ISSN 2078–5097. Вісн. Львів. ун-ту. Сер. прикл. матем. та інф. 2014. Вип. 21. С. 139–147
Visnyk of the Lviv University. Series Appl. Math. and Informatics. Issue 21. P. 139–147

УДК 004.02+519.17

ЗАДАЧІ ПОБУДОВИ ПРОСТОГО ЛАНЦЮГА ГРАФА ДЛЯ ЗВ'ЯЗАНИХ СЕРЕДИННИХ УМОВ

В. Черняхівський

Львівський національний університет імені Івана Франка,
вул. Університетська, 1, Львів, 79000, e-mail: v_chrn@franko.lviv.ua

Розглянуто задачу побудови максимального простого ланцюга графа. Вершини ланцюга повинні задовольняти зв'язані серединні умови. Побудовано означення серединних умов типу 4 і 5 для випадку взаємної залежності вершин. Сформульовано та доведено твердження про властивості конструктивної повноти зв'язаних серединних умов щодо вершин і шляхів.

Ключові слова: граф, простий ланцюг, максимізація, серединна умова, властивість.

1. ВСТУП

Визначений клас задач на графах приводить до необхідності побудови розв'язку для випадку мінімального ланцюга, який сполучає дві наперед задані вершини або групу вершин [1, 6, 7]. Подібні пошукові задачі на графах досліджені в працях зарубіжних видань [5-9]. Проте для практичних потреб часто виникає задача побудови не мінімального, а максимального ланцюга графа, щоб отримати якнайбільше покриття за певними додатковими умовами. Такі додаткові умови названі серединними, оскільки їх накладають на вершини, які мають бути наявні або не наявні всередині шуканого ланцюга.

2. ФОРМУЛЮВАННЯ ЗАДАЧІ

Базовий алгоритм відшукання максимального простого ланцюга неповного графа побудовано, досліджено й опубліковано в праці [2]. Алгоритм побудовано на підставі методу пошуку з поверненнями і як рекурсивний. Рекурсія обрана з огляду на ефективність програмної реалізації і зручність практичного застосування. Базовий алгоритм в первісному вигляді працює без врахування серединних умов. Серединні умови введені як доповнення до алгоритму в працях [3,4].

У [3] визначена узагальнена серединна умова задачі побудови простого ланцюга як вектор $Z=\{r_i(M)\}, i=1,2,...,|M|$, де $M=\{V\}\setminus\{V_a,V_b\}$ – множина вершин, які не є граничними для шуканого ланцюга, $r_i(M)$ – предикат для кожної вершини номер i з допустимими значеннями $\{-1;0;+1\}$. При $r_i=+1$ вершина i повинна бути включена до ланцюга L, при $r_i=-1$ не має бути в ланцюзі L, а при $r_i=0$ наявність чи не наявність вершини в ланцюгу не визначено.

У праці [4] викладено задачі побудови максимального простого ланцюга для випадків предиката $r_i=r_i(V_i)$, тобто предикат є функцією лише власної вершини, а всі вершини графа взаємно незалежні щодо наявності в максимальному простому ланцюгу. Там же викладено означення ізольованих серединних умов типу 1, типу 2 і типу 3. Тепер розглядаємо випадки предиката $r_i=r_i(M)$, де $M=\{V\}\setminus\{V_a,V_b\}$ – множина вершин, які не є граничними для шуканого ланцюга. Загальний випадок предиката визначає його як функцію всіх вершин графа, крім граничних для шуканого простого ланцюга. Вектор $Z = \{r_i(M)\}$ для такого випадку назвемо зв'язаними серединними умовами.

Отже, розглядаємо задачу на графі за двома умовами: 1) відшукати максимальний ланцюг між двома заданими вершинами; 2) врахувати зв'язані серединні умови вигляду $r_i = r_i(M), M = \{V\} \setminus \{V_a, V_b\}$ щодо вершин всередині шуканого ланцюга.

3. ОЗНАЧЕННЯ ЗВ'ЯЗАНИХ СЕРЕДИННИХ УМОВ

Зв'язана серединна умова типу 4. Умовою *типу 4* (або $[pos(+1);0]$) називають вектор $Z = \{r_i(M)\}$, $i = 1, 2, ..., |M|$, де $r_i(M) = 1$ для вершин *i*, які повинні бути включені до ланцюга *L* і для яких виконується умова $U(pos_i) = true$, і $r_i(M) = 0$ для всіх інших вершин. За умовою типу 4 вершини, які повинні бути включені до ланцюга *L*, взаємно залежні щодо порядку розташування в ланцюзі.

