї мети була побудована гібридна теорія систем, що дозволяє прокласифікувати існуючі інформаційні системи із точки зору їх операційної, в тому числі обчислювальної, складності [7, 8]. Це теорія відкритих систем, хоча є лише всього 10 мінімальних типів систем формалізації, загальне число конкретних систем може бути як завгодно великим [7, 8].

В даній роботі ми акцентуємо увагу на одному з методів, що ввійшов в поліметричний аналіз та базується на розширенні принципу спостережуваності Релея та його формального квантово-механічного розширення, відомого як принципу невизначеності [11], є метод спряжених змінних. Цей підхід дозволив доволі просто об'єднати в єдину систему основні закони фізики та теорії інформації [7, 10]. Ця теорія отримала назву теорії інформаційно-фізичних структур [10]. Тому доцільно було використати цей підхід для «ревізії» форми запису економічних законів [7, 9], що й було реалізовано на прикладі рівноважної економетрики [1, 4-6, 12-14]. Цю теорію було названо узагальненою економетрикою [9], хоча можна було б назвати і теорією інформаційно-економічних структур.

Взагалі ж економетрикою (економетрією) називають науку, яка вивчає кількісні та якісні економічні взаємозв'язки з використанням математичних і статистичних методів та моделей [1, 4-6, 12-14]. Сучасне визначення предмета економетрики було



сформульовано в статуті економетричного товариства, яке головними цілями проголосило використання статистики та математики для розвитку економічної теорії [1, 4-6, 12-14]. Теоретична економетрика розглядає статистичні властивості оцінок і випробувань, в той час як прикладна економетрика займається застосуванням економетричних методів для оцінки економічних теорій. Економетрика дає інструментарій для економічних вимірювань, а також методологію оцінки параметрів моделей мікро- та макроекономіки. Крім того, економетрика активно використовується для прогнозування економічних процесів як у масштабах економіки в цілому, так і на рівні окремих підприємств [1, 4-6, 12-14]. При цьому економетрика є частиною економічної теорії, поряд з макро-і мікроекономікою [1, 4-6, 12-14]. Практично це є теоретична економіка в більш вузькому сенсі цього слова.

В даній роботі наведемо основні аспекти застосування поліметричного аналізу для задач економетрики, особливо для більш компактного запису законів рівноважної економетрики.

**Основні результати.** Отже, як приклад використання поліметричного методу наведемо узагальнену економетрику. Порівняно з фізикою та теорією інформації ця наука здається простішою, але якби це було так, тоді не було б так багато соціальних катаклізмів, які так часто вражають історію людства [2].

Класична економетрика [1, 4-6, 12-14] включає до свого складу в основному методи статистичного та факторного аналізу та закони типу Вальраса-Леонт'єва (для еволюційних систем) та фон Неймана-Маркса (для "революційних" систем). Однак сучасний рівень розвитку суспільства вимагає більш прогресивних теорій, про що свідчать дослідження Б. Гаврилишина [2]. В сучасній економіці треба обов'язково враховувати такі чинники, як екологія, соціологія, психологія та інші чинники, тобто це благодатне поле для використання поліметричного методу.

Спочатку введемо основну термінологію згідно з [4]:  $z_i$  – загальний випуск продукції  $i$ -ої галузі;  $z_{ij}$  – загальний випуск продукції  $i$ -ої галузі, яка споживається  $j$ -ою галуззю;  $c_i$  – попит на  $i$ -ий продукт;  $a_{ij}$  – постійні коефіцієнти витрат  $i$ -го продукту на одиницю випуску  $j$ -ої галузі;  $\omega$  – заробітна плата;  $q_i$  – прибуток в розрахунок на одиницю продукції, що випускається в  $i$ -ій галузі;  $a_{n+1,i}$  – коефіцієнти трудових витрат в  $i$ -ій галузі.

