ВІСНИК ЛЬВІВ. УН-ТУ *VISNYK LVIV UNIV.*
Серія прикл. матем. інформ. *Ser. Appl. Math. Inform.*
2011. Вип. 17. С. 29–36 *2011. Is. 17. P. 29–36*

УДК 519.832.3

МНОЖИНА СУПЕРОПТИМАЛЬНИХ ЧИСТИХ СТРАТЕГІЙ У ДЕЯКИХ МАТРИЧНИХ ІГРАХ З НЕПОРОЖНЬОЮ МНОЖИНОЮ СІДЛОВИХ ТОЧОК У ЧИСТИХ СТРАТЕГІЯХ

В. Романюк

Хмельницький національний університет,
вул. Інститутська, 11, Хмельницький, 29000,
e-mail: romanukevadimv@i.ua

Означено множину супероптимальних чистих стратегій гравця як підмножину його нестрого раціональних стратегій, які входять у множину оптимальних чистих стратегій. Основа зображених двох означень – критерій Байєса – Лапласа або критерій добутків. На прикладах показано, яку вигоду гарантовано отримує гравець у разі використання супероптимальної чистої стратегії.

Ключові слова: оптимальна чиста стратегія, критерій оптимальності, раціональна стратегія.

1. ВСТУП ТА ФОРМУЛЮВАННЯ ЗАВДАННЯ ДОСЛІДЖЕННЯ

Процес прийняття оптимальних рішень супроводжує сучасну людину кожного дня. Якщо задачу прийняття рішень вдається формалізувати, то кінцевим результатом відповідного процесу прийняття рішень є справді виважене і логічно обґрунтоване рішення. Розв'язати задачі, пов'язані з прийняттям оптимальних рішень двома сторонами-конкурентами в умовах конфліктних процесів, часто вдається змоделювати за допомогою математичного апарата антагоністичних ігор [1, 2]. Якщо антагоністична гра розв'язується у чистих стратегіях, то, здавалося б, кожна сторона відповідного конфліктного процесу отримує принаймні один виважений і логічно обґрунтований варіант виходу з конфліктного положення. Проте у [3] означено множину строго раціональних стратегій і множину нестрого раціональних стратегій гравця в антагоністичній грі з непорожньою множиною сідлових точок у чистих стратегіях. На цій підставі показано, яку вигоду отримує гравець, якщо він використовує множину строго або нестрого раціональних стратегій у разі відступу іншого гравця від своєї оптимальної чистої стратегії. Оскільки непорожня множина строго раціональних стратегій або непорожня множина нестрого раціональних стратегій гравця не обов'язково є одноелементною, то тепер ставиться завдання на дослідження можливості виокремлення деякої підмножини строго або нестрого раціональних стратегій, кожен елемент якої задовольнятиме певний критерій оптимальності.

