

ВИКОРИСТАННЯ ЛІНІЙНИХ І КВАДРАТИЧНИХ АПРОКСИМАЦІЙ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ РУСЛОВОГО СТОКУ РІДИНИ

Я. Коковська

*Львівський національний університет імені Івана Франка,
вул. Університетська, 1, Львів, 79000, e-mail: kis@franko.lviv.ua*

Розглянуто математичну модель стоку рідини у відкритому псевдопризматичному руслі. Ця модель адаптується до прямолінійної ділянки русла і перебудовується зі зміною напрямку русла. Записано варіаційне формулювання задачі, яку розв'язано методом скінченних елементів. Проведено напівдискретизацію задачі за часовою та просторовою змінними з використанням кусково-лінійних і кусково-квадратичних базисних функцій. Результати протестовано на прикладі зі складним рельєфом дна та показано вплив вибору базисних функцій на точність отриманих розв'язків.

Ключові слова: модель руслового стоку рідини, швидкість потоку, поперечний переріз русла, метод скінченних елементів, базисні функції, кусково-лінійні апроксимації, кусково-квадратичні апроксимації, рельєф дна, розхід потоку, коректив середньої швидкості.

1. ВСТУП

Важливу роль у вивченні кругообігу води в природі відіграють гідрологічні системи. В загальному дослідженні цілої системи з врахуванням всіх чинників впливу є складною і не завжди доцільною задачею для вивчення, тому досліджується лише певна частина області. Найвірогіднішим елементом частини території може бути територія водозбору, яка характеризується подібними кліматичними умовами і перебуває під впливом подібних чинників, що впливають на рух вологи.

Описати рух вологи на великих водозборах, які охоплюють різні гідрологічні об'єкти, різні взаємозв'язувальні етапи – задача нелегка. Серед усіх моделей руху рідини ми розглянемо рух рідини на мілководді, оскільки це найуживаніший клас задач у гідрологічному циклі. В основу теорії мілкої води покладено два головні чинники – перевага горизонтальних масштабів руху над вертикальними та гідростатичний закон для тиску. Процеси, що лежать в основі цієї теорії, мають хвильовий характер з довжиною хвилі набагато більшою від вертикальних масштабів руху.

Ми розглядатимемо рух мілкої води на одному з головних елементів водозбору, а саме в притоках і головних руслах річок, причому ці русла будемо називати псевдопризматичними. Такі русла утворюються під час руху деякої кривої вздовж плоскої лінії дна, і допускається, що глибина потоку дуже мала порівняно з радіусом кривини лінії дна.

Ця математична модель залежить від багатьох чинників, які можуть достатньо швидко змінюватися, тому така модель повинна бути стійкою до зовнішніх і внутрішніх впливів, які суттєво модифікують розв'язок задачі. Для апроксимації розв'язку показано використання лінійних базисних функцій. Позаяк задача нелінійна, то розв'язок набуває великих додатних і від'ємних значень, особливо за різних перепадів рельєфу дна потоку. Тому збільшено порядок апроксимацій шуканого розв'язку і показано доцільність такого підходу на різних тестових прикладах.

2. МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ СТОКУ РІДИНИ У ВІДКРИТОМУ ПСЕВДОПРИЗМАТИЧНОМУ РУСЛІ

Систему координат виберемо так, що координатна лінія x напрямлена вздовж лінії середнього дна, а осі y та z лежать у нормальній до лінії дна площині так, що z напрямлена вертикально (рис. 1).

