

## ЗАДАЧА РОЗПОДІЛУ КРЕДИТНИХ КОШТІВ БАНКУ З МІНІМАЛЬНОЮ ВЕЛИЧИНОЮ РИЗИКУ З ВРАХУВАННЯМ ПОТРЕБ ПОЗИЧАЛЬНИКІВ

О. Прядко, Г. Цегелик

Львівський національний університет імені Івана Франка,  
вул. Університетська, 1, Львів, 79000,  
e-mail: [pryadko\\_olya@ukr.net](mailto:pryadko_olya@ukr.net); [kafmmsep@lnu.edu.ua](mailto:kafmmsep@lnu.edu.ua)

На підставі методу динамічного програмування розроблено алгоритм розв'язування задачі розподілу кредитних коштів банку з мінімальною величиною ризику, враховуючи потреби позичальників.

*Ключові слова:* метод динамічного програмування, кредитний ризик.

### 1. ВСТУП

Банківська система в кожній країні є механізмом балансування, який регулює проведення грошово-кредитної політики, зміни в економічній політиці, запобігає кризам. У сучасних умовах розвитку ринкових відносин в Україні головним макроекономічним завданням кредитування банками є отримання максимального прибутку за мінімальних витрат. Погіршення в останні роки фінансового стану окремих банків, невиконання ними економічних нормативів – це передусім спричинено збитками у кредитній діяльності. Ці збитки виникли внаслідок несплати відсотків за користування кредитами та неповернення самих кредитів. Головна причина такої ситуації – недосконала система оцінки кредитних проектів і недостатня обґрунтованість наявних методик розрахунку реальної величини ризику, притаманного кредитним операціям. Застосування методу динамічного програмування для розв'язування різних задач економіки, техніки тощо знайшло відображення в працях Р. Беллмана та його учнів [1-3], а також у працях багатьох інших зарубіжних і вітчизняних учених, зокрема Г. Вангера, О.С. Вентцель, Ю.П. Зайченка, І.Л. Каліхмана, Х. Таха, Дж. Хедлі [4-7]. В [8] метод динамічного програмування використано для розв'язання задачі оптимального розподілу кредитних коштів банку серед позичальників з мінімальною величиною ризику. На підставі методу динамічного програмування розроблено алгоритм розв'язування аналогічної задачі за наявності потреб у грошових коштах позичальників.

### 2. ФОРМУЛЮВАННЯ ЗАДАЧІ

Нехай нам відомо:

- обсяг коштів банку, виділених для кредитування;
- потреби в грошових коштах позичальників;
- величину ризику від надання коштів позичальнику, яка залежить від обсягу надання коштів і платоспроможності позичальника.

Введемо позначення:

- $m$  – кількість грошових одиниць коштів, виділених банком для кредитування;
- $s$  – розмір однієї грошової одиниці коштів;
- $n$  – кількість позичальників;
- $P_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) –  $i$ -й позичальник;

$r$  ( $r = 0, 1, \dots, m$ ) – кількість грошових одиниць коштів, які можна виділити одному позичальнику;

$k_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) – кількість грошових одиниць коштів, потрібних  $i$  – му позичальнику;

$g_i(x_j)$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) – величина ризику від надання кредиту в розмірі  $x_j = j$ ,  $j = 0, 1, \dots, k_i$ , грошових одиниць коштів  $i$  – му позичальнику  $P_i$ ;

$x_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) – кількість грошових одиниць коштів, яку планують виділити  $i$  – му позичальнику.

Враховуючи введені позначення, математична модель задачі набуде вигляду

$$R = \sum_{i=1}^n g_i(x_i) \rightarrow \min$$

за умов

$$\sum_{i=1}^n x_i = m,$$

$$0 \leq x_i \leq k_i, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

### 3. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧІ

Для розробки алгоритму розв'язування задачі вважатимемо, що позичальники впорядковані за зростанням їхніх потреб у кредитних коштах.

Нехай

$$r_i = \sum_{j=1}^i k_j, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

$$p_i = \min(m, r_i), \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Позначимо через  $R_i(x_j)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , величину ризику від надання кредиту в розмірі  $x_j = j$ ,  $j = 1, 2, \dots, p_i$ , одиниць коштів першим  $i$  позичальникам  $P_1, P_2, \dots, P_i$ , а через  $R_i^*(x_j)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , величину ризику від оптимального (з мінімальним ризиком) надання кредиту в розмірі  $x_j = j$ ,  $j = 1, 2, \dots, p_i$ , одиниць коштів першим  $i$  позичальникам.

