

ТЕМПЕРАТУРНЕ ПОЛЕ СКІНЧЕНОГО ТЕРМОЧУТЛИВОГО ПОРОЖНИСТОГО ЦИЛІНДРА ЗА КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМІНУ З СЕРЕДОВИЩАМИ ФУНКЦІЙНО-ЗМІННИХ ТЕМПЕРАТУР

В. Попович, Н. Заводовська

*Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я.С. Підстригача НАН України,
вул. Наукова, 36, Львів, 79060, e-mail: dept19@iapmm.lviv.ua*

Розглянуто двовимірну нелінійну стаціонарну задачу теплопровідності для термочутливого порожнистого циліндра скінченої довжини. Враховано теплообмін на усіх обмежувальних поверхнях із зовнішніми середовищами різних функційно-змінних температур з різними коефіцієнтами теплообміну. Розв'язок задачі побудовано за допомогою методу лінеаризувальних параметрів щодо визначення температурних полів у термочутливих елементах конструкцій і скінчених інтегральних перетворень. Порівнянням знайденого розподілу температури з розподілом отриманим на підставі лінійної моделі (коли коефіцієнт теплопровідності сталий і дорівнює опорному чи середньоінтегральному значенню) виявили вплив на цей розподіл термочутливості матеріалу.

Ключові слова: нелінійна задача теплопровідності, термочутливе тіло, порожнистий циліндр, метод лінеаризувальних параметрів, залежні від температури теплофізичні характеристики.

1. ВСТУП

Проблеми забезпечення надійного функціонування приладів та елементів конструкцій, які працюють у середовищах змінних високих температур і часто мають форму скінченого порожнистого циліндра – актуальні у багатьох галузях сучасної промисловості. Для забезпечення їхнього надійного функціонування вже на етапі проектування треба проводити детальний аналіз їхнього температурного поля та умов перебігу теплообмінних процесів з повним урахуванням неоднорідності (зумовленої тим, що фізико-механічні характеристики матеріалів залежать від зміни температури), а також умов реальної експлуатації (врахування теплообміну на усіх поверхнях із зовнішнім середовищем, температура якого не є сталою). Проведення досліджень на підставі математичних моделей, які враховують згадані фактори, дають достовірніші результати, але суттєво складніші, оскільки передбачають розв'язання нелінійних задач теплопровідності [2, 4]. Зауважимо, що для побудови їхніх розв'язків часто використовують числові методи. Аналітичні й аналітично-числові методи дослідження температурних полів у таких неоднорідних елементах конструкцій згадані у працях [4-6, 8, 9]. Для побудови аналітично-числових розв'язків таких задач, якщо на поверхні тіла задано умови конвективного теплообміну, доведено ефективність методу лінеаризувальних параметрів, який передбачає побудову розв'язку рівняння на змінну Кірхгофа з деякою лінійною умовою, що містить так званий лінеаризувальний параметр [4, 6, 9].

2. ФОРМУЛЮВАННЯ ЗАДАЧІ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ

Розглянемо скінчений порожнистий циліндр $-b/2 \leq z \leq b/2$, $r_0 \leq r \leq r_1$, який нагрівається шляхом конвективного теплообміну через усі обмежувальні поверхні.

Через торцеві поверхні середовищами змінної за радіальною координатою температури $t_{s2}(r)$ через $z = -b/2$ та $t_{s3}(r)$ через $z = b/2$, а через циліндричні поверхні середовищами змінної за осью координатою температури: $t_{c0}(z)$ через $r = r_0$ та $t_{c1}(z)$ через $r = r_1$. Матеріал циліндра термочутливий.