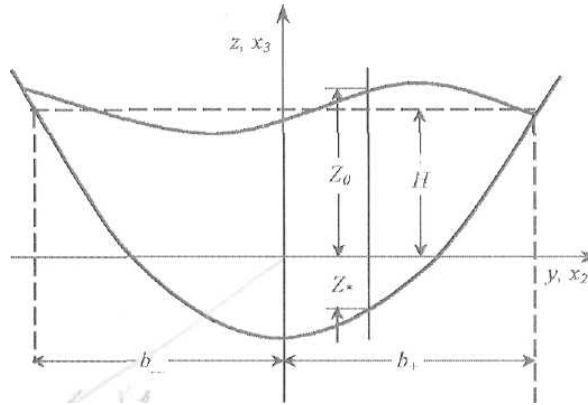


Рис. 1. Поперечний переріз потоку

Модель одномірного нез'ясованого повільно змінного руху описується системою рівнянь

$$\frac{\partial(UF)}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial t} = 0; \quad (1)$$

$$\frac{1}{g} \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\alpha}{g} U \frac{\partial U}{\partial x} - \frac{\alpha - 1}{g} \frac{U}{F} \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{B} \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{U^2}{C^2 R} = i,$$

де U – швидкість потоку та F – площа поперечного перерізу потоку; $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ – прискорення сили тяжіння; $c = \text{const}$ – коефіцієнт Шезі; $i = \sin \delta = \text{const}$ – нахил лінії дна; $B = b_- + b_+$ – ширина вільної поверхні; $R = \text{const}$ – гідравлічний радіус русла; α – відомий у гідравліці коректив середньої швидкості; $q = q(x; t)$ – бічний притік.

Доповнимо ці рівняння початковими

$$U|_{t=0} = u_0(x), \quad F|_{t=0} = f_0(x) \text{ на } [0, L]$$

та крайовими умовами

$$U(t, 0) = 0, \quad F(t, 0) = 0$$

й отримаємо початково-крайову задачу знаходження невідомих – швидкості потоку U та площі поперечного перерізу F .

3. ФОРМУЛЮВАННЯ ВАРІАЦІЙНОЇ ЗАДАЧІ

Виберемо простори допустимих функцій $H := L^2(\Omega)$, $V := \{v \in H^1(\Omega) | v(0) = 0\}$.

Для побудови варіаційної задачі домножимо перше рівняння задачі (1) на довільну функцію $\varphi \in V$, друге – на $\psi \in V$ і результати проінтегруємо за областю Ω .

Уведемо такі білінійні форми:

$$a(u, f, \varphi) = \int_{\Omega} u \frac{\partial f}{\partial x} \varphi dx; \quad b(u, \varphi) = \int_{\Omega} u \varphi dx;$$

$$c(u, \varphi) = \int_{\Omega} \frac{\partial u}{\partial x} \varphi dx ;$$

$$d(u, f, \varphi) = \int_{\Omega} u f \varphi dx ,$$

а також лінійний функціонал

$$l(\varphi) = \int_{\Omega} i \varphi dx .$$

Тоді варіаційне формулювання початково-крайової задачі (1) запишемо так:
задано $u_0, f_0 \in H$, знайти пару

$$(u, f) \in L^2(0, T; V \times V)$$

таку, що

$$\begin{cases} a(u, f, \varphi) + a(f, u, \varphi) + b(f', \varphi) = 0; \\ \frac{1}{g} b(u', \psi) + \frac{\alpha}{g} a(u, u, \psi) + \frac{1}{B} c(f, \psi) + \frac{1}{C^2 R} d(u, u, \psi) - \frac{\alpha-1}{g} d(w, f', \psi) = \langle l, \psi \rangle; \\ b(u(0) - u_0, \varphi) = 0, b(f(0) - f_0, \psi) = 0. \end{cases} \quad (2)$$

4. ДИСКРЕТИЗАЦІЯ ЗА ЧАСОВОЮ ЗМІННОЮ

Поділимо відрізок часу $[0, T]$ на $N_T + 1$ рівних частин $[t_j, t_{j+1}]$ завдовжки

$$\Delta t = t_{j+1} - t_j, \quad j = 0, \dots, N_T.$$

На кожному відрізку $[t_j, t_{j+1}]$ шукаємо розв'язки задачі (2). Розв'язки $u(x, t), f(x, t) \in L^2(0, T; V)$ цієї задачі апроксимуємо поліномами вигляду

$$\begin{cases} u_{\Delta t}(x, t) = \{1 - \omega(t)\} u^j(x) + \omega(t) u^{j+1}(x); \\ f_{\Delta t}(x, t) = \{1 - \omega(t)\} f^j(x) + \omega(t) f^{j+1}(x); \\ t \in [t_j, t_{j+1}], j = 0, 1, \dots, N_T - 1, \omega(t_j, t) = \frac{t - t_j}{\Delta t} \end{cases} \quad (3)$$

з невідомими функціями $u^j(x), f^j(x) \in V_h$.