Нехай деяка вершина *i* повинна бути включена до ланцюга *L*. Позначимо pos_i позицію вершини *i* у знайденому ланцюзі як відстань від вершини V_a. Тоді умова $U(pos_i)$ буде визначена як

$$U(pos_i) = (pos_l < pos_i < pos_r); \text{ для всіх } l = 1, 2, ..., i-1; \; r = i+1, i+2, ..., k.$$

l – вершини, розташовані на шляху ланцюга перед вершиною *i*; *r* – вершини, розташовані на шляху ланцюга після вершини *i*; *k* – кількість вершин, для яких $r_i(M) = 1$. У розгорнутому вигляді умову *U* можна записати так:

$$U = (pos_1 < pos_2 < pos_3 < ... < pos_k).$$

Зв'язана умова типу 4 відрізняється від ізольованої серединної умови типу 1, визначеної в праці [4], тим, що, крім обов'язкового проходження через фіксовані вершини, визначаємо ще й взаємний порядок проходження через такі вершини. Зауважимо, що зв'язана умова типу 4 не потребує обов'язкового визначення додаткової умови $U(pos_i)$ для всіх вершин *i*. Достатньо, щоб умова *U* в розгорнутому вигляді була визначена лише для однієї пари: $U = (pos_{t*} < pos_{p*})$ для деяких визначених вершин *t**, *p**, які не є граничними для шуканого ланцюга. Відсутність додаткової умови для вершини *i* можна позначити $U(pos_i) = 0$, залишаючи $r_i = 1$. Якщо ж додаткова умова $U(pos_i)$ не визначена для жодної пари внутрішніх вершин ланцюга, тоді зв'язана серединна умова типу 4 перетворюється в ізольовану серединну умову типу 1 з відповідними властивостями.

Умову типу 4 застосовуємо у випадках, коли максимальний ланцюг має обов'язково проходити через деякі фіксовані вершини, і порядок проходження через такі фіксовані вершини визначений додатковою умовою $U(pos_i)$, принаймі для окремих вершин. Отже,

$$L = \{V_a, V_b\} \cup \{V_i \text{ при } r_i = 1\} \cup \{V_k \text{ при } r_k = 0\}_{\max}, \left|\{V_i \text{ при } r_i = 1\}\right| = \sum (r_i = 1),$$
$$\left|V_k \text{ при } r_k = 0\right| \geq 0.$$

В ланцюзі мають бути граничні вершини і всі вершини з умовою $r_i(M) = 1$, наявність решти вершин визначається критерієм максимізації.

Зв'язана серединна умова типу 5. Умовою *типу 5* (або $[pos(+1);-1;0]$) називають вектор $Z = \{r_i(M)\}, i = 1, 2, ..., |M|$, де $r_i(M) = 1$ для вершин *i*, які повинні бути включені до ланцюга L і для яких виконується умова $U(pos_i) = true$, $r_i(M) = -1$ для вершин, які не повинні бути у ланцюзі L, і $r_i(M) = 0$ для всіх інших вершин. Умову $U(pos_i)$ визначають так само, як для серединної умови типу 4. За умовою типу 5 вершини, які повинні бути включені до ланцюга L, взаємно залежні щодо порядку розташування в ланцюзі.

Умову типу 5 застосовуємо у випадках, коли потрібно розв'язати задачу з такими додатковими обмеженнями: а) максимальний ланцюг має обов'язково проходити через деякі фіксовані вершини; б) порядок проходження через такі фіксовані вершини визначений умовою $U(pos_i)$, принаймі для однієї пари вершин; в) з ланцюга потрібно вилучити інші фіксовані вершини. Отже,

$$L = \{V_a, V_b\} \cup \{V_i \text{ при } r_i = 1\} \cup \{V_m \subseteq (M \setminus \{V_i \text{ при } r_i = -1, r_i = 1\})\}_{max}.$$

В ланцюзі мають бути граничні вершини, всі вершини з умовою $r_i(M) = 1$, а також вершини з умовою $r_i(M) = 0$ за критерієм максимізації.

Зв'язана умова типу 5 відрізняється від ізольованої серединної умови типу 3, визначеної в [4], тим, що, крім обов'язкового проходження через фіксовані вершини, визначаємо ще й взаємний порядок проходження через такі вершини. Якщо ж додаткова умова $U(pos_i)$ не визначена для жодної пари внутрішніх вершин ланцюга, тоді зв'язана серединна умова типу 5 перетворюється в ізольовану серединну умову типу 3 з відповідними властивостями.