Процес розв'язування задачі розіб'ємо на  $n$  кроків. На першому кроці визначимо величину мінімального ризику від надання кредиту в розмірі  $x_j = j$ ,  $j = 1, 2, \dots, p_1$ , одиниць коштів першому позичальнику  $P_1$ . На другому кроці визначимо величину мінімального ризику від надання кредиту в розмірі  $x_j = j$ ,  $j = 1, 2, \dots, p_2$ , одиниць коштів першим двом позичальникам  $P_1$  та  $P_2$  і т.д. Загалом на  $s$  – му кроці ( $s = 3, 4, \dots, n - 1$ ) визначимо величину мінімального ризику від надання кредиту в розмірі  $x_j = j$ ,  $j = 1, 2, \dots, p_s$ , одиниць коштів першим  $s$  позичальникам  $P_1, P_2, \dots, P_s$ . На останньому  $n$ -му кроці визначимо величину мінімального ризику від розподілу кредиту в розмірі  $m$  одиниць коштів серед усіх позичальників.

Запишемо формули для визначення  $R_i(x_j)$  і  $R_i^*(x_j)$  на кожному кроці.

На першому кроці

$$R_1(j) = R_1^*(j) = g_1(j), \quad j = 0, 1, \dots, k_1.$$

На другому кроці визначаємо

$$R_2(j) = \begin{cases} g_2(j) + R_1^*(0), \\ g_2(j-1) + R_1^*(1), \\ \dots \\ g_2(0) + R_1^*(j); \end{cases}$$

$$R_2^*(j) = \min_{0 \leq k \leq j} \{g_2(k) + R_1^*(j-k)\}$$

для  $j = 0, 1, \dots, k_1$ .

$$R_2(j) = \begin{cases} g_2(j) + R_1^*(0), \\ g_2(j-1) + R_1^*(1), \\ \dots \\ g_2(j-k_1) + R_1^*(k_1); \end{cases}$$

$$R_2^*(j) = \min_{0 \leq k \leq k_1} \{g_2(j-k) + R_1^*(k)\}$$

для  $j = k_1 + 1, k_1 + 2, \dots, k_2$ .

$$R_2(k_2 + l) = \begin{cases} g_2(k_2) + R_1^*(l), \\ g_2(k_2 - 1) + R_1^*(l+1), \\ \dots \\ g_2(k_2 - (k_1 - l)) + R_1^*(k_1); \end{cases}$$

$$R_2^*(k_2 + l) = \min_{0 \leq k \leq k_1 - l} \{g_2(k_2 - k) + R_1^*(l+k)\}$$

для  $l = 1, 2, \dots, k_1$ .

Загалом на  $s$ -му кроці ( $s = 3, 4, \dots, n-1$ ) визначаємо

$$R_s(j) = \begin{cases} g_s(j) + R_{s-1}^*(0), \\ g_s(j-1) + R_{s-1}^*(1), \\ \dots \\ g_s(0) + R_{s-1}^*(j); \end{cases}$$

$$R_s^*(j) = \min_{0 \leq k \leq j} \{g_s(k) + R_{s-1}^*(j-k)\}$$

для  $j = 0, 1, \dots, k_{s-1}$ .

$$R_s(j) = \begin{cases} g_s(j) + R_{s-1}^*(0), \\ g_s(j-1) + R_{s-1}^*(1), \\ \dots \\ g_s(j - k_{s-1}) + R_{s-1}^*(k_{s-1}); \end{cases}$$

$$R_s^*(j) = \min_{0 \leq k \leq k_{s-1}} \{g_s(j-k) + R_{s-1}^*(k)\}$$

для  $j = k_{s-1} + 1, k_{s-1} + 2, \dots, k_s$ .

$$R_s(k_s + l) = \begin{cases} g_s(k_s) + R_{s-1}^*(l), \\ g_s(k_s - 1) + R_{s-1}^*(l+1), \\ \dots \\ g_s(k_s - (k_{s-1} - l)) + R_{s-1}^*(k_{s-1}); \end{cases}$$

$$R_s^*(k_s + l) = \min_{0 \leq k \leq k_{s-1} - l} \{g_s(k_s - k) + R_{s-1}^*(l+k)\}$$

для  $l = 1, 2, \dots, k_{s-1}$ .

На останньому  $n$ -му кроці визначаємо

$$R_n(m) = \begin{cases} q_n(k_n) + R_{n-1}^*(m - k_n), \\ g_n(k_n - 1) + R_{n-1}^*(m - (k_n - 1)), \\ \dots \\ g_n(m - r_{n-1}) + R_{n-1}^*(r_{n-1}); \end{cases}$$

$$R_n^*(m) = \min_{0 \leq k \leq r_n - m} \{g_n(k_n - k) + R_{n-1}^*(m - (k_n - k))\}.$$

Для визначення оптимального розподілу кредитних коштів робимо так. Якщо  $R_n^*(m)$  досягає мінімуму для  $k = l_1$ , то  $l_1$  одиниць грошових коштів треба виділити для  $n$ -го позичальника  $P_n$ . Залишилось розподілити  $m - l_1$  одиниць коштів серед перших  $(n-1)$ -го позичальників. Якщо  $R_{n-1}^*(m - l_1)$  досягає мінімуму для  $k = l_2$ , то  $l_2$  одиниць коштів треба виділити для позичальника  $P_{n-1}$ . Якщо  $R_{n-2}^*(m - (l_1 + l_2))$  набуває найменшого значення для  $k = l_3$ , то  $l_3$  одиниць коштів треба виділити позичальнику  $P_{n-2}$ . Нехай  $R_2^*(m - (l_1 + l_2 + \dots + l_{n-2}))$  набуває найменшого значення для  $k = l_{n-1}$ . Тоді  $l_{n-1}$  одиниць коштів треба виділити позичальнику  $P_2$ . Нарешті,  $l_n = m - (l_1 + l_2 + \dots + l_{n-1})$  одиниць коштів треба виділити позичальнику  $P_1$ . Сумарна величина мінімального ризику становить  $R_n^*(m)$  одиниць.

#### 4. ВИСНОВКИ

З огляду на результативність і функціонування банківської системи банківське кредитування відіграє важливу роль. Неєфективне управління банківськими ризиками, зокрема кредитними, підвищує ймовірність настання збитків і втрати вкладених ресурсів. Це зумовлює потребу в оцінці кредитних ризиків банків. На підставі методу динамічного програмування розроблено алгоритм розв'язування задачі розподілу кредитних коштів банку з мінімальною величиною ризику за наявності потреб у грошових коштах позичальників.

#### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Беллман Р. Динамическое программирование / Р. Беллман. – М.: Изд-во иностранной литературы, 1960. – 400 с.

2. Беллман Р. Динамическое программирование и современная теория управления / Р. Беллман, Р. Калаба. – М.: Наука, 1969. – 118 с.
3. Беллман Р. Прикладные задачи динамического программирования / Р. Беллман, С. Дрейфус. – М.: Наука, 1965. – 458 с.
4. Вагнер Г. Основы исследования операций / Г. Вагнер. – М.: Мир, 1973. – 488 с.
5. Вентцель Е.С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология / Е.С. Вентцель. – М.: Дрофа, 2004. – 206 с.
6. Зайченко Ю.П. Дослідження операцій: навч. посібн. для студ. ВНЗ / Ю.П. Зайченко. – 4-те вид., перероб. і доп. – К.: ЗАТ “ВІПОЛ”, 2000. – 688 с.
7. Калихман И.Л. Динамическое программирование в примерах и задачах: учебн. пособие / И.Л. Калихман, М.А. Войтенко. – М.: Высш. шк., 1979. – 125 с.
8. Прядко О.Я. Задача розподілу кредитних коштів банку з мінімальною величиною ризику / О.Я. Прядко, Г.Г. Цегелик // Вісник Хмельницького нац. ун-ту. Серія економічні науки. – 2010. – Т. 4. – С. 123–126.

*Стаття: надійшла до редколегії 24.09.2012*

*доопрацьована 29.11.2012*

*прийнята до друку 05.12.2012*

### **ЗАДАЧА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ КРЕДИТНЫХ СРЕДСТВ БАНКА С МИНИМАЛЬНОЙ ВЕЛИЧИНОЙ РИСКА С УЧЕТОМ ПОТРЕБНОСТЕЙ ЗАЕМЩИКОВ**

**О. Прядко, Г. Цегелик**

*Львовский национальный университет имени Ивана Франко,  
ул. Университетская, 1, Львов, 79000,  
e-mail: [pryadko\\_olya@ukr.net](mailto:pryadko_olya@ukr.net); [kafmmsep@lnu.edu.ua](mailto:kafmmsep@lnu.edu.ua)*

На основе метода динамического программирования разработан алгоритм решения задачи распределения кредитных средств банка с минимальной величиной риска, учитывая потребности заемщиков.

*Ключевые слова:* метод динамического программирования, кредитный риск.

### **THE PROBLEM OF MINIMIZING CREDIT RISKS IN THE DISTRIBUTION OF CREDIT COSTS OF BANK TAKING INTO ACCOUNT THE NEEDS OF BORROWERS**

**O. Pryadko, H. Tsegelyk**

*Ivan Franko National University of Lviv,  
Universytetska Str., 1, Lviv, 79000,  
e-mail: [pryadko\\_olya@ukr.net](mailto:pryadko_olya@ukr.net); [kafmmsep@lnu.edu.ua](mailto:kafmmsep@lnu.edu.ua)*

We used the method of dynamic programming for solving the problem of minimizing credit risks in the distribution of credit costs of bank taking into account the needs of borrowers.

*Key words:* dynamic programming, credit risk.