Для функціонала $l(x, t) \in V_h^1$ задачі (2) будемо використовувати апроксимації вигляду

$$l_{\Delta t}(x, t) = l_{j+1/2} = l(t_{j+1/2}, x). \quad (4)$$

5. ПРОЕКЦІЙНІ РІВНЯННЯ ТА РЕКУРЕНТНА СХЕМА

У просторі $L^2(t_j, t_{j+1})$ зі скалярним добутком (\cdot, \cdot) виберемо функції $\xi(t), \eta(t)$ такі, що

$$\int_{t_j}^{t_{j+1}} \xi(\tau) d\tau \neq 0, \int_{t_j}^{t_{j+1}} \eta(\tau) d\tau \neq 0$$

і будемо намагатися, щоб нев'язка підстановки апроксимацій (3), (4) у варіаційне рівняння задачі (2) була ортогональна до функцій $\xi(t), \eta(t)$ стосовно скалярного добутку на проміжку (t_j, t_{j+1}) .

Тоді

$$\left\{ \begin{aligned} & b(f^{j+1/2}, \varphi) + \Delta t \gamma [a(u^j, f^{j+1/2}, \varphi) + a(u^{j+1/2}, f^j, \varphi) + a(f^{j+1/2}, u^j, \varphi) + \\ & \quad + a(f^j, u^{j+1/2}, \varphi)] = -a(u^j, f^j, \varphi) - a(f^j, u^j, \varphi); \\ & \frac{1}{g} b(u^{j+1/2}, \psi) + \frac{\alpha}{g} \Delta t \beta [a(u^j, u^{j+1/2}, \psi) + a(u^{j+1/2}, u^j, \psi)] + \frac{1}{B} \Delta t \beta c(f^{j+1/2}, \psi) + \\ & \quad + \frac{2}{C^2 R} \Delta t \beta d(u^j, u^{j+1/2}, \psi) - \frac{\alpha-1}{g} d(w^j, f^{j+1/2}, \psi) = \\ & = \langle l_{j+1/2}, \psi \rangle - \frac{\alpha}{g} a(u^j, u^j, \psi) - \frac{1}{B} c(f^j, \psi) - \frac{1}{C^2 R} d(u^j, u^j, \psi). \end{aligned} \right. \quad (5)$$

Позначимо

$$u^j = u^j(x), \quad f^j = f^j(x); \quad u^{j+1/2} = u^{j+1/2}(x) = \frac{u^{j+1}(x) - u^j(x)}{\Delta t};$$

$$f^{j+1/2} = f^{j+1/2}(x) = \frac{f^{j+1}(x) - f^j(x)}{\Delta t}.$$

Коефіцієнти рекурентної схеми визначені за формулами

$$\gamma = \left(\int_{t_j}^{t_{j+1}} \omega(\tau) \xi(\tau) d\tau \right) / \left(\int_{t_j}^{t_{j+1}} \xi(\tau) d\tau \right), \quad \beta = \left(\int_{t_j}^{t_{j+1}} \omega(\tau) \eta(\tau) d\tau \right) / \left(\int_{t_j}^{t_{j+1}} \eta(\tau) d\tau \right).$$