4. КОНСТРУКТИВНА ПОВНОТА ЗВ'ЯЗАНИХ СЕРЕДИННИХ УМОВ

У праці [4] викладено означення конструктивної повноти серединних умов, за якою можна обирати тип серединної умови для побудови сукупності розв'язків задачі, а не лише одного окремого розв'язку. Коротке означення конструктивної повноти виглядає так.

Означення 1. Тип серединної умови $T = T(V_a, V_b)$ для граничних вершин V_a, V_b називається *конструктивно повним щодо вершин*, якщо граф $G = (V, E)$ зв'язний і максимальний простий ланцюг від V_a до V_b може бути побудований за таким типом умови для будь-якої підмножини попарно суміжних вершин графа $G = (V, E)$, які можна сполучити в ланцюг за структурою графа, і *конструктивно неповним щодо вершин* у протилежному випадку.

Означення 2. Тип серединної умови $T = T(V_a, V_b)$ для граничних вершин V_a, V_b називається *конструктивно повним щодо шляхів*, якщо граф $G = (V, E)$ зв'язний і максимальний простий ланцюг може бути побудований за таким типом умови для будь-якого допустимого ланцюга графа $G = (V, E)$ між вершинами V_a до V_b, і *конструктивно неповним щодо шляхів* в протилежному випадку.

5. ВЛАСТИВОСТІ СЕРЕДИННИХ УМОВ

Твердження 4.1. Зв'язана серединна умова типу 4 є конструктивно неповною щодо вершин.

Доведення. Нехай максимальний простий ланцюг від V_a до V_b включає вершини $S = \{s_1, s_2, \ldots, s_m\}$. Розділимо підмножину S на дві частини: 1) вершини, для яких визначена додаткова умова $U(pos_i)$; 2) вершини, для яких не визначена додаткова умова $U(pos_i)$. Для прикладу $S_1 = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ розглянемо фрагмент графа (рис. 1), де вершини 1, 2, 3, 4 взаємно суміжні.

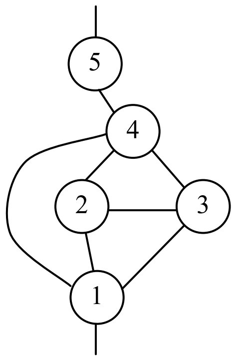

Рис. 1. Фрагмент графа

Припустимо, що для випадку серединної умови

$$Z_1 = \{r_1(M) = 1, r_2(M) = 1, r_3(M) = 1, r_4(M) = 1, r_5(M) = 1\}$$

(або у скороченій формі $Z_1 = \{V_1, V_2, V_3, V_4, V_5\}$) додаткова умова $U(pos_i)$ визначена для всіх п'яти вершин: $(pos_1 < [pos_2, pos_3] < pos_4 < pos_5)$. Очевидно, що можна розглядати лише випадки, які задовольняють умову попарної суміжності всіх вершин підмножини, наприклад, випадок $(pos_1 < pos_4 < [pos_2, pos_3] < pos_5)$ умові попарної суміжності не відповідає, і шлях побудувати неможливо. Отже, у випадку коректно визначеної додаткової умови можна отримати розв'язки на цілій підмножині S_1: 1-2-3-4-5 або 1-3-2-4-5. Тепер припустимо, що додаткова умова $U(pos_i)$ визначена лише для трьох вершин $(pos_1 < pos_3 < pos_4)$. За серединною умовою Z_1 знову будуть отримані такі самі розв'язки 1-2-3-4-5 або 1-3-2-4-5. Виконуючи подібний аналіз для різних випадків додаткових умов, можна зробити висновок, що для серединної умови $Z_1 = \{V_1, V_2, V_3, V_4, V_5\}$ будь-яка коректна додаткова умова $U(pos_i)$ завжди буде давати розв'язок на цілій підмножині S_1.

Тепер розглянемо випадок, коли треба отримати розв'язок задачі на підмножині $S_2 = \{1, 3, 4, 5\}$. Тоді серединна умова має бути $Z_2 = \{V_1, V_3, V_4, V_5\}$, а додаткова умова $U(pos_i)$ може бути визначена довільно, але коректно щодо вимоги попарної суміжності всіх вершин шляху: $pos_1 < pos_*, pos_* < pos_5, pos_3 < pos_4$. Позначення pos_* означає будь-яку з решти вершин фрагмента. Розглядаючи по черзі кожен з наведених варіантів додаткової умови, а також випадок відсутності всіх умов, можна зробити висновок, що до максимального простого ланцюга буде включена також вершина 2 за критерієм максимізації, причому незалежно від додаткової коректної умови $U(pos_i)$. Отже, отримаємо розв'язки на підмножині S_1, але не S_2.