Температурне поле такого циліндра визначаємо зі стаціонарної задачі теплопровідності

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda_r(t) \frac{\partial t}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_z(t) \frac{\partial t}{\partial z} \right) = 0, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \left[\lambda_r(t) \frac{\partial t}{\partial r} - \alpha_0(t - t_{c0}(z)) \right]_{r=r_0} &= 0, \quad \left[\lambda_r(t) \frac{\partial t}{\partial r} + \alpha_1(t - t_{c1}(z)) \right]_{r=r_1} = 0, \\ \left[\lambda_z(t) \frac{\partial t}{\partial z} - \alpha_2(t - t_{s2}(r)) \right]_{z=-b/2} &= 0, \quad \left[\lambda_z(t) \frac{\partial t}{\partial z} + \alpha_3(t - t_{s3}(r)) \right]_{z=b/2} = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

яка є нелінійною через залежність коефіцієнта теплопровідності λ_i від температури. Така залежність у довідниковій літературі здебільшого задається таблично і при аналітичних дослідженнях апроксимується певними аналітичними виразами. В математичній моделі (1), (2) α_i ($i = \overline{0,3}$) – коефіцієнти теплообміну з довколишніми середовищами.

3. ПОБУДОВА РОЗВ'ЯЗКУ ЗАДАЧІ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ

Побудову розв'язку задачі теплопровідності (1), (2) виконуємо на підставі методів запропонованих у працях [4, 6]. Залежний від температури коефіцієнт теплопровідності $\lambda_r(t)$ матеріалу циліндра подаємо у вигляді $\lambda(t) = \lambda_{r0} \lambda_r^*(T)$, де λ_{r0} – стала величина, яка має розмірність коефіцієнта теплопровідності (опорне значення), а $\lambda_r^*(T)$ – функція, що описує залежність коефіцієнта теплопровідності від безрозмірної температури $T = t/t_0$, де t_0 – деяка відлікова температура. Введемо безрозмірні величини: координати $\rho = r/l_0$ та $\xi = z/l_0$; температури зовнішніх середовищ $T_{ck}(\xi) = t_{ck}(\xi)/t_0$ ($k = 0,1$), $T_{sj}(\rho) = t_{sj}(\rho)/t_0$ ($j = 2,3$); опорні критерії Біо $Bi_i = \alpha_i l_0 / \lambda_{r0}$ ($i = \overline{0,3}$) та розміри циліндра $\rho_0 = r_0/l_0$, $\bar{b} = b/l_0$, де l_0 – деякий характерний його розмір. До записаної у введених безрозмірних величинах задачі (1), (2) застосовано перетворення Кірхгофа [4, 6]

$$\theta = \int_{T_p}^T \lambda_r^*(T) dT, \quad (3)$$

де T_p – мінімальне значення безрозмірної температури з діапазону задання коефіцієнта теплопровідності.

У підсумку отримали таку крайову задачу на змінну Кірхгофа:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right) + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} &= 0, \\ \left[\frac{\partial \theta}{\partial \rho} - Bi_0(T(\theta) - T_{c0}(\xi)) \right]_{\rho=\rho_0} &= 0, \quad \left[\frac{\partial \theta}{\partial \rho} + Bi_1(T(\theta) - T_{c1}(\xi)) \right]_{\rho=\rho_1} = 0, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\left[\frac{\partial \theta}{\partial \xi} - Bi_2(T(\theta) - T_{s2}(\rho)) \right]_{\xi = -\bar{b}/2} = 0, \quad \left[\frac{\partial \theta}{\partial \xi} + Bi_3(T(\theta) - T_{s3}(\rho)) \right]_{\xi = \bar{b}/2} = 0, \quad (5)$$

де $T(\theta)$ – вираз температури через змінну Кірхгофа θ визначений, для конкретно заданої залежності $\lambda_i^*(T)$ з рівняння (3).

Введення змінної Кірхгофа лише частково лінеаризувало вихідну задачу. В задачі (4), (5) нелінійності зосередилися у виразах температур $T(\theta)$ на усіх поверхнях теплообміну. Остаточну лінеаризацію цієї задачі провели методом лінеаризувальних параметрів [4, 6, 9]. Його суть полягає в тому, що нелінійні вирази в умовах (5) (нелінійні залежності температури $T(\theta)$ на відповідних поверхнях) заміняємо лінійними виразами, що містять так звані лінеаризувальні параметри. Отже, враховуючи зазначене, вводимо такі заміни:

$$T(\theta)|_{\rho=\rho_0} = (1 + \kappa_0)\theta|_{\rho=\rho_0} + T_p, \quad T(\theta)|_{\rho=\rho_1} = (1 + \kappa_1)\theta|_{\rho=\rho_1} + T_p, \\ T(\theta)|_{\xi = -\bar{b}/2} = (1 + \kappa_2)\theta|_{\xi = -\bar{b}/2} + T_p, \quad T(\theta)|_{\xi = \bar{b}/2} = (1 + \kappa_3)\theta|_{\xi = \bar{b}/2} + T_p. \quad (6)$$