Тоді рекурентну схему запишемо у вигляді

- задано $\Delta t, \omega(t) = const > 0, u^j, f^j \in V \times V$.
- знайти $u^{j+1}, f^{j+1} \in V \times V$.
- такі, що:

$$\left\{ \begin{aligned} & b(f^{j+1/2}, \varphi) + \Delta t \gamma [a(u^j, f^{j+1/2}, \varphi) + a(u^{j+1/2}, f^j, \varphi) + a(f^{j+1/2}, u^j, \varphi) + \\ & \quad + a(f^j, u^{j+1/2}, \varphi)] = -a(u^j, f^j, \varphi) - a(f^j, u^j, \varphi); \\ & \frac{1}{g} b(u^{j+1/2}, \psi) + \frac{\alpha}{g} \Delta t \beta [a(u^j, u^{j+1/2}, \psi) + a(u^{j+1/2}, u^j, \psi)] + \frac{1}{B} \Delta t \beta c(f^{j+1/2}, \psi) + \\ & \quad + \frac{2}{C^2 R} \Delta t \beta d(u^j, u^{j+1/2}, \psi) - \frac{\alpha-1}{g} d(w^j, f^{j+1/2}, \psi) = \\ & = \langle l_{j+1/2}, \psi \rangle - \frac{\alpha}{g} a(u^j, u^j, \psi) - \frac{1}{B} c(f^j, \psi) - \frac{1}{C^2 R} d(u^j, u^j, \psi); \\ & u^{j+1} = u^j + \Delta t u^{j+1/2}, \quad f^{j+1} = f^j + \Delta t f^{j+1/2}. \end{aligned} \right. \quad (6)$$

Схема передбачає, що початковий розв'язок (u^0, f^0) визначений початковими умовами.

6. ДИСКРЕТИЗАЦІЯ ВАРІАЦІЙНОЇ ЗАДАЧІ ЗА ПРОСТОРОВОЮ ЗМІННОЮ

Виберемо послідовність скінченновимірних просторів апроксимацій V_h з простору V з властивостями $\dim V_h \xrightarrow{h \rightarrow 0} \infty$. Тоді (u_h, f_h) – напівдискретна апроксимація розв'язку (u, f) .

Відрізок $[0, L]$ поділимо за допомогою послідовності рівновіддалених вузлів $x_i = i \cdot h, i = 0, \dots, N, h = \frac{L}{N}$ на N скінченних відрізків $[x_i, x_{i+1}], i = 0, 1, \dots, N - 1$.

Виберемо базис $\{\varphi_j\}_{j=1}^N, \{\psi_i\}_{i=1}^M$ з простору апроксимацій V_h . Неперервні кусково-визначені базисні функції $\{\varphi_i(x)\}_{i=1}^N$ з простору V_h вибираємо у вигляді лінійних поліномів, а $\{\psi_i(x)\}_{i=1}^M$ – у вигляді квадратичних функцій.

Функції $\{\varphi_j\}_{j=1}^N, \{\psi_i\}_{i=1}^M$ визначені так:

$$\varphi_i(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq x_{i-1}, \\ \frac{x - x_{i-1}}{h}, & x_{i-1} \leq x \leq x_i, \\ \frac{x_{i+1} - x}{h}, & x_i \leq x \leq x_{i+1}, \\ 0, & x_i \leq x \leq L. \end{cases} \quad \psi_i(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq x_{i-2}, \\ \frac{2(x - x_{i-2})(x - x_{i-1})}{h^2}, & x_{i-2} \leq x \leq x_{i-1}, \\ \frac{4(x - x_{i-1})(x - x_i)}{-h^2}, & x_{i-1} \leq x \leq x_i, \\ \frac{2(x - x_i)(x - x_{i+1})}{h^2}, & x_i \leq x \leq x_{i+1}, \\ 0, & x_i \leq x \leq L. \end{cases}$$

Задачу знаходження розв'язку варіаційної задачі за дискретизацією Петрова-Гальоркіна формулюємо так:

- задано $u_0, f_0 \in V$,
- знайти пару $(u_h, f_h) \in L^2(0, T; V_h \times V_h)$
- таку, що

$$\begin{cases} b(f_h^{j+1/2}, \varphi) + \Delta t \gamma [a(u_h^j, f_h^{j+1/2}, \varphi) + a(u_h^{j+1/2}, f_h^j, \varphi) + a(f_h^{j+1/2}, u_h^j, \varphi) + \\ + a(f_h^j, u_h^{j+1/2}, \varphi) - a(u_h^j, f_h^j, \varphi) - a(f_h^j, u_h^j, \varphi)]; \\ \frac{1}{g} b(u_h^{j+1/2}, \psi) + \frac{\alpha}{g} \Delta t \beta [a(u_h^j, u_h^{j+1/2}, \psi) + a(u_h^{j+1/2}, u_h^j, \psi)] + \frac{1}{B} \Delta t \beta c(f_h^{j+1/2}, \psi) + \\ + \frac{2}{C^2 R} \Delta t \beta d(u_h^j, u_h^{j+1/2}, \psi) - \frac{\alpha - 1}{g} d(w^j, f_h^{j+1/2}, \psi) = \\ = \langle l_{j+1/2}, \psi \rangle - \frac{\alpha}{g} a(u_h^j, u_h^j, \psi) - \frac{1}{B} c(f_h^j, \psi) - \frac{1}{C^2 R} d(u_h^j, u_h^j, \psi); \\ u_h^{j+1} = u_h^j + \Delta t u_h^{j+1/2}, \quad f_h^{j+1} = f_h^j + \Delta t f_h^{j+1/2}. \end{cases} \quad (7)$$

Визначимо функції

$$u_h^j(x) = \sum_{i=1}^M U_i^j \psi_i(x), \quad f_h^j(x) = \sum_{i=1}^N F_i^j \varphi_i(x) \quad (8)$$

як розклад за функціями базису $\{\varphi_i\}_{i=1}^N, \{\psi_i\}_{i=1}^M$ і невідомими коефіцієнтами $U = \{U_i\}_{i=1}^M, F = \{F_i\}_{i=1}^N$.

З використанням матричних позначень рекурентна схема (6) допускає еквівалентне формулювання:

- задано $\Delta t, \omega(t) = \text{const} > 0$,

$$C_{ij} = \frac{1}{B} \Delta t \beta c_{ij} + \frac{\alpha - 1}{g} d 2_{ij}(w^k);$$

$$D_{ij} = \frac{1}{g} b 2_{ij} + \frac{\alpha}{g} \Delta t \beta (a 5_{ij}(u^k) + a 6_{ij}(u^k)) + \frac{1}{C^2 R} 2 \Delta t \beta d 1_{ij}(u^k).$$

7. ТЕСТОВІ ПРИКЛАДИ

Приклад 1. Розглянемо рух рідини на прикладі зі складним рельєфом дна (рис. 2).

Для системи рівнянь задамо такі початкові та крайові умови:

$$u|_{t=0} = 0, \quad f|_{t=0} = x^2;$$

$$u(t, 0) = 0, \quad f(t, 0) = 0.$$

Задано такі вхідні параметри: коректування кількості руху $\alpha = 1$, довжина русла $x \in [0, 1]$, $0 \leq t \leq 1$, $\Delta t = 0.0001$, ширина русла $B = 8$, прискорення сили тяжіння $g = 9.8$, коефіцієнт Шезі $C = 60$, гідравлічний радіус русла $R = 1$.

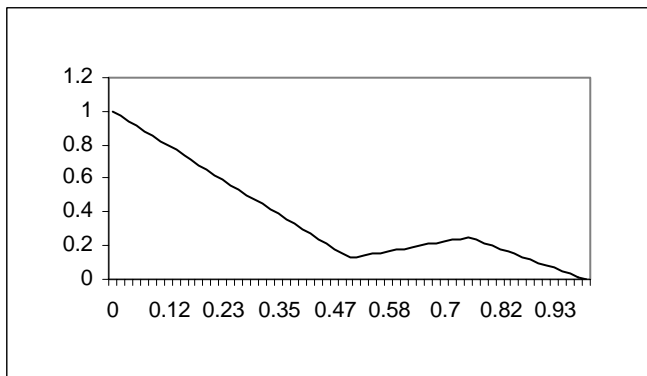


Рис. 2. Лінія дна потоку зі змінним кутом нахилу

Під час розв’язування системи рівнянь (2) для апроксимації невідомих змінних використовували лінійні та квадратичні апроксимації (8). Результати обчислень показано на графіках.