2. ОЗНАЧЕННЯ СУПЕРОПТИМАЛЬНИХ ЧИСТИХ СТРАТЕГІЙ ГРАВЦІВ

Нехай ядром антагоністичної гри є поверхня $K(x, y)$ як функція від чистої стратегії $x \in X$ першого гравця та від чистої стратегії $y \in Y$ другого гравця. Ця поверхня визначена на декартовому добутку $X \times Y$ множин чистих стратегій гравців. Нехай задана антагоністична гра розв'язується у чистих стратегіях, причому множиною оптимальних чистих стратегій першого гравця є X_{opt}, а множиною оптимальних чистих стратегій другого гравця є Y_{opt}. Значення гри позначатимемо V_{opt}. Згідно з означеннями [3] в антагоністичній грі з ядром $K(x, y)$ оптимальна чиста стратегія першого гравця $x_r \in X_r \subset X_{\text{opt}}$ називається строго раціональною, якщо $\forall\, x_0 \in X_{\text{opt}} \setminus X_r$, $\forall\, y \notin Y_{\text{opt}}$ та $\forall\, x_r \in X_r$ виконуються рівність $V_{\text{opt}} = K(x_0, y)$ і нерівність $V_{\text{opt}} < K(x_r, y)$, де X_r – множина строго раціональних стратегій першого гравця. Оптимальна чиста стратегія першого гравця $\tilde{x}_r \in \tilde{X}_r \subset X_{\text{opt}}$ називається нестрого раціональною, якщо $\forall\, x_0 \in X_{\text{opt}} \setminus \tilde{X}_r$, $\forall\, y \notin Y_{\text{opt}}$ та $\forall\, \tilde{x}_r \in \tilde{X}_r$ виконуються рівність $V_{\text{opt}} = K(x_0, y)$ і нестрога нерівність $V_{\text{opt}} \leqslant K(\tilde{x}_r, y)$, але $\forall\, \tilde{x}_r \in \tilde{X}_r$ знайдеться хоча б одна чиста стратегія другого гравця $y \in Y \setminus Y_{\text{opt}}$ така, що $V_{\text{opt}} < K(\tilde{x}_r, y)$, де $\tilde{X}_r$ – множина нестрого раціональних стратегій першого гравця.

Означення множини строго раціональних стратегій і множини нестрого раціональних стратегій другого гравця дуальні до цих самих означень для першого гравця. Згідно з тією ж працею [3] в антагоністичній грі з ядром $K(x, y)$ оптимальна чиста стратегія другого гравця $y_r \in Y_r \subset Y_{\text{opt}}$ називається строго раціональною, якщо $\forall\, y_0 \in Y_{\text{opt}} \setminus Y_r$, $\forall\, x \notin X_{\text{opt}}$ та $\forall\, y_r \in Y_r$ виконуються рівність $K(x, y_0) = V_{\text{opt}}$ і нерівність $K(x, y_r) < V_{\text{opt}}$, де Y_r є множиною строго раціональних стратегій другого гравця. Зрештою, оптимальна чиста стратегія другого гравця $\tilde{y}_r \in \tilde{Y}_r \subset Y_{\text{opt}}$ називається нестрого раціональною, якщо $\forall\, y_0 \in Y_{\text{opt}} \setminus \tilde{Y}_r$, $\forall\, x \notin X_{\text{opt}}$ та $\forall\, \tilde{y}_r \in \tilde{Y}_r$ виконуються рівність $K(x, y_0) = V_{\text{opt}}$ і нестрога нерівність $K(x, \tilde{y}_r) \leqslant V_{\text{opt}}$, але $\forall\, \tilde{y}_r \in \tilde{Y}_r$ знайдеться хоча б одна чиста стратегія першого гравця $x \in X \setminus X_{\text{opt}}$ така, що $K(x, \tilde{y}_r) < V_{\text{opt}}$, де $\tilde{Y}_r$ – множина нестрого раціональних стратегій другого гравця.

З цих означень випливають цілком очевидні зауваження того, що $X_r \subseteq \tilde{X}_r$ та $Y_r \subseteq \tilde{Y}_r$, тому $X_r \cap \tilde{X}_r = X_r$ та $Y_r \cap \tilde{Y}_r = Y_r$. Наприклад, у матричній 4×4 -грі з ядром

$$K(x, y) = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{1}$$

і множинами $X = \{x_k\}_{k=1}^{4}$ та $Y = \{y_l\}_{l=1}^{4}$ легко знаходимо множину $X_{\text{opt}} = X = \{x_k\}_{k=1}^{4}$, а множина $Y_{\text{opt}} = \{y_4\}$. Помічаємо, що тут множина

$$\tilde{X}_r = \{x_1, x_2, x_4\} = X \setminus \{x_3\} \tag{2}$$

і множина

$$X_r = \tilde{X}_r \setminus \{x_2, x_4\} = \{x_1\} \subset \tilde{X}_r\,, \tag{3}$$