Система рівнянь балансу і випусків всієї продукції в системах леонт'євського типу [3]:

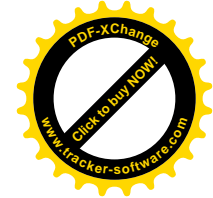
$$z_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} z_j + c_i; (i = 1 \dots n). \quad (1)$$

Система рівнянь балансу цін, заробітної плати та прибутку:

$$p_i = \sum_{j=1}^n a_{ji} p_j + a_{n+1,i} \omega + q_i; (i = 1, \dots, n). \quad (2)$$

В системах леонт'євського типу є спареність між випусками та цінами в тому сенсі, що матриця коефіцієнтів  $\{a_{ij}\}$  підсистеми для визначення цін отримується транспонуванням матриці  $\{a_{ji}\}$  підсистеми для визначення випусків. Обидві підсистеми мають загальні алгебраїчні властивості, тому надалі можна користуватись однією половиною рівнянь.

Леонт'євська система є частковим випадком системи загальної рівноваги Вальраса, що складається з чотирьох груп рівнянь [4]:



- I – функції ринкової пропозиції на товари;
- II – функції ринкового запиту на товари;
- III – рівняння запиту та пропозиції для товарів та факторів;
- IV – рівняння, які зв'язують ціни з виробничими витратами.

У моделі Вальраса функції пропозиції для факторів та функції запиту на товари даються теорією граничної корисності в термінах цін. В леонт'євській моделі нема аналогів для цих функцій, оскільки вектор кінцевого попиту  $(c_1, \dots, c_n)$  та заново створені вартості  $(a_{n+1,1}\omega + q_1, \dots, a_{n+1,n}\omega + q_n)$  є параметрами. Випуски визначаються незалежно від цін, що даються рівняннями цін затрат. Ця незалежність та припущення про постійність технічних коефіцієнтів обумовлює простоту леонт'євської моделі.

Наведемо основні закони рівноважної економетрики [4].

*Перший закон Хікса.* Надлишковий попит від нульового продукту до  $j$ -го обумовлює збільшення відношення рівноважної ціни  $j$ -го продукту до рівноважної ціни нульового продукту, за виключенням того випадку, коли товар  $j$  є вільним.

*Другий та третій закони Хікса в слабкій формі.* Нехай в результаті зсуву пріоритетів від нульового товару до  $j$ -го в нерозкладуваній системі  $1'$  відношення ціни будь-якого товару до ціни нульового товару не зменшується; окрім того, нема жодного товару, для якого б це відношення виросло б у більшій пропорції, як для  $j$ -го товару.

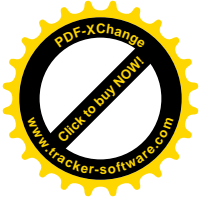
*Другий та третій закони Хікса в сильній формі.* В результаті зсуву пріоритетів від нульового товару до  $j$ -го в сильно нерозкладуваній системі  $1'$  рівноважна ціна будь-якого товару по відношенню до ціни нульового товару зростає в меншій пропорції, ніж ціна  $j$ -го товару.

Як відомо, рівноважна економетрика, була побудована за аналогією з рівноважною хімічною термодинамікою. Основним принципом хімічної термодинаміки є принцип ле Шательє, інколи його ще називають принципом ле Шательє-Брауна [3]. Він стверджує, що реакція рівноважної термодинамічної системи на будь-яке збурення відбувається таким чином, щоб зменшити наслідки цього збурення. За аналогією з ним в рівноважній економетриці був створений

*Принцип ле Шательє – Самуельсона.* Нехай виконується умова сильної валової замінюваності. Зростання ціни будь-якого товару з номером  $j > m$ , що обумовлене зсувом пріоритетів, зміною запиту нульового товару до  $j$ -го (де  $j > m$ ), для випадку, коли ціни всіх товарів з номерами  $(1, \dots, m)$  підтримуються постійними (завдяки пристосуванню пропозиції кожного із цих товарів), виявляється меншим, ніж зростання ціни такого ж товару при такому ж зсуві пріоритетів для випадку, коли пропозиція одного із згадуваних  $n$  товарів, скажімо, товару з номером  $m$ , не пристосовується і, відповідно, ціна  $m$ -го товару може змінитись.

Окрім рівноважних економетричних моделей є ще й моделі економічного росту. Це моделі Сміта, фон Неймана, Кондратьєва та ін. Однак для ілюстрації можливості застосування поліметричного підходу до економетрики нам достатньо буде й рівноважного випадку [7, 9].