Тут κ_i ($i = \overline{0,3}$) – поки невідомі параметри (лінеаризувальні параметри). Тоді з нелінійних умов (5) отримуємо такі лінійні умови:

$$\left[\frac{\partial \theta}{\partial \rho} - Bi_0^*(\theta - T_{c0}^*(\xi)) \right]_{\rho=\rho_0} = 0, \quad \left[\frac{\partial \theta}{\partial \rho} + Bi_1^*(\theta - T_{c1}^*(\xi)) \right]_{\rho=\rho_1} = 0, \\ \left[\frac{\partial \theta}{\partial \xi} - Bi_2^*(\theta - T_{s2}^*(\rho)) \right]_{\xi = -\bar{b}/2} = 0, \quad \left[\frac{\partial \theta}{\partial \xi} + Bi_3^*(\theta - T_{s3}^*(\rho)) \right]_{\xi = \bar{b}/2} = 0, \quad (7)$$

де $T_{ck}^*(\xi) = (T_{ck}(\xi) - T_p)/(1 + \kappa_k)$ ($k = \overline{0,1}$), $T_{sj}^*(\rho) = (T_{sj}(\rho) - T_p)/(1 + \kappa_j)$ ($j = \overline{2,3}$), $Bi_i^* = Bi_i(1 + \kappa_i)$ ($i = \overline{0,3}$), що робить задачу (4), (7) на змінну Кірхгофа θ лінійною.

Для побудови розв'язку задачі (4), (7) скористаємось методом скінчених інтегральних перетворень [1, 10]. Введемо скінчене перетворення Фур'є за осьюовою координатою ξ та його обернення

$$\bar{\theta}(\rho, \lambda_m) = \int_{-\bar{b}/2}^{\bar{b}/2} \theta(\rho, \xi) K(\xi, \lambda_m) d\xi, \quad \theta(\rho, \xi) = 4 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\lambda_m \bar{\theta}(\rho, \lambda_m) K(\xi, \lambda_m)}{N_m}, \quad (8)$$

а також скінчене перетворення Ганкеля та його обернення за радіальною координатою ρ [1]

$$\tilde{\theta}(\gamma_n, \lambda_m) = \int_{\rho_0}^{\rho_1} \rho \bar{\theta}(\rho, \lambda_m) U_0(\gamma_n \rho) d\rho, \quad \bar{\theta}(\rho, \xi) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\tilde{\theta}(\gamma_n, \lambda_m) U_0(\gamma_n \rho)}{M_n}, \quad (9)$$

де

$$K(\xi, \lambda_m) = \lambda_m \cos[\lambda_m(\xi + \bar{b}/2)] + Bi_2^* \sin[\lambda_m(\xi + \bar{b}/2)], \\ N_m = 2\lambda_m [Bi_2^* + \bar{b}(\lambda_m^2 + Bi_2^{*2})] - 2\lambda_m Bi_2^* \cos(2\lambda_m \bar{b}) + (\lambda_m^2 - Bi_2^{*2}) \sin(2\lambda_m \bar{b}), \\ U_k(\gamma_n \rho) = J_k(\gamma_n \rho) + A_n Y_k(\gamma_n \rho) \quad (k = \overline{0,1}), \quad A_n = -\frac{\gamma_n J_1(\gamma_n \rho_0) + Bi_0^* J_0(\gamma_n \rho_0)}{\gamma_n Y_1(\gamma_n \rho_0) + Bi_0^* Y_0(\gamma_n \rho_0)}, \\ M_n = \frac{\rho_1^2}{2} [U_0^2(\gamma_n \rho_1) + U_1^2(\gamma_n \rho_1)] - \frac{\rho_0^2}{2} [U_0^2(\gamma_n \rho_0) + U_1^2(\gamma_n \rho_0)],$$