а ось множина $\tilde{Y}_r = \varnothing$, тому й множина $Y_r = \varnothing$. У цій грі перший гравець, використовуючи тільки чисту стратегію $x_3 \in X_{\text{opt}}$, у разі відступу другого гравця від множини Y_{opt} не може отримати виграш, більший за значення гри $V_{\text{opt}} = 0$. Користуючись однією з трьох чистих стратегій із множини (2) нестрого раціональних стратегій, перший гравець матиме шанс виграти більше за число V_{opt}, якщо тільки, звичайно ж, другий гравець вибере чисту стратегію з множини $Y \setminus Y_{\text{opt}}$. Крім того, якщо перший гравець буде використовувати строго раціональну чисту стратегію $x_1 \in X_{\text{opt}}$, то він гарантовано виграє більше за число V_{opt}, як тільки другий гравець вибере чисту стратегію з множини $Y \setminus Y_{\text{opt}}$. Тут виникає питання про те, яку з трьох стратегій із множини (2) використовувати першому гравцю. Було б логічно виділяти чисту стратегію $x_1 \in X_{\text{opt}}$, оскільки $x_1 \in X_r$, але вона може бути не єдиною, як у цьому прикладі. Якщо, скажімо, буде не $K(x_2, y_3) = 2$, а $K(x_2, y_3) = 2000$, то перший гравець відразу виділятиме саме нестрого раціональну чисту стратегію $x_2 \in X_{\text{opt}}$. Отже, множину (2) можна розглядати як множину альтернатив, а множину

$$Y \setminus Y_{\text{opt}} = \{y_l\}_{l=1}^{4} \setminus \{y_4\} = \{y_1, y_2, y_3\} \tag{4}$$

можна розглядати як множину наслідків кожної з цих трьох альтернатив. Цілком очевидно, що ймовірнісний розподіл наслідків (4) невідомий для кожної з трьох альтернатив множини (2).

Узагальнюючи викладене, можна стверджувати, що у будь-якій матричній грі з непорожньою множиною нестрого раціональних стратегій, потужність якої більша від одиниці, можна виділити задачу прийняття рішень стосовно знаходження за певним критерієм найліпшої підмножини нестрого раціональних стратегій. Очевидно, що таким критерієм може бути критерій Байєса – Лапласа [4, 5], оскільки ймовірнісні розподіли наслідків альтернатив невідомі. Правильні такі два дуальні означення.

Означення 1. Якщо у матричній грі з непорожньою множиною сідлових точок у чистих стратегіях $\tilde{X}_r \neq \varnothing$, а також існують чисті стратегії $x_{\text{opt}}^{\langle 1 \rangle} \in X_{\text{opt}}$ та $x_{\text{opt}}^{\langle 2 \rangle} \in X_{\text{opt}}$ такі, що $\sum_{y \notin Y_{\text{opt}}} K\left(x_{\text{opt}}^{\langle 1 \rangle}, y\right) \neq \sum_{y \notin Y_{\text{opt}}} K\left(x_{\text{opt}}^{\langle 2 \rangle}, y\right)$, то нестрого раціональна стратегія першого гравця $\hat{x}_{\text{opt}} \in \tilde{X}_r$ називається супероптимальною, якщо

$$\hat{x}_{\text{opt}} \in \arg\max_{x \in \tilde{X}_r} \sum_{y \notin Y_{\text{opt}}} K(x, y). \tag{5}$$

Множина супероптимальних чистих стратегій першого гравця

$$\hat{X}_{\text{opt}} = \left\{ \arg\max_{x \in \tilde{X}_r} \sum_{y \notin Y_{\text{opt}}} K(x, y) \right\} \subseteq \tilde{X}_r \subseteq X_{\text{opt}}. \tag{6}$$

Означення 2. Якщо у матричній грі з непорожньою множиною сідлових точок у чистих стратегіях $\tilde{Y}_r \neq \varnothing$, а також існують чисті стратегії $y_{\text{opt}}^{\langle 1 \rangle} \in Y_{\text{opt}}$ та $y_{\text{opt}}^{\langle 2 \rangle} \in Y_{\text{opt}}$