Аналогічними міркуваннями дійдемо висновку, що так само неможливо отримати розв'язок на підмножині $S_3 = \{1, 4, 5\}$, незалежно від додаткових умов. Отже, для будь-якої серединної і коректної додаткової умов фрагмента ланцюга рис.1

всі розв'язки будуть на підмножині S_1. Тому в загальному випадку серединна умова типу 4 є конструктивно неповною щодо вершин.

Твердження 4.2. Зв'язана серединна умова типу 4 є конструктивно неповною щодо шляхів.

Доведення. Конструктивна неповнота щодо шляхів випливає з конструктивної неповноти щодо вершин (твердження 4.1). Якщо неможливо отримати розв'язки деяких підмножин вершин S_2, S_3, то неможливо отримати відповідну частину шляху для максимального простого ланцюга.

Твердження 5.1. Зв'язана серединна умова типу 5 є конструктивно повною щодо вершин.

Доведення. Нехай існує деякий ланцюг L_k, що покриває підмножину вершин $\{V_i\}_k \in L_k$ на шляху від V_a до V_b (рис. 2).

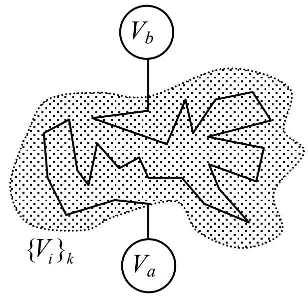

Рис. 2. Ланцюг L_k

Для всіх вершин, наявних в ланцюгу L_k, визначимо серединну умову як $r_i(M) = 1$ (для всіх $V_i \in L_k$), а для всіх решта вершин графа, крім граничних для ланцюга, визначимо серединну умову як $r_i(M) = -1$. Граничні вершини алгоритм перевіряє окремо. У цьому разі ланцюг L_k між V_a і V_b буде покривати точно ті і лише ті вершини, які позначені серединною умовою $r_i(M) = 1$, бо такий ланцюг існує за припущенням. Між вершинами V_a і V_b може бути декілька ланцюгів, які покривають ту саму підмножину $\{V_i\}_k$. Оберемо будь-який з таких ланцюгів і визначимо додаткову умову $U(pos_i)$ за фактичним порядком сполучення вершин в існуючому ланцюзі

$$pos_{va} < pos_1 < pos_2 < \ldots < pos_k < pos_{vb}.$$

Отже, можна побудувати серединну умову типу 5 для будь-якої підмножини вершин, яка може бути сполучена в простий ланцюг від V_a до V_b, тому серединна умова типу 5 є конструктивно повною щодо вершин.

Твердження 5.2. Зв'язана серединна умова типу 5 є конструктивно повною щодо шляхів.

Доведення. Нехай деякий простий ланцюг L_k (не обов'язково максимальний) існує між вершинами V_a і V_b. Побудуємо умову типу 5 за такими двома кроками.

Крок 1. На підставі доведення твердження 5.1 можна спершу визначити серединну умову як $r_i(M) = 1$ (для всіх фактичних $V_i \in L_k$), а для всіх решта вершин графа, крім граничних для ланцюга, визначити $r_i(M) = -1$, і отримати розв'язок на заданій підмножині вершин $\{V_i\}_k \in L_k$, яку можна сполучити в простий ланцюг від V_a до V_b, бо такий ланцюг існує за припущенням.

Крок 2. Додаткову умову $U(pos_i)$ визначаємо за фактичним порядком сполучення вершин в існуючому ланцюзі

$$pos_{va} < pos_1 < pos_2 < \ ... \ < pos_k < pos_{vb}.$$

Отже, в сукупності серединні умови $r_i(M) = 1$ і $r_i(M) = -1$, а також додаткова умова $U(pos_i)$ визначають один будь-який наперед заданий існуючий простий ланцюг між V_a і V_b, причому з врахуванням порядку обходу вершин графа.