$J_0(\cdot), J_1(\cdot), Y_0(\cdot), Y_1(\cdot)$ – функції Бесселя нульового і першого порядків першого та другого роду, відповідно, $\lambda_m \equiv \lambda_m^*(\kappa_2, \kappa_3)$ та $\gamma_n \equiv \gamma_n^*(\kappa_0, \kappa_1)$ є додатними коренями трансцендентних рівнянь

$$tg(\lambda_m \bar{b}) = \frac{\lambda_m (Bi_2^* + Bi_3^*)}{(\lambda_m^2 - Bi_2^* Bi_3^*)}, \quad A_n = -\frac{\gamma_n J_1(\gamma_n \rho_1) - Bi_1^* J_0(\gamma_n \rho_1)}{\gamma_n Y_1(\gamma_n \rho_1) - Bi_1^* Y_0(\gamma_n \rho_1)}. \quad (10)$$

Застосувавши прямі перетворення Фур'є (8) та Ганкеля (9) до задачі (4), (7), отримаємо вираз для змінної Кірхгофа у зображеннях

$$\tilde{\theta}(\gamma_n, \lambda_m) = \frac{1}{\mu_{mn}^2} \left(B(\gamma_n, \lambda_m) + \int_{\rho_0}^{\rho_1} S(\lambda_m, \rho) \rho U_0(\gamma_n \rho) d\rho \right), \quad (11)$$

де

$$\begin{aligned} \mu_{mn}^2 &= \gamma_n^2 + \lambda_m^2, \quad B(\gamma_n, \lambda_m) = \rho_0 Bi_0^* C_{m0}(\lambda_m) U_0(\gamma_n \rho_0) + \rho_1 Bi_1^* C_{m1}(\lambda_m) U_0(\gamma_n \rho_1), \\ S(\lambda_m, \rho) &= -T_{s2}^*(\rho) Bi_2^* K(-\bar{b}/2, \lambda_m) + T_{s3}^*(\rho) Bi_3^* K(\bar{b}/2, \lambda_m), \\ C_{mk}(\lambda_m) &= \int_{-\bar{b}/2}^{\bar{b}/2} T_{ck}^*(\xi) K(\xi, \lambda_m) d\xi \quad (k = 0, 1). \end{aligned}$$

Тоді, відповідно до формул обернення (8), (9), отримаємо вираз для змінної Кірхгофа

$$\theta(\rho, \xi) = 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{U_0(\gamma_n \rho)}{M_n} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\tilde{\theta}(\gamma_n, \lambda_m) \lambda_m K(\xi, \lambda_m)}{N_m}. \quad (12)$$

Значення невідомих лінеаризувальних параметрів κ_i ($i = \overline{0,3}$), які входять у вираз для змінної Кірхгофа (12), а отже, і шуканої температури, знаходимо, задовольняючи з заданою точністю нелінійні граничні умови (5). Нехай експериментально задана залежність коефіцієнта теплопровідності від температури апроксимована лінійною функцією

$$\lambda_i(t) = \lambda_{i0} \lambda_i^* = \lambda_{i0} (1 + k_\lambda (T - T_p)), \quad (13)$$

тоді згідно з (3) температуру в циліндрі як розв'язок відповідного квадратного рівняння визначаємо за формулою

$$T(\theta) = k_\lambda^{-1} (\sqrt{1 + 2k_\lambda \theta} - 1) + T_p. \quad (14)$$

Тут знак перед коренем квадратним вибрано так, що розв'язок відповідає фізичній суті задачі. Для обчислення значень лінеаризувальних параметрів з рівностей (6) отримуємо систему алгебричних рівнянь

$$\begin{aligned} k_\lambda (1 + \kappa_0)^2 \theta|_{\rho=\rho_0} + 2\kappa_0 &= 0, \quad k_\lambda (1 + \kappa_1)^2 \theta|_{\rho=\rho_1} + 2\kappa_1 = 0, \\ k_\lambda (1 + \kappa_2)^2 \theta|_{\xi=-\bar{b}/2} + 2\kappa_2 &= 0, \quad k_\lambda (1 + \kappa_3)^2 \theta|_{\xi=\bar{b}/2} + 2\kappa_3 = 0, \end{aligned} \quad (15)$$