такі, що $\sum\limits_{x\notin X_{\text{opt}}} K\left(x,\, y_{\text{opt}}^{\langle 1\rangle}\right) \neq \sum\limits_{x\notin X_{\text{opt}}} K\left(x,\, y_{\text{opt}}^{\langle 2\rangle}\right)$, то нестрого раціональна стратегія другого гравця $\breve{y}_{\text{opt}} \in \tilde{Y}_r$ називається супероптимальною, якщо

$$\breve{y}_{\text{opt}} \in \arg\min_{y\in \tilde{Y}_r} \sum_{x\notin X_{\text{opt}}} K\left(x,\, y\right). \tag{7}$$

Множина супероптимальних чистих стратегій другого гравця

$$\breve{Y}_{\text{opt}} = \left\{ \arg\min_{y\in \tilde{Y}_r} \sum_{x\notin X_{\text{opt}}} K\left(x,\, y\right) \right\} \subseteq \tilde{Y}_r \subseteq Y_{\text{opt}}. \tag{8}$$

Продовжимо розглядати приклад матричної гри з матрицею (1). Згідно з першим означенням у цій грі

$$\widehat{X}_{\text{opt}} = \arg\max_{x\in \tilde{X}_r} \sum_{y\notin Y_{\text{opt}}} K\left(x,\, y\right) = \arg\max_{x\in\{x_1,\, x_2,\, x_4\}} \{7,\, 7,\, 3\} = \{x_1,\, x_2\}. \tag{9}$$

Отже, за критерієм Байєса – Лапласа використання першим гравцем першого та другого елементів множини (2) нестрого раціональних стратегій дасть змогу вигравати йому у середньому найбільше у разі відступу другого гравця від чистої стратегії y_4.

3. ВИКОРИСТАННЯ КРИТЕРІЮ ДОБУТКІВ

Ще одним критерієм без врахування ризику для формування множини оптимальних рішень є критерій добутків [6, 7]. Якщо $K\left(x,\, y\right) > 0 \quad \forall\, x\in X$ та $\forall\, y\in Y$, то за цим критерієм множина супероптимальних чистих стратегій першого гравця

$$\widehat{X}_{\text{opt}} = \left\{ \arg\max_{x\in \tilde{X}_r} \prod_{y\notin Y_{\text{opt}}} K\left(x,\, y\right) \right\} \subseteq \tilde{X}_r \subseteq X_{\text{opt}} \tag{10}$$

та множина супероптимальних чистих стратегій другого гравця

$$\breve{Y}_{\text{opt}} = \left\{ \arg\min_{y\in \tilde{Y}_r} \prod_{x\notin X_{\text{opt}}} K\left(x,\, y\right) \right\} \subseteq \tilde{Y}_r \subseteq Y_{\text{opt}}. \tag{11}$$

Інакше, якщо $\exists\, x\in X$ та $\exists\, y\in Y$ такі, що $K\left(x,\, y\right) \leqslant 0$, то замість формул (10) і (11) використовують формули, де поверхня $K\left(x,\, y\right)$ штучно піднімається над поверхнею нульового рівня $K_0\left(x,\, y\right) = 0$. Замість формули (6) у першому означенні множина супероптимальних чистих стратегій першого гравця визначається $\forall\, c > 0$ як

$$\widehat{X}_{\text{opt}}\left(c\right) = \left\{ \arg\max_{x\in \tilde{X}_r} \prod_{y\notin Y_{\text{opt}}} \left(K\left(x,\, y\right) + \left[c - \min_x \min_y K\left(x,\, y\right) \right] \times \right.\right.$$

$$\left.\left. \times \operatorname{sign}\left[1 - \operatorname{sign} \min_x \min_y K\left(x,\, y\right) \right] \right) \right\} \subseteq \tilde{X}_r \subseteq X_{\text{opt}}. \tag{12}$$