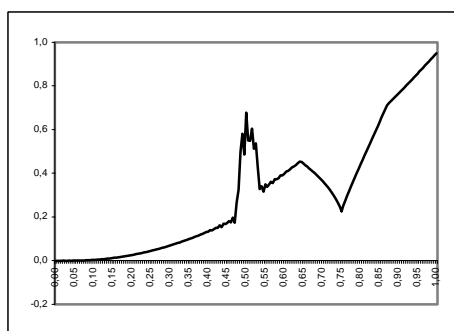


Рис. 3. Площа поперечного перерізу потоку (лінійні апроксимації 1000СЕ)

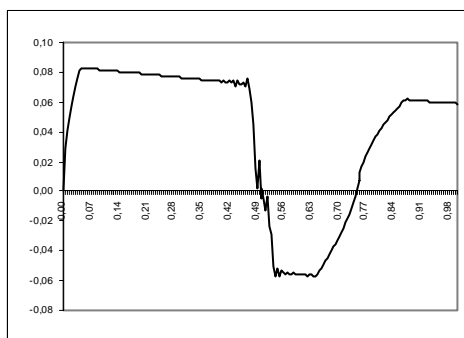


Рис. 4. Швидкість потоку (лінійні апроксимації 1000СЕ)

Внаслідок використання кусково-лінійних апроксимацій на графіках розв’язків з’являються “осциляції”, яких не можливо уникнути навіть зі збільшенням кількості скінченних елементів. Покажемо, як вплине на результат підвищення порядку апроксимацій шуканих розв’язків базисними функціями вищих порядків.

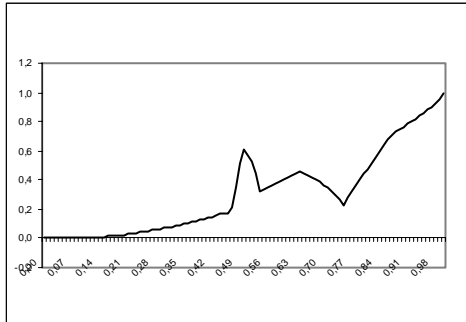


Рис. 5. Площа поперечного перерізу потоку (квадратичні апроксимації 500СЕ)

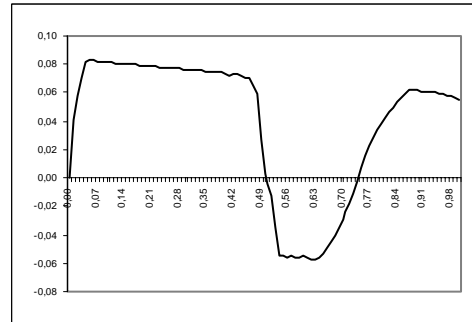


Рис. 6. Швидкість потоку (квадратичні апроксимації 500СЕ)

Як видно з рис. 5, 6, при квадратичних апроксимаціях нам вдалося отримати гладкі (без “осциляцій”) графіки розв’язків, не збільшивши кількість проміжків розбиття відрізка. Якщо з’ясувати природу поведінки розв’язків, то існує припущення, що вона залежить від різких змін рельєфу лінії середнього дна русла. Як видно з рис. 2, у точках $x=0.5$; 0.75 відбувається раптова зміна лінії дна русла. Наступний приклад демонструє, що осциляції отримаємо для лінійних апроксимацій і у випадку плавних переходів лінії дна.

Приклад 2. Рельєф лінії дна апроксимуємо кривою, графік якої зображено на рис. 7. Задано такі вхідні дані: $\alpha = 1$, $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq t \leq 2$, $\Delta t = 0.007$, $B = 8$, $g = 9.8$, $C = 60$, $R = 1$.