де $\theta \equiv \theta(\rho, \xi, \kappa_0, \kappa_1, \kappa_2, \kappa_3)$ набувають вигляду (12). Для знаходження κ_i ($i = \overline{0,3}$) з системи рівнянь (15) (за конкретного значення однієї з координат) використовуємо метод Ньютона розв'язання систем нелінійних рівнянь, за перше наближення якого вибираємо $\kappa_i = 0$ ($i = \overline{0,3}$) [9].

4. ЧИСЛОВІ ДОСЛІДЖЕННЯ

Проведено числові дослідження температурного поля (14) у порожньому циліндрі, виготовленому зі сталі У12, висота якого $b = 0.1$ м, зовнішній радіус $r_1 = 0.05$ м, внутрішній радіус $r_0 = 0.01$ м. Температури довколишніх середовищ, що оточують циліндр, задані у вигляді функційно-змінних температур. Коефіцієнт теплопровідності взято у діапазоні температур $t_p = 273^\circ \text{K} - t_k = 673^\circ \text{K}$. За відлікове значення температури t_0 прийнято $t_k = 673^\circ \text{K}$, а за характерний розмір – радіус циліндра $l_0 = r_1$. Згідно з [3] опорне значення коефіцієнта теплопровідності $\lambda_{i0} = 47.8 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$, $k_\lambda = -0.366$, а середньо-інтегральне значення коефіцієнта теплопровідності для заданого діапазону температур – $\lambda_{av} = 42.6$.

Температури довколишніх середовищ, які омивають поверхні циліндра, задано так, щоб вони при підході до кутових точок мали однакові значення, зокрема, поверхні $\rho = \rho_0$ і $\rho = \rho_1$ – середовищем, температура якого змінюється за законом $T_{c0}(\xi) = T_{c1}(\xi) = (T_k - T_p)(\xi + 1)^2 S_-(-\xi) + T_p + (T_k - T_p)S_+(\xi)$, поверхня $\xi = -\bar{b}/2$ – середовищем температури $T_{s2} = T_p$, а поверхня $\xi = \bar{b}/2$ – середовищем температури

$$T_{s3}(\rho) = 6.25(T_k - T_p)(\rho - 0.6)^2 + T_p, \text{ де } S_{\pm}(\xi) = \begin{cases} 1, & \xi > 0 \\ 0.5 \mp 0.5, & \xi = 0 \\ 0, & \xi < 0 \end{cases}.$$

Результати числових досліджень подали у вигляді графіків, що на рисунках 1 – 2, де суцільні лінії відповідають розподілу температури у термочутливому циліндрі. Інші криві відповідають розподілам температури за нехтування термочутливістю матеріалу, тобто за сталого коефіцієнта теплопровідності: штрихові – коефіцієнт теплопровідності дорівнює опорному λ_{i0} , а пунктирні – середньоінтегральному значенню λ_{av} коефіцієнта теплопровідності термочутливого матеріалу.

Результати розрахунків залежності розподілу безрозмірного температурного поля T від осової координати ξ на різних відстанях від осі циліндра, проведених із використанням формул (12), (14), зображено на рис. 1, а від безрозмірної радіальної координати ρ – на рис. 2 при $Bi_0 = Bi_1 = 1$, $Bi_2 = Bi_3 = 0.5$. Схематичний радіально-осевий перетин стінки циліндра на рисунку ілюструє розподіл температур зовнішніх середовищ.

З наведених графіків бачимо, що вплив температурної залежності коефіцієнта теплопровідності на розподіл температурного поля стає істотнішим, наближаючись до поверхні інтенсивного теплообміну $\rho = 1$ з середовищем високої температури. Наприклад, максимальна розбіжність температури в термочутливому та нетермочутливому (коефіцієнт теплопровідності дорівнює його опорному значенню) циліндрах при $\rho = 1$, $\xi = 1$, становить 7% (рис. 1).