Аналогічно, замість формули (8) у другому означенні множина супероптимальних чистих стратегій другого гравця за критерієм добутків визначатиметься $\forall\, c > 0$ як

$$\breve{Y}_{\text{opt}}(c) = \left\{ \arg\min_{y \in \tilde{Y}_r} \prod_{x \notin X_{\text{opt}}} \left(K(x, y) + \left[c - \min_x \min_y K(x, y) \right] \times \right.\right.$$
$$\left.\left. \times \operatorname{sign}\left[1 - \operatorname{sign} \min_x \min_y K(x, y) \right] \right) \right\} \subseteq \tilde{Y}_r \subseteq Y_{\text{opt}} . \quad (13)$$

У [6] показано, що множина оптимальних рішень, яка формується за критерієм добутків, залежить від доданої до матриці рішень константи. Тому зауважимо, що множини (12) і (13) є функціями від додатної сталої c, на яку неможливо накласти ще якісь обмеження.

Повертаючись до прикладу матричної гри з матрицею (1), знайдемо множину супероптимальних чистих стратегій першого гравця за критерієм добутків, прийнявши $c = 1$. За формулою (12) одержуємо

$$\widehat{X}_{\text{opt}}(1) = \arg\max_{x \in \tilde{X}_r} \prod_{y \notin Y_{\text{opt}}} \left(K(x, y) + \left[1 - \min_x \min_y K(x, y) \right] \cdot \operatorname{sign}\left[1 - \operatorname{sign} \min_x \min_y K(x, y) \right] \right) =$$
$$= \arg\max_{x \in \tilde{X}_r} \prod_{y \notin Y_{\text{opt}}} \left(K(x, y) + [1 - 0] \cdot \operatorname{sign}[1 - \operatorname{sign} 0] \right) = \arg\max_{x \in \tilde{X}_r} \prod_{y \notin Y_{\text{opt}}} \left(K(x, y) + 1 \right) =$$
$$= \arg \max_{x \in \{x_1,\, x_2,\, x_4\}} \{3 \cdot 5 \cdot 2,\, 1 \cdot 6 \cdot 3,\, 2 \cdot 3 \cdot 1\} = \arg \max_{x \in \{x_1,\, x_2,\, x_4\}} \{30,\, 18,\, 6\} = \{x_1\} . \quad (14)$$

Як бачимо, за критерієм добутків при $c = 1$ множина супероптимальних чистих стратегій першого гравця складається лише з однієї чистої стратегії x_1, тоді як за критерієм Байєса – Лапласа множина (9) двоелементна. Щоправда для цього прикладу множина супероптимальних чистих стратегій першого гравця, яка визначається за критерієм добутків, не залежить від c. Справді, додавши константу $c > 0$ до підматриці матриці (1), звідки викреслено третій рядок і четвертий стовпчик, які відповідають стратегіям $x_3 \notin \tilde{X}_r$ та $y_4 \in Y_{\text{opt}}$, отримаємо матрицю

$$K_1(x, y) = \begin{bmatrix} 2+c & 4+c & 1+c \\ c & 5+c & 2+c \\ 1+c & 2+c & c \end{bmatrix}, \quad (15)$$

з якої випишемо три вирази

$$s_1(c) = (2+c)(4+c)(1+c) = c^3 + 7c^2 + 14c + 8 , \quad (16)$$

$$s_2(c) = c(5+c)(2+c) = c^3 + 7c^2 + 10c , \quad (17)$$

$$s_3(c) = (1+c)(2+c)c = c^3 + 3c^2 + 2c , \quad (18)$$

які отримують перемноженням елементів кожного рядка. Порівнюючи вирази (16)–(18) між собою на множині $\{c : c > 0\}$, отримаємо

$$s_1(c) - s_2(c) = c^3 + 7c^2 + 14c + 8 - \left(c^3 + 7c^2 + 10c\right) = 4c + 8 , \quad (19)$$

$$s_1(c) - s_3(c) = c^3 + 7c^2 + 14c + 8 - \left(c^3 + 3c^2 + 2c\right) = 4c^2 + 12c + 8 , \quad (20)$$

звідки $s_1(c) > s_2(c) \quad \forall\, c > 0$, оскільки $4c + 8 > 0 \quad \forall\, c > 0$, а також $s_1(c) > s_3(c)$ $\forall\, c > 0$, позаяк $4c^2 + 12c + 8 > 0 \quad \forall\, c > 0$. Отже, у матричній грі з матрицею (1) множина супероптимальних чистих стратегій першого гравця $\widehat{X}_{\text{opt}}(c) = \{x_1\} \;\; \forall\, c > 0$.