Тепер розглянемо, як можна в даному випадку перейти до представлень поліметричної міри. Візьмемо першу половину рівнянь (1) леонт'євської моделі. Введемо обернені економетричні параметри:



$$k_i = \frac{N_1}{z_i}; b_i = \frac{N_2}{c_i}; y_{ij} = \frac{N_3}{a_i z_{ij}}. \quad (3)$$

Узагальнені економетричні параметри тоді мають вигляд:

$$k_{ij} = k_i z_j; B_{ij} = b_i c_j; Y_{ij} = z_j y_{ij}. \quad (4)$$

В цілому ці параметри можуть бути як числами так і функціями та функціоналами [9].

Узагальнене економетричне рівняння можна записати так:

$$F(k_{ij}) = F_1(Y_{ij}) + F_2(B_{ij}), \quad (5)$$

де  $F_i$  – функціональна залежність.

В лінійному випадку

$$k_{ij} = Y_{ij} + B_{ij} \quad (6)$$

або

$$k_i z_j = z_{ij} y_{mn} + b_i c_j. \quad (7)$$

При  $i = j = m = n$  маємо

$$kz = \tilde{z}y + bc. \quad (8)$$

Мінімізуючи ці співвідношення дістанемо:

$$\frac{dz}{dy} = \frac{d\tilde{z}}{dk} = A_1; \frac{dk}{db} = \frac{dc}{dz} = A_2; \frac{d\tilde{z}}{db} = -\frac{dc}{dy} = A_3. \quad (9)$$

Розв'язуючи ці рівняння отримаємо

$$z = z_0 + A_1 y; \quad c = c_0 + A_2 z; \quad (10)$$

$$\tilde{z} = \tilde{z}_0 + A_1 k; \quad \tilde{z} = \tilde{z}_0 + A_3 b;$$

$$k = k_0 + A_2 b; \quad c = c_0 - A_3 y.$$

Тобто маємо лінійні закони збереження кількості витрат, попиту та оберненоз'язаних величин. Ці закони працюють у визначеній конкретній області. Як легко бачити, співвідношення (10) є і лінійним узагальненням законів Хікса та принципу Ле Шательє – Самуельсона.

Більш складні залежності отримуються зі співвідношень виду

$$dk \cdot dz = d\tilde{z} \cdot dy + db \cdot dc, \quad (11)$$

або в узагальненому вигляді –

$$dk_{ij} = dY_{ij} + dB_{ij}. \quad (12)$$

Із рівняння (11) у спрощеному вигляді ми можемо отримати співвідношення

$$dk \cdot dz = d\tilde{z} \cdot dy + L_1, \quad (13a)$$

$$dk \cdot dz = db \cdot dc + L_2, \quad (13b)$$

$$d\tilde{z} \cdot dy = db \cdot dc + L_3, \quad (13в)$$

де  $L_1, L_2, L_3$  – константи.

Розв'язки рівнянь (13) складніші від розв'язку рівнянь (9) – (10). В загальному випадку вони мають вигляд:

$$k = k_0 + A_1 y; z = \tilde{z}_0 + \tilde{A}_1 F(L_1, z) + \tilde{A}_1'(L_1, z, y). \quad (14)$$



Тобто в співвідношеннях типу (13), на відміну від співвідношень (10), можна й врахувати невеликі зміни будь-якого з економетричних параметрів та описувати й динамічні системи.

Використання такого підходу дозволяє розширити функціональні можливості класичної рівноважної економетрики на рівні законів.

Зокрема такий підхід дозволяє встановити зв'язок спряжених параметрів на системному рівні. Окрім того, цей підхід варто було б використовувати для моделювання техніко-економічних систем як в моделях «біологічного» типу, так і в тих, в основу яких покладена виробнича функція. З успіхом використовується гамільтонова динаміка. Так, метод подвоєння гамільтонових змінних (принцип максимуму Понтрягіна) з успіхом використовується для оцінки ефективності побудови газотранспортних систем [8].