Тепер припустимо, що між вершинами V_a і V_b існує більше, ніж один, простих ланцюгів різної або однакової довжини. Для кожного такого ланцюга по черзі застосуємо кроки 1 і 2, викладені вище, й отримаємо розв'язок наперед заданого конкретного ланцюга. Зауважимо, що максимальним ланцюг є лише при виконанні серединних і додаткових умов, і завдяки вибору серединних і додаткових умов процедурою, визначеною кроками 1 і 2, маємо лише один варіант розв'язку задачі. Якщо є декілька максимальних простих ланцюгів однакової довжини між V_a і V_b, які покривають ту саму підмножину $\{V_i\}_k$, то вони відрізняються порядком сполучення вершин. Для такої групи ланцюгів серединні умови $r_i(M) = 1$ і $r_i(M) = -1$ будуть однакові, а відрізнятимуться лише додаткові умови $U(pos_i)$.

Отже, будь-який простий шлях між V_a і V_b може бути побудований за зв'язаною серединною умовою типу 5, тому умова типу 5 конструктивно повна щодо шляхів.

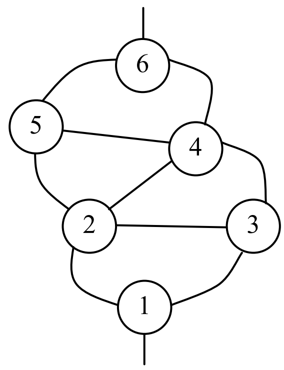

Рис. 3. Побудова шляхів

Розглянемо приклад фрагмента графа на рис.3. Аналіз конструктивної повноти щодо вершин дає підстави зробити такі висновки. Нехай треба побудувати шлях з включенням всіх шести вершин. Тоді визначимо серединну умову $Z_1 = \{V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6\}$. Додаткову умову $U(pos_i)$ можна визначити довільно з врахуванням попарної суміжності всіх вершин підмножини, наприклад,

$$(pos_1 < pos_3 < pos_4 < pos_5)$$

або

$$(pos_2 < pos_5 < pos_4).$$

За основним алгоритмом побудуємо деякий шлях з включенням всіх шести вершин, бо такий шлях існує.

Нехай тепер потрібно побудувати шлях з включенням вершин 1, 2, 4, 6, а вершини 3, 5 не повинні бути в ланцюзі. Визначаємо серединну умову

$$Z_2 = \{V_1, V_2, V_4, V_6, -V_3, -V_5\},$$

а додаткову умову $U(pos_i)$ знову ж таки довільно, наприклад, $(pos_2 < pos_4 < pos_6)$ або $(pos_2 < pos_6)$. За таких умов отримаємо шлях 1-2-4-6. Виконавши подібний аналіз для кожної підмножини попарно суміжних вершин фрагмента графа, дійдемо висновку, що за основною серединною умовою $r_i(M) = 1$ і $r_i(M) = -1$ можна включити до шуканого ланцюга такі і лише такі вершини, де додаткова умова $U(pos_i)$ може бути довільна, але коректна.

Аналіз конструктивної повноти щодо шляхів виконаємо методом перебору допустимих шляхів фрагмента графа. Ще раз будуємо шлях з включенням всіх шести вершин. Застосуємо крок 1 як у доведенні твердження 5.2:

$$Z_3 = Z_1 = \{V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6\}.$$

Отримуємо можливі розв'язки (в лексикографічному порядку): 1-2-3-4-5-6, 1-3-2-4-5-6, 1-3-2-5-4-6, 1-3-4-2-5-6. Застосуємо крок 2 доведення твердження. Для першого розв'язку визначаємо додаткову умову $U(pos_i)$ як

$$(pos_1 < pos_2 < pos_3 < pos_4 < pos_5 < pos_6),$$

для другого

$$(pos_1 < pos_3 < pos_2 < pos_4 < pos_5 < pos_6)$$

і так далі.

Якщо ж потрібно побудувати шлях з включенням вершин 1, 2, 3, 4, 6, а вершину 5 не включати, тоді $Z_4 = \{V_1, V_2, V_3, V_4, V_6, -V_5\}$, отримуємо 1-2-3-4-6, 1-3-2-4-6, і визначаємо одну з двох потрібних додаткових умов

$$(pos_1 < pos_2 < pos_3 < pos_4 < pos_6) \text{ або } (pos_1 < pos_3 < pos_2 < pos_4 < pos_6).$$

Отже, простим перебором допустимих шляхів можна для кожного конкретного шляху визначити основну та додаткову умову для кожної вершини й отримати наперед заданий потрібний розв'язок, що дає конструктивну повноту щодо шляхів.