Розглянемо ще такий приклад. Нехай ядром матричної гри є матриця

$$K(x, y) = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 & 1 & 3 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 4 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 0 & 0 & 3 & 4 & 1 \\ 2 & 2 & 0 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 2 & 3 & 6 & 0 \end{bmatrix} \tag{21}$$

з множинами $X = \{x_k\}_{k=1}^{5}$ та $Y = \{y_l\}_{l=1}^{7}$ чистих стратегій гравців. Очевидно, що тут є чотири сідлові точки, причому множина $X_{\text{opt}} = \{x_k\}_{k=2}^{5} = X \setminus \{x_1\}$ і множина $Y_{\text{opt}} = \{y_3\}$, а значення гри $V_{\text{opt}} = 0$. Оскільки $\tilde{X}_r = X_{\text{opt}}$, то за критерієм добутків

$$\widehat{X}_{\text{opt}}(1) = \arg\max_{x \in \tilde{X}_r} \prod_{y \notin Y_{\text{opt}}} \left(K(x, y) + \left[1 - \min_x \min_y K(x, y)\right] \cdot \operatorname{sign}\left[1 - \operatorname{sign} \min_x \min_y K(x, y)\right] \right) =$$

$$= \arg\max_{x \in \tilde{X}_r} \prod_{y \notin Y_{\text{opt}}} \left(K(x, y) + \left[1 - (-1)\right] \cdot \operatorname{sign}\left[1 - \operatorname{sign}(-1)\right] \right) =$$

$$= \arg\max_{x \in \tilde{X}_r} \prod_{y \notin Y_{\text{opt}}} \left(K(x, y) + 2 \right) = \{x_4\}. \tag{22}$$

До речі, у цій грі множина строго раціональних стратегій першого гравця $X_r = \{x_4\}$. Проте, наприклад, $\widehat{X}_{\text{opt}}(5) = \{x_5\}$. Тому у цій грі перший гравець не може визначити свою множину супероптимальних чистих стратегій за критерієм добутків. Залишається використання критерію Байєса – Лапласа, за яким

$$\widehat{X}_{\text{opt}} = \arg\max_{x \in \tilde{X}_r} \sum_{y \notin Y_{\text{opt}}} K(x, y) = \arg \max_{x \in \{x_2, x_3, x_4, x_5\}} \{10, 12, 11, 13\} = \{x_5\}. \tag{23}$$

Зауважимо, що у разі відступу другого гравця від своєї оптимальної стратегії y_3 перший гравець, використовуючи супероптимальну стратегію x_5, не гарантує собі виграшу, більшого за значення гри $V_{\text{opt}} = 0$. Це станеться тоді, коли другий гравець обере чисту стратегію y_7, адже $K(x_5, y_7) = 0$.

4. ВИСНОВОК І ПЕРСПЕКТИВА ПОДАЛЬШОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

У матричній грі з непорожньою множиною сідлових точок у чистих стратегіях гравцям треба виділяти множини нестрого раціональних стратегій для того, щоб у разі відступу гравця-супротивника від своєї оптимальної чистої стратегії отримувати певну вигоду, використовуючи елементи множини нестрого раціональних стратегій. Така вигода гарантована під час використання елементів множини строго раціональних стратегій, яка входить у множину нестрого раціональних стратегій. Якщо множина нестрого раціональних стратегій містить понад один елемент, то питання про доцільність використання окремих елементів цієї множини вирішується за допомогою концепції множини супероптимальних чистих стратегій. Для першого гравця множину супероптимальних стратегій знаходять за формулою (6) або (12); другий гравець формує множину своїх супероптимальних стратегій за формулою (8) або (13). У подальшому дослідженні треба з’ясувати як позбутися залежності множин