Слід зазначити, що використання спряжених параметрів в економетриці може бути розширене за допомогою використання інтегральних перетворень Фур'є, що дозволяють переходити від однієї до іншої спряженої змінної. XX століття сміло можна назвати століттям тріумфу перетворень Фур'є, вони покладені в основу двох визначних наук, що були створені в цей час: квантової механіки та кібернетики, а також були перенесені в статистичну фізику та в математичну статистику [7, 8].

**Висновок.** Отже, в даній роботі наведена поліметрична економетрична модель, що базується на введенні спряжених параметрів та яка дозволяє доволі просто записати основні закони рівноважної економетрики.

1. Бабешко Л.О. Основы эконометрического моделирования./ Л.О. Бабешко. – Москва: КомКнига, 2006. – 432 стр.
2. Гаврилишин Б. Дороговкази в майбутнє. До ефективніших суспільств. Доповідь Римському клубові. / Б. Гаврилишин. – Київ : Основи, 1993. – 238 с.
3. Додж Б.Ф. Химическая термодинамика./ Б. Ф. Додж. – Москва: ИЛ, 1950. –788 с.
4. Моришима М. Равновесие, устойчивость, рост. Многоотраслевой анализ. / М. Моришима. – Москва: Наука, 1972. – 280 с.
5. Орлов А.И. Эконометрика. – Москва : Экзамен, 2002. – 576 с.
6. Суслов В. И. Эконометрия./ В. И. Суслов, Н. М. Ибрагимов, Л. П.Талышева, А.А. Цыплаков. – Новосибирск : СО РАН, 2005. – 744 с.
7. Трохимчук П. П. Математичні основи знань. Поліметричний підхід. / П. П. Трохимчук. – Луцьк: Вежа–Друк, 2014. – 624 с.
8. Трохимчук П. П. Нелінійні динамічні системи. / П. П. Трохимчук. – Луцьк: Вежа–Друк, 2015. – 276 с.
9. Трохимчук П. П. Основы теории оптимальных социально-экологических систем./ П. П. Трохимчук./ Компьютерные системы принятия решений в экологии. – Киев: ИК АНУ, 1991. – С.71-75.
10. Трохимчук П.П. Теорія оптимальних динамічних (інформаційно-фізичних) структур./ П. П. Трохимчук.// ДАН України, №1, 1992. – С.22–25.
11. Bohr N. The Quantum Postulate and the Recent Development of Atomic theory./ N. Bohr.// Nature, Supplement, Vol.121, 1928. – P.580-590.
12. Davidson R. Econometric Theory and Methods. / R. Davidson, J. G. MacKinnon. – Oxford: University Press, 2003. – 768 p.
13. Palgrave Handbook of Econometrics. Volume 1: Econometric Theory. / Ed. T. C. Mills, K. Patterson. – New-York: Palgrave Macmillan, 2007. – 1128 p.
14. Palgrave Handbook of Econometrics. Volume 1: Applied Econometrics. / Ed. T. C. Mills, K. Patterson. – New-York: Palgrave Macmillan, 2009. – 1423 p.

**TO QUESTION OF APPLICATION THE POLYMETRIC ANALYSIS  
IN ECONOMETRICS****Petro Trokhymchuk**

*Lesya Ukrayinka East European National University, Lutsk, Voly ave., 13  
E-mail: trope@yandex.ua*

The basic laws of equilibrium econometrics are analyzed. The principal possibility of using polymetric analysis to solve this problem is discussed. Also discussed features of this concept.

Keywords: equilibrium econometrics, Hicks laws, the principle of Le Chatelier - Samuelson, polymetric analysis, evolutionary systems.

**К ВОПРОСУ ПРИМЕНЕНИЯ ПОЛИМЕТРИЧЕСКОГО АНАЛИЗА  
В ЭКОНОМЕТРИКЕ****Петр Трохимчук**

*Восточноевропейский национальный университет имени Леси Украинки,  
Луцк, просп. Воли, 13  
E-mail: trope@yandex.ua*

Проанализированы основные законы равновесной эконометрики. Показана принципиальная возможность использования полиметрического анализа для решения этой проблемы. Также обсуждаются особенности этой концепции.

Ключевые слова: равновесная эконометрика, законы Хикса, принцип ле Шателье - Самуэльсона, полиметрической анализ, эволюционные системы.