З'ясовано, що у зонах низького рівня нагрівання при стаціонарному режимі заміна коефіцієнта теплопровідності на його опорне значення дає ліпше наближення, ніж його заміна на середньоінтегральне значення. Для заданого діапазону температур доведено, що розбіжності між температурами, знайденими за залежних від

температури характеристик та їхніх опорних значень, є меншими у зонах низького рівня нагрівання (біля поверхні $\xi = -\bar{b}/2$).

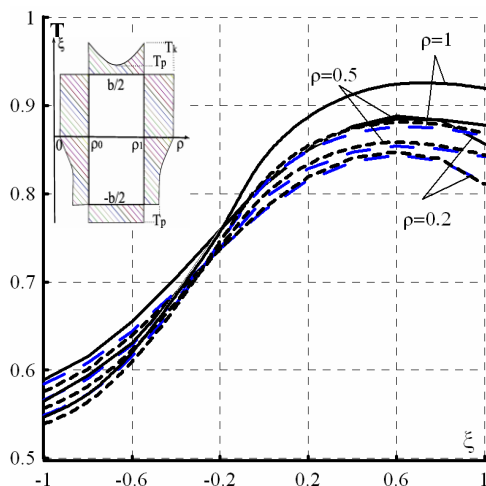


Рис. 1. Розподіл температури циліндра за осью координату

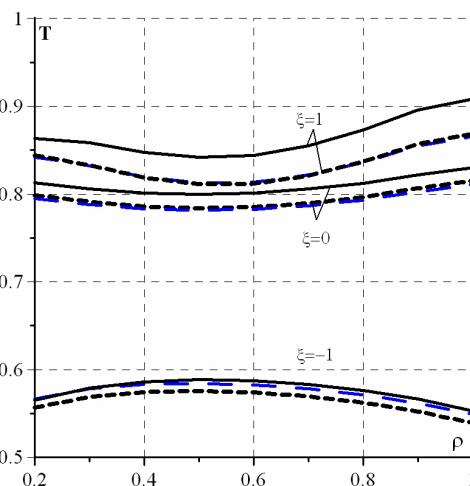


Рис. 2. Розподіл температури циліндра за радіальною координатою

Нехтування температурною залежністю коефіцієнта теплопровідності (заміна його на опорне чи середньо-інтегральне значення) (рис. 1, 2) призводить до заниження значень температури.

Верифіковано отримані результати шляхом зіставлення з розв'язком відповідної задачі теплопровідності для нетермочутливого циліндра [10]. Ітераційний підбір лінеаризувальних параметрів κ_i ($i = \overline{0,3}$) забезпечує задоволення нелінійних граничних умов (2) з заданою точністю. З'ясовано, що дослідження теплового стану термочутливих тіл на підставі спрощених моделей (за рахунок нехтування температурною залежністю коефіцієнта теплопровідності) приводить до розподілів, які суттєво відрізняються від істинних.

5. ВИСНОВКИ

Враховуючи моделі термочутливого тіла, запропоновано аналітично-числовий підхід для розв'язування задачі теплопровідності для термочутливого порожнистого циліндра скінченної довжини, через поверхні якого відбувається конвективний теплообмін з довколишнім середовищем високої температури. У цьому випадку коефіцієнти теплообміну на обмежувальних поверхнях є різними, а температура середовища змінюється по висоті циліндра та по радіусу на відповідних поверхнях.

Виявлено, що для розглянутих функційних залежностей температури довколишнього середовища від координат, заміна коефіцієнта теплопровідності на його опорне значення дає меншу похибку в обчисленні температури у зонах температур низьких рівнів, ніж його заміна на середньоінтегральне значення (для заданого діапазону температур). Доведено, що нехтування температурною залежністю коефіцієнта теплопровідності призводить до заниження температури.

Розв'язок розглянутої задачі може бути використано для розрахунку стаціонарних температурних полів і дослідження умов перебігу теплообмінних процесів у циліндричних стінках апаратів, трубчастих теплообмінниках, елементах виробничого устаткування промисловості, які мають форму скінченого порожнистого циліндра та працюють в умовах, коли треба враховувати теплообмін на усіх його поверхнях з середовищами змінних високих температур.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. *Галицын А.С.* Интегральные преобразования и специальные функции в задачах теплопроводности / А.С. Галицын, А.Н. Жуковский. – К.: Наук. думка, 1976. – 283 с.
2. *Коляно Ю.М.* Методы теплопроводности и термоупругости неоднородного тела / Ю.М. Коляно. – К.: Наук. думка, 1992. – 280 с.
3. *Марочник сталей и сплавов* / Под ред. В.Г. Сорокина. – М.: Машиностроение, 1989. – 640 с.
4. *Моделювання та оптимізація в термомеханіці електропровідних неоднорідних тіл* / Під заг. ред. Я.Й. Бурака, Р.М. Кушніра. Т. 3: Термопружність термочутливих тіл / Р.М. Кушнір, В.С. Попович. – Львів: Сполом, 2009. – 412 с.
5. *Попович В.С.* Дослідження статичного термо-пружного стану термочутливого порожнистого циліндра за конвективно-променевого теплообміну з довкіллям / В.С. Попович, О.М. Вовк, Г.Ю. Гарматій // *Мат. методи та фіз.-мех. поля.* – 2011. – Т. 54, № 4. – С. 151-158.
6. *Попович В.* Температурне поле скінченого термочутливого циліндра за конвективного теплообміну з середовищами змінних температур / В. Попович, Н. Заводовська // *Вісник ТНТУ.* – 2013. – № 4. – С. 252-260.
7. *Справочник по специальным функциям* / Под ред. М. Абрамовица. Н. Стигана. – М.: Наука, 1979. – 832 с.
8. *Harmatij H.* Quasi-Static Problem of Thermoelasticity for Thermosensitive Infinite Circular Cylinder of Complex Heat Exchange / H. Harmatij, M. Krol, V. Popovych // *Advances in Pure Mathematics.* – Vol. 3, No. 4. – 2013. – P. 430-437.
9. *Kushnir R.M.* Thermal and Thermoelastic State of Thin-walled Thermosensitive Structures Subject to Complex Heat Exchange / R.M. Kushnir, V.S. Popovych, V.V. Yanishevsky // *J. of Thermal Stresses.* – 2012. – Vol. 35. – Issue 1-3. – P. 91-102.
10. *Parihar K.S.* Transient Heat Conduction and Analysis of Thermal Stresses in Thin Circular Plate / K.S. Parihar, Sunita S. Patil // *J. of Thermal Stresses.* – 2011. – Volю 34. – Issue 4. – P. 335-351.

Стаття: надійшла до редколегії 11.03.2015

доопрацьована 15.04.2015

прийнята до друку 29.04.2015

**THE TEMPERATURE FIELD OF FINITE-LENGTH THERMOSENSITIVE
HOLLOW CYLINDER WITH CONVECTIVE HEAT EXCHANGE WITH THE
VARIABLE-FUNCTIONAL TEMPERATURES ENVIRONMENT**

V. Popovych, N. Zavodovska

*The Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics of NASU,
Naukova Str., 3b, Lviv, 79060, e-mail: dept19@iapmm.lviv.ua*

The two-dimensional nonlinear stationary heat conduction problem for thermosensitive hollow finite length cylinder is considered. The heat transfer in all limiting surfaces with the environment of various functionally interchangeable temperatures with different heat transfer coefficients is included. Using linearizing parameters method to determine the temperature fields in the temperature-sensitive structural elements and finite integral transforms method the problem solution is constructed. By comparing the found temperature distribution with its distribution obtained from the linear model (when thermal conductivity coefficient is constant and equal to its basic value or mid-integral value) the influence of material temperature-sensitivity on this distribution is shown.

Key words: nonlinear heat conduction problem, thermosensitive body, hollow cylinder, linearizing parameters method, temperature-dependent thermal properties.