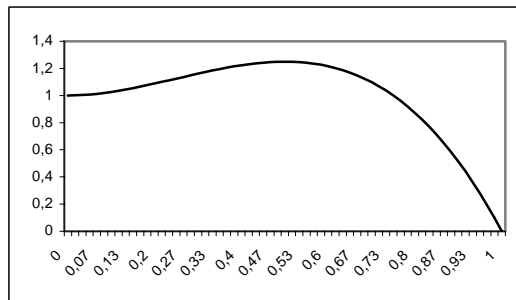


Рис. 7. Лінія дна потоку з плавним переходом кута нахилу

Графіки зміни площі поперечного перерізу та швидкості потоку в часі зображено на рис. 8-11. Як і в першому прикладі при використанні лінійних апроксимацій у розв’язуванні системи рівнянь на складних рельєфах виникають осциляції, які видно на рис. 8, 9.

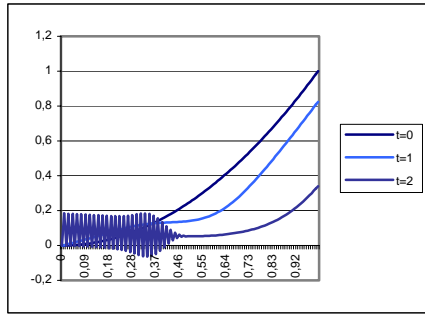


Рис. 8. Площа поперечного перерізу потоку (лінійні апроксимації)

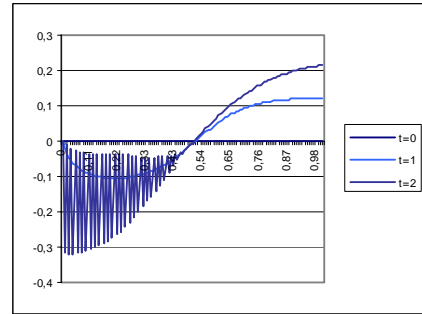


Рис. 9. Швидкість потоку (лінійні апроксимації)

Зміни площі поперечного перерізу потоку та швидкості потоку з використанням кусково-квадратичних апроксимацій під час розв'язування системи рівнянь (1) зображені на графіках.

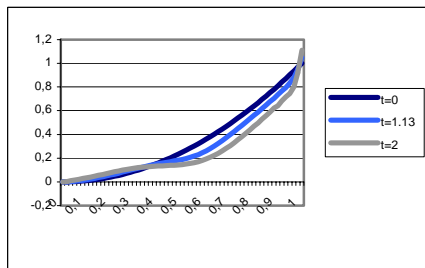


Рис. 10. Площа поперечного перерізу потоку (квадратичні апроксимації)

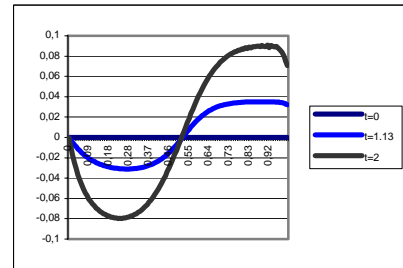


Рис. 11. Швидкість потоку (квадратичні апроксимації)

Отже, на прикладах 1 та 2 проілюстровано рух рідини на складних рельєфах, а також проблеми, які виникають під час розв'язування системи рівнянь у випадку використання лінійних апроксимацій. Для уникнення “осциляцій” у розв'язках, зображених на рис. 3-4, 8-9 було підвищено порядок апроксимаційних схем до другого, після чого були отримані гладкі графіки зміни площі поперечного перерізу та швидкості потоку (рис. 5-6, 10-11). Варто зауважити, що були використані квадратичні апроксимації лише для наближення невідомої функції швидкості потоку, а для площі поперечного перерізу залишився лінійний порядок апроксимації. Цього виявилось достатньо для знаходження розв'язків та уникнення паразитичних “осциляцій”.

8. ВИСНОВКИ

Ми розглянули задачу математичного моделювання руслового стоку рідини у відкритому псевдопризматичному руслі. Сформульовано початково-крайову задачу руху нестисливої рідини у відкритому руслі та варіаційну задачу, яку розв'язували методом скінченних елементів. Виконано напівдискретизацію варіаційної задачі в часі та дискретизацію за просторовою змінною з використанням кусково-лінійних і кусково-квадратичних базисних функцій.