(12) і (13), що формуються за критерієм добутків, від додатної сталої c. Крім того, множини, які формуються за критерієм Байєса – Лапласа у (6) і (8) та критерієм добутків у (12) і (13), не є тотожними. Тому у перспективі постає ще проблема неоднозначного формування множини супероптимальних чистих стратегій, яка може бути вирішена [8] за допомогою додаткових критеріїв.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Воробьёв Н. Н.* Теория игр для экономистов-кибернетиков / *Воробьёв Н. Н.* – М., 1985.
2. *Оуэн Г.* Теория игр / *Оуэн Г.*; [пер. с англ.]. – 2-е изд. – М., 2004.
3. *Романюк В. В.* Питання виокремлення підмножини раціональних чистих стратегій гравців у деяких антагоністичних іграх / *В. В. Романюк* // Інформаційні технології та комп’ютерна інженерія. – 2009. – № 3 (16). – С. 47–52.
4. *Мушик Э.* Методы принятия технических решений / *Мушик Э., Мюллер П.* : [пер. с нем.]. – М., 1990.
5. *Протасов И. Д.* Теория игр и исследование операций : [учебное пособие] / *Протасов И. Д.* – [2-е издание]. – М., 2006.
6. *Романюк В. В.* Про залежність множини оптимальних рішень, яка визначається за критерієм добутків, від доданої до матриці рішень константи / *В. В. Романюк* // Наука й економіка. – Вип. 3 (7), 2007. – С. 120–126.
7. *Романюк В. В.* Про раціоналізований принцип оптимальності у деяких матричних іграх / *В. В. Романюк* // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2008. – № 1. – С. 156–161.
8. *Romanuke V. V.* Determination of the optimal pure strategies subset as the latent predominance set in some matrix games / *V. V. Romanuke* // Scientific Papers of Donetsk National Technical University. “Informatics, Cybernetics and Computer Science”. – 2009. – Vol. 10 (153). – P. 46–53.

МНОЖЕСТВО СУПЕРОПТИМАЛЬНЫХ ЧИСТЫХ СТРАТЕГИЙ В НЕКОТОРЫХ МАТРИЧНЫХ ИГРАХ С НЕПУСТЫМ МНОЖЕСТВОМ СЕДЛОВЫХ ТОЧЕК В ЧИСТЫХ СТРАТЕГИЯХ

В. Романюк

Хмельницкий национальный университет,
ул. Институтская, 11, Хмельницкий, 29000,
e-mail: romanukevadimv@i.ua

Определено множество супероптимальных чистых стратегий игрока как подмножество его нестрого рациональных стратегий, входящих в множество оптимальных чистых стратегий. Основание представления двух определений − критерий Байєса – Лапласа или критерий произведений. На примерах показано, какое преимущество гарантированно получает игрок в случае использования супероптимальной чистой стратегии.

Ключевые слова: оптимальная чистая стратегия, критерий оптимальности, рациональная стратегия.

SET OF SUPEROPTIMAL PURE STRATEGIES IN SOME MATRIX GAMES WITH NONEMPTY SET OF SADDLE POINTS IN PURE STRATEGIES

V. Romanuke

Khmelnytskyy National University,
Instytutska street, 11, Khmelnytskyy, 29000,
e-mail: romanukevadimv@i.ua

There has been defined the set of superoptimal pure strategies of the player as the subset of its nonstrictly rational strategies, which are included in the optimal pure strategies set. The base of the presented two definitions is the Bayes – Laplace criterion or the multiplication criterion. On the examples it has been shown, what profit the player gains assuredly by using a superoptimal pure strategy.

Key words: optimal pure strategy, optimality criterion, rational strategy.

Стаття надійшла до редколегії 10.03.2010
Прийнята до друку 26.01.2011