6. ВИСНОВКИ

Максимальний простий ланцюг неповного графа можна будувати з врахуванням серединних умов щодо окремих вершин графа. Умови включення вершин графа до максимального ланцюга можуть перебувати у взаємній залежності між собою, яку названо зв'язаною умовою. Важливим видом залежності є порядок розташування визначених вершин у побудованому ланцюзі. Залежно від формулювання конкретної задачі є змога обрати такі критерії: 1) обов'язкова наявність підмножини вершин у шуканому ланцюзі за додаткової умови порядку взаємного розташування в ланцюзі, принаймні для однієї пари вершин; 2) одночасна наявність однієї підмножини вершин в ланцюзі за умови порядку взаємного розташування і виключення іншої підмножини з порожнім перетином щодо першої підмножини. Сформульовані та доведені твердження про властивості зв'язаних серединних умов щодо конструктивної повноти щодо вершин і шляхів. На підставі таких властивостей можна приймати рішення про вибір конкретної серединної умови залежно від формулювання зовнішньої задачі.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. *Нікольський Ю. В.* Дискретна математика: підручник / Ю. В. Нікольський, В. В. Пасічник, Ю. М. Щербина. – К.: Видавнича група BHV, 2007. – 368 с.
2. *Черняхівський В. В.* Рекурсивний алгоритм побудови максимального простого ланцюга неповного графа / В. В. Черняхівський // Вісн. Львів. ун-ту. Серія прикл. матем. та інформ. – 2007. – Вип. 13. – С. 45-50.
3. *Черняхівський В.* Серединні умови задач побудови максимальних простих ланцюгів неповного графа / В.Черняхівський // Вісн. Львів. ун-ту. Серія прикл. матем. та інформ. – 2008. – Вип. 14. – С. 204-209.
4. *Черняхівський В.* Ізольовані серединні умови та їхні властивості для задачі максимізації побудови простого ланцюга графа / В.Черняхівський // Вісн. Львів. ун-ту. Серія прикл. матем. та інформ. – 2013. – Вип. 20. – С. 109-117.
5. *Fomin F.V.* Graph searching, elimination trees, and a generalization of bandwidth / F. V. Fomin, P. Heggernes, J. A. Telle // Lecture Notes in Computer Science. – 2003. – Vol. 2751. – P. 73-85.
6. *Hvalica D.* Searching for a minimal solution subgraph in explicit and/or graphs / D.Hvalica // Discrete Applied Mathematics Science. – 2001. – Vol. 110, No 2-3. – P. 213-225.
7. *Korf R.* Best-first minimax search / R. Korf, D. Chickering // Artif. Intell. – 1996. – 84 – Vol. 1-2 (July). – P. 299-337.
8. *Korf R. E.* Frontier Search / R. E. Korf, W. Zhang, I. Thayer, H. Hohwald // Journal of the ACM. – 2005. – Vol. 52, No 5. – P. 715-748.
9. *Recuero A.* Algorithms for path searching and for graph connectivity analysis / A. Recuero // Advances in Engineering Software Science. – 1995. – Vol. 23, No 1. – P. 27-35.

Стаття: надійшла до редколегії 22.01.2014
доопрацьована 12.02.2014
прийнята до друку 05.03.2014

ЗАДАЧИ ПОСТРОЕНИЯ ПРОСТОЙ ЦЕПИ ГРАФА ДЛЯ СВЯЗАННЫХ СЕРЕДИННЫХ УСЛОВИЙ

В. Черняховский

Львовский национальный университет имени Ивана Франко,
ул. Университетская, 1, Львов, 79000, e-mail: v_chrn@franko.lviv.ua

Рассматривается задача построения максимальной простой цепи графа. Вершины цепи должны удовлетворять связанным серединным условиям. Построено определение серединных условий типа 4 и 5 для случая взаимной зависимости вершин. Сформулированы и доказаны утверждения о свойствах конструктивной полноты связанных серединных условий относительно вершин и путей.

Ключевые слова: граф, простая цепь, максимизация, серединное условие, свойство.

CONSTRUCTING PROBLEMS OF THE SIMPLE CHAIN OF GRAPH FOR BOUNDED MID CONDITIONS

V. Chernyakhivskij

Ivan Franko National University of Lviv,
Universytetska Str., 1, Lviv, 79000, e-mail: v_chrn@franko.lviv.ua

The task of building the simplest chain of graph is considered. The nodes of the chain must satisfy the bound mid conditions. The definition of mid conditions of types 4 and 5 for the case of mutual node dependency was provided. The assertion about the properties of bounded mid conditions' constructive completeness towards the nodes and the paths was formulated and proved.

Key words: graph, simple chain, maximization, mid condition, property.