Отримані розв'язки задачі апробовано на тестових прикладах зі складним рельєфом дна русла. Показано доцільність підвищення порядку апроксимаційних

схем для просторової змінної при наближенні швидкості потоку. Наведені приклади підтвердили доцільність використання такого підходу для потоків зі змінним нахилом лінії середнього дна, що характерно здебільшого для гірських і напівгірських рік.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Бате К. Численные методы анализа и метод конечных элементов / К. Бате, Е. Вильсон. – М.: Стройиздат, 1982. – 447 с.
2. Венгерський П.С. Застосування кусково-квадратичних апроксимацій для розв'язування задач руслового стоку рідини / П.С. Венгерський, Я.В. Коковська // Математичні проблеми механіки неоднорідних структур. – Львів: Інститут прикладних проблем механіки і математики Я.С. Підстригача НАН України, 2010. – С. 314-316.
3. Венгерський П.С. Один з підходів моделювання процесів руслового стоку рідини / П.С. Венгерський, Я.В. Коковська // Вісник Львів. ун-ту. Серія прикл. матем. та інформ. – 2009. – Вип. 15. – С. 178-195.
4. Картвелишвили Н.А. Неустановившиеся открытые потоки / Н.А. Картвелишвили. – Л.: Гидрометеиздат, 1968. – 126 с.
5. Савула Я.Г. Метод скінченних елементів / Я.Г. Савула, Г.А. Шинкаренко. – Львів, 1999. – 80 с.
6. Стренг Г. Теория метода конечных элементов / Г. Стренг, Дж. Фикс. – М.: Мир, 1973. – 342 с.
7. Шинкаренко Г.А. Проекційно-сіткові методи розв'язування початково-крайових задач / Г.А. Шинкаренко. – К.: НМК ВО, 1991. – 88 с.

Стаття: надійшла до редколегії 07.11.2011

доопрацьована 01.12.2011

прийнята до друку 22.12.2011

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ И КВАДРАТИЧЕСКИХ АППРОКСИМАЦИЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ РУСЛОВЫХ ПОТОКОВ ЖИДКОСТИ

Я. Коковская

*Львовский национальный университет имени Ивана Франко,
ул. Университетская, 1, Львов, 79000, e-mail: kis@franko.lviv.ua*

Рассмотрено математическую модель течения жидкости в открытом псевдопризматическом русле. Представленная модель адаптируется к прямоугольному участку русла и перестраивается при изменении направления русла. Сформулирована вариационная постановка задачи, для решения которой использован метод конечных элементов. Проведена полудискретизация задачи по часовой и пространственной переменной с использованием кусочно-линейных и кусочно-квадратических базисных функций. Результаты протестировано на примере со сложным рельефом дна и показано влияние выбора базисных функций на точность решений.

Ключевые слова: модель руслового течения, скорость течения, поперечный перерез русла, метод конечных элементов, базисные функции, кусочно-линейные аппроксимации, кусочно-квадратические аппроксимации, рельеф дна, расход течения, корректив средней скорости.

**USE LINEAR AND QUADRATIC APPROXIMATIONS FOR SOLUTION
OF PROBLEM OF FLUID FLOW IN CHANEL**

Y. Kokovska

*Ivan Franko National University of Lviv,
Universytetska str, 1, Lviv, 79000, e-mail: kis@franko.lviv.ua*

This paper considers the mathematical model of fluid flow in open pseudo prismatic channel. This model adapts to flat areas of the bed and rebuilt variation in the direction of the channel. Variation formulation of the problem which is solved by finite element method is recorded. A semi-discretization problem in time and space variables using piecewise linear and piecewise quadratic basis functions is conducted. The results tested on the example with complex bottom relief and the impact of choice of basis functions on the accuracy of the obtained solution was shown.

Key words: model channel flow of fluid, speed of fluid flow, channel cross-section, finite element method, basis functions, piecewise linear approximation, piecewise-quadratic approximation, bottom relief, consumption of flow, corrective